



*Sebastian Schanz*

# INVESTITIONSRECHNUNG

*Aufgabensammlung*





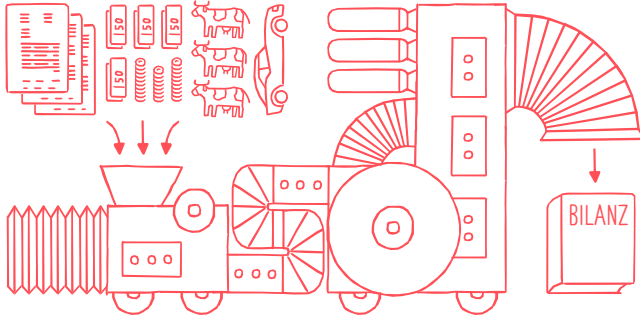
*Sebastian Schanz*

## INVESTITIONSRECHNUNG

*Aufgabensammlung*







Quelle: Schanz, Sebastian/Koschmieder, Simon (2014): *Humoristische Zeichnungen zum Betrieblichen Rechnungswesen*, Selbstverlag, Bayreuth, ISBN 978-3-00-047631-0, abgebildet ist die Vorderseite des Umschlags.

Alle Rechte vorbehalten  
Copyright © 2023 | Prof. Dr. Sebastian Schanz StB

[WWW.BUCHMANUFAKTUR-BAYREUTH.DE](http://WWW.BUCHMANUFAKTUR-BAYREUTH.DE)



**BUCHMANUFAKTUR**

ISBN 978-3-946262-11-4

#### IMPRESSUM

Unternehmensrechnung, Aufgabensammlung zum Themengebiet der Investitionsrechnung und der Steuerplanung. Gesetzt wurde von Sebastian Schanz aus der von Hermann Zapf entwickelten Palatino.

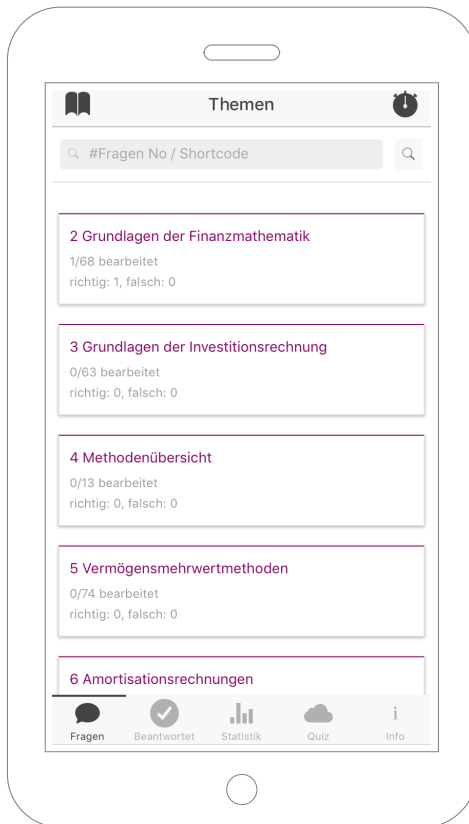
Version 2.0, Oktober 2019





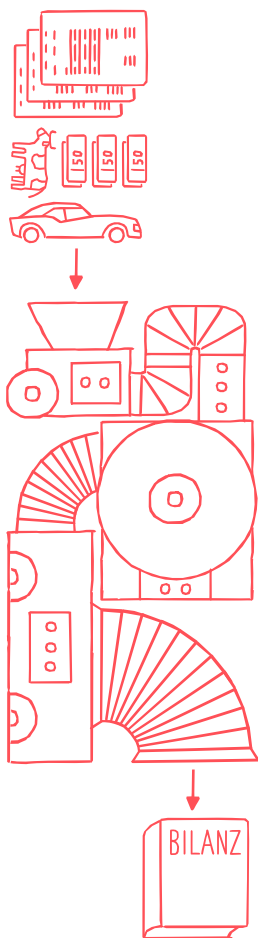
## »QUICCX« – DIE APP ZUM BUCH

Verfügbar unter [app.quiccx.de](http://app.quiccx.de) oder über die AppStores.



- ✓ Enthält über 500 Fragen zum Thema Investitionsrechnung
- ✓ Lernkontrolle durch Anzeige der Begründungen zu den Lösungen
- ✓ Ortsunabhängiges Lernen
- ✓ Tests selbst zusammenstellen und auswerten
- ✓ Drei unterschiedliche Schwierigkeitsgrade
- ✓ Sehr enge Abstimmung auf die vorliegende Aufgabensammlung
- ✓ Fragen nach den Lerneinheiten der vorliegenden Aufgabensammlung sortiert
- ✓ Angenehmes Design
- ✓ Intuitive Bedienung
- ✓ Läuft unter Apple iOS und Google Android

# HUMORISTISCHE ZEICHNUNGEN ZUM BETRIEBLICHEN RECHNUNGSWESEN



IDEE  
SEBASTIAN SCHANZ  
ZEICHNUNGEN  
SIMON KOSCHMIEDER

ISBN 978 3 00 047631 0

*Die humoristischen Zeichnungen karikieren klassische Probleme der Buchführung und der Bilanzierung. Die hochwertig produzierte Sammlung ist insbesondere als Geschenkidee für Tätige im Rechnungs- und Steuerwesen gedacht. Die Zeichnungen sind zum großen Teil entnommen aus der Monographie »Betriebliches Rechnungswesen – Buchführung und Abschluss« von Sebastian Schanz. Sie sind Teil des didaktischen Konzepts des vorstehend erwähnten Lehrbuchs und wurden speziell dafür entwickelt.*

Preis 16,45 EUR

[www.buchmanufaktur-bayreuth.de](http://www.buchmanufaktur-bayreuth.de)



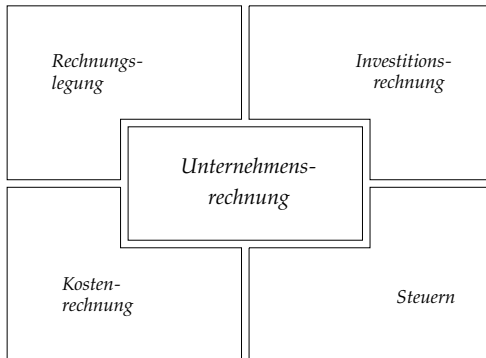


# Vorwort

Die 2. Auflage wurde umfassend überarbeitet, erweitert und neu strukturiert. Die Kapitelnummern und -überschriften entsprechen jetzt den Lektionen der Veranstaltung »Investition mit Grundlagen der Unternehmensbewertung«, die Teil des Wahlpflichtkanons des BWL-Bachelorprogramms der Universität Bayreuth ist. Insbesondere die Aufgaben zur Finanzmathematik wurden erweitert. Zudem wurden Aufgaben zu denjenigen Themenfeldern der Veranstaltung hinzugefügt, die bislang nicht durch Aufgaben abgedeckt waren.

## Vorwort zur 1. Auflage

Die vorliegende Aufgabensammlung deckt die Inhalte der Monographie »Unternehmensrechnung Band II – Investitionsrechnung« in Form von Übungsaufgaben und -klausuren ab. Die Investitionsrechnung ist etablierter Bestandteil der wirtschaftswissenschaftlichen Grundausbildung und liefert das »Handwerkszeug« zur Entscheidungsfindung bei Vorliegen knapper Ressourcen. Sie gehört als Planungsrechnung zum zukunftsorientierten Bereich der Unternehmensrechnung. Die vier Bereiche der Unternehmensrechnung sind nachstehend dargestellt.<sup>1</sup>



Die im Rahmen der Investitionsrechnung entwickelten Entscheidungskriterien basieren auf der Annahme, dass Individuen ausschließlich an der Maximie-

<sup>1</sup> Für eine ausführliche Einordnung der Bereiche der Unternehmensrechnung siehe Schneider 1997, Seite 31.



nung ihres Konsumnutzens interessiert sind und deshalb die Maximierung des finanziellen Oberziels im Vordergrund steht. Die Maximierung der finanziellen Zielgröße dient dabei als Surrogatmaß der Konsummaximierung. Vor diesem Hintergrund finden ausschließlich finanzielle Zielgrößen Eingang in die Entscheidungskriterien der Investitionsrechnung.

Als negative Zielgröße reduzieren Steuern die Konsummöglichkeiten von Individuen und müssen deshalb zwingend in betriebswirtschaftlichen Entscheidungskalkülen berücksichtigt werden. Im Vergleich zu herkömmlichen Aufgabensammlungen zur Investitionsrechnung nehmen in der vorliegenden Aufgabensammlung die Aufgaben, in denen Wirkungen der Besteuerung berechnet werden, großen Raum ein. Aufgrund der Bedeutung der Besteuerung sind zudem zahlreiche Aufgaben enthalten, die neutrale Steuersysteme thematisieren. Die seit Dekaden diskutierten Möglichkeiten, Steuersysteme entscheidungsneutral auszugestalten, sind vor dem Hintergrund der Diskussion um die Einführung der zinsbereinigten Einkommensteuer auf europäischer Ebene aktueller denn je.

Zusammenfassend sind die Aufgaben überwiegend mit Praxisbezug ausgestaltet mit Bezug zur Rechnungslegung und der Besteuerung als weitere Teilgebiete der Unternehmensrechnung. Der kapitalmarktorientierte Zugang der Investitionsrechnung – der z. B. durch Themen wie der Arbitragefreiheit determiniert ist – tritt in den Hintergrund. Zudem sind die Aufgaben, bei denen es um Entscheidungen unter Risiko geht, sehr grundlegend ausgestaltet.

Grundstein dieser Aufgabensammlung bildet die von meinem Vorgänger, Prof. Dr. Jochen Sigloch, entwickelte Aufgabensammlung für seine damalige Vorlesung »Investition mit Unternehmensbewertung«. Für die Überlassung seines Manuskripts bin ich ihm zu herzlichem Dank verpflichtet.

*Bayreuth, im Dezember 2017*

*Sebastian Schanz*



# Verzeichnis der Übungsaufgaben

<b>TEIL I</b>	<b>PROLOG</b>	<b>17</b>	
o	Features		19
<b>TEIL II</b>	<b>ÜBUNGSAUFGABEN</b>	<b>21</b>	
1	Grundlagen der Finanzmathematik		23
A-1	Wahr oder falsch? . . . . .	23	(167)
A-2	Zeitwert des Geldes . . . . .	25	(168)
A-3	Konsum heute oder morgen? . . . . .	25	(170)
A-4	Einfache Verzinsung . . . . .	25	(171)
A-5	Einfache Verzinsung und unterjährliche Verzinsung . . . . .	26	(171)
A-6	Zinsrechnung . . . . .	26	(172)
A-7	Zinseszinsen und unterjährliche Verzinsung . . . . .	27	(174)
A-8	Inanspruchnahme eines Skontos . . . . .	27	(175)
A-9	Einstieg in die Rentenrechnung . . . . .	27	(175)
A-10	Maximale Rente . . . . .	28	(175)
A-11	Rentenrechnung . . . . .	28	(177)
A-12	Sparrate . . . . .	28	(177)
A-13	Rentenrechnung . . . . .	29	(178)
A-14	Lebenslanges Mietrecht . . . . .	29	(178)
A-15	Kaufpreis einer Immobilie . . . . .	29	(180)
A-16	Maximale Entnahme . . . . .	29	(181)
A-17	Renten und Barwerte . . . . .	30	(181)
A-18	Rentenrechnung . . . . .	31	(183)
A-19	Ewige Rente . . . . .	31	(183)
A-20	Tilgungsrechnung . . . . .	31	(184)
A-21	Tilgungsrechnung bei Damnum . . . . .	32	(185)
A-22	Renate Rentner . . . . .	32	(189)
A-23	Transformation nicht uniformer Zahlungen . . . . .	32	(190)
A-24	Ertragswertrechnung . . . . .	33	(190)
A-25	Berechnung des Zinslaufs . . . . .	33	(193)
A-26	Tilgungsrechnung und Steuern . . . . .	34	(194)
A-27	Parameter der Rentenrechnung . . . . .	34	(196)
A-28	Arithmetisch wachsende Rente . . . . .	35	(204)
A-29	Rentenrechnung im Steuerrecht . . . . .	36	(205)
A-30	Rentensudoku . . . . .	39	(208)
A-31	Herleitung der Zinsbelastung . . . . .	40	(210)



A-32	Zwei-Phasen-Modell . . . . .	40	(212)
A-33	Renten bei unterjährlicher Verzinsung . . . . .	40	(212)
2	<i>Grundlagen der Investitionsrechnung</i> . . . . .	41	
A-34	Wahr oder falsch? . . . . .	41	(214)
A-35	Dominanz-Regeln . . . . .	42	(215)
A-36	Vergleichbarkeit von Handlungsalternativen . . . . .	42	(216)
A-37	Konsumprämissen und Entscheidungsalternativen . . . . .	43	(216)
A-38	Student S . . . . .	43	(218)
A-39	Studentin T . . . . .	44	(221)
A-40	Investor V . . . . .	44	(227)
A-41	Vollständiger Finanzplan . . . . .	45	(230)
3	<i>Vermögensmehrwertmethoden</i> . . . . .	46	
A-42	Wahr oder falsch? . . . . .	46	(231)
A-43	Kapitalwert und Rentenrechnung . . . . .	47	(232)
A-44	Zieltypen der Investitionsrechnung . . . . .	48	(234)
A-45	Zieltypen der Investitionsrechnung . . . . .	48	(235)
A-46	Kapitalwert und Endvermögen . . . . .	49	(242)
A-47	Unternehmer U . . . . .	49	(243)
A-48	Rentinvest 750 . . . . .	50	(246)
A-49	Unvollkommener Kapitalmarkt . . . . .	50	(248)
A-50	Flipper-Leasing . . . . .	51	(250)
A-51	Kapitalwert oder Annuität? . . . . .	51	(254)
A-52	Zahlungsreihen und Renditen . . . . .	52	(258)
A-53	Rendite-Märchen . . . . .	52	(260)
A-54	Kapitalwert, Annuität und interner Zins . . . . .	52	(262)
A-55	Kreditauswahl . . . . .	53	(266)
A-56	Kompatibilität der Baldwin-Rendite . . . . .	53	(269)
A-57	Kapitalwert und Baldwin-Rendite I . . . . .	54	(270)
A-58	Kapitalwert und Baldwin-Rendite II . . . . .	55	(271)
A-59	Entscheidungskriterien . . . . .	55	(272)
A-60	Auswahlentscheidungen . . . . .	56	(276)
A-61	Sollzinssatzmethoden . . . . .	56	(277)
4	<i>Statische Methoden</i> . . . . .	57	
A-62	Wahr oder falsch? . . . . .	57	(280)
A-63	Break and Even KG . . . . .	59	(281)
A-64	Unternehmer Mikost . . . . .	59	(287)
A-65	Amort GmbH und Co. KG . . . . .	59	(290)
A-66	Rentabilitäts-Varianten . . . . .	60	(294)
A-67	Rentabilitätsmaße ex-post . . . . .	60	(297)
5	<i>Investitionsrechnung mit Gewinnen</i> . . . . .	64	
A-68	Wahr oder falsch? . . . . .	64	(298)
A-69	Periodisierung von Zahlungen . . . . .	65	(299)



A-70	Investitionsrechnung mit Gewinnen? . . . . .	65	(300)
A-71	GAP AG . . . . .	66	(302)
A-72	Kapitalflussrechnung . . . . .	67	(304)
A-73	Kapitalbindung bei Mischfinanzierung . . . . .	68	(305)
6	<i>Erfolgsteuern in der Investitionsrechnung</i> . . . . .	69	
A-74	Wahr oder falsch? . . . . .	69	(307)
A-75	Barwert einer unendlichen Rente nach Steuern . . . . .	70	(308)
A-76	Steuerliche Verzerrungen . . . . .	71	(309)
A-77	Standardmodell mit Ertragsteuern . . . . .	71	(309)
A-78	Entscheidungswirkung der Besteuerung . . . . .	72	(312)
A-79	Standardmodell mit Ertragsteuern III . . . . .	72	(313)
A-80	Steuerwirkung und deren Ursachen . . . . .	73	(315)
A-81	Finanzplansudoku (leicht) . . . . .	74	(319)
A-82	Finanzplansudoku (mittel) . . . . .	74	(320)
A-83	Finanzplansudoku (schwer) . . . . .	75	(322)
A-84	Standardmodell mit Ertragsteuern und Konsumpläne . . . . .	75	(324)
A-85	Investitionsentscheidung . . . . .	76	(326)
A-86	Kapitalwert nach Steuern . . . . .	76	(327)
A-87	Investitionsrechnung mit Steuern . . . . .	77	(328)
A-88	Mark Schagall . . . . .	77	(332)
A-89	Finanzierungsfälle . . . . .	78	(335)
A-90	Weinfall . . . . .	79	(336)
A-91	Standardmodell mit Ertragsteuern . . . . .	79	(338)
A-92	Baldwin-Rendite nach Steuern . . . . .	80	(339)
A-93	Kapitalwert und Baldwin-Rendite nach Steuern . . . . .	81	(340)
A-94	Entnahmemaximierung und Besteuerung . . . . .	81	(342)
A-95	Endvermögens- und Entnahmemaximierung . . . . .	81	(344)
A-96	Endvermögensmaximierung und Entnahmemaximierung . . . . .	82	(348)
A-97	Besteuerung von Veräußerungsgewinnen . . . . .	83	(352)
A-98	Steuersatzänderungen . . . . .	83	(353)
A-99	Ertragswertabschreibung . . . . .	84	(353)
A-100	Alternative Abschreibungspläne . . . . .	85	(357)
A-101	Alternative Steuersätze . . . . .	85	(359)
A-102	Steuerparadoxon bei diskreten Steuersätzen . . . . .	86	(362)
A-103	Bauunternehmung Para und Dox OHG . . . . .	87	(365)
A-104	Steuerparadoxon-Thesen . . . . .	87	(366)
7	<i>Verhinderung von Steuerwirkungen</i> . . . . .	89	
A-105	Wahr oder falsch? . . . . .	89	(369)
A-106	Auswirkungen auf den ökonomischen Gewinn . . . . .	89	(369)
A-107	Neutrale Steuersysteme . . . . .	90	(370)
A-108	Crown Copper Corporation . . . . .	90	(374)
A-109	Besteuerung des ökonomischen Gewinns . . . . .	92	(377)
A-110	Zinsbereinigte Einkommensteuer und Verlustverrechnung . . . . .	92	(379)



A-111	Besteuerung des ökonomischen Gewinns . . . . .	93	(381)
A-112	Neutrale Steuersysteme und Vermögensrentabilität . . . . .	93	(382)
A-113	Ökonomischer Gewinn und Baldwin-Rendite . . . . .	94	(385)
A-114	Zinsbereinigte Einkommensteuer . . . . .	94	(385)
A-115	Zinsbereinigte Einkommensteuer umfassend . . . . .	94	(388)
8	<i>Anwendungsfälle für das Standardmodell mit Ertragsteuern</i>	96	
A-116	Wahr oder falsch? . . . . .	96	(395)
A-117	Standardmodell mit Ertragsteuern . . . . .	98	(397)
A-118	Entschädigungsfall . . . . .	98	(398)
A-119	Stüfwaren-Vertriebs-GmbH . . . . .	99	(399)
A-120	Leasing mal anders . . . . .	100	(402)
A-121	Kaufäquivalente Leasingrate . . . . .	100	(403)
A-122	Kauf versus Leasing . . . . .	101	(404)
A-123	Vorteilhaftigkeit und Verbuchung des Leasing . . . . .	101	(406)
A-124	Leasing mit Kaufoption . . . . .	102	(409)
A-125	Leasing umfassend . . . . .	102	(410)
A-126	Leasing sehr umfassend . . . . .	104	(415)
A-127	Zinsanteil beim Leasing . . . . .	104	(419)
A-128	Subventionswerte . . . . .	105	(426)
A-129	Zeiteffekt der Besteuerung im Fall von Rückstellungen . . . . .	106	(428)
A-130	Steuerliche Wirkung von Rückstellungen . . . . .	106	(429)
A-131	Finanzielle Wirkungen von Rückstellungen . . . . .	106	(429)
A-132	Rückstellungen und Verlustverrechnungsbeschränkungen . . . . .	107	(432)
A-133	Alternative Steuersysteme . . . . .	108	(433)
A-134	Mitarbeiterbeteiligung . . . . .	108	(433)
A-135	Zero-GmbH . . . . .	109	(435)
A-136	Vorteilhaftigkeit von Finanzanlagen . . . . .	110	(438)
A-137	Altersvorsorge . . . . .	110	(439)
A-138	Xaver Luck . . . . .	111	(441)
A-139	Effektivverzinsung . . . . .	111	(443)
A-140	Genau oder ungenau? . . . . .	112	(443)
A-141	Fremdfinanzierung . . . . .	112	(444)
A-142	Alternative Darlehensformen nach Steuern . . . . .	112	(446)
A-143	Vorteilhaftigkeit von Finanzierungsalternativen . . . . .	113	(449)
A-144	Disagio . . . . .	114	(452)
A-145	Immobilienfinanzierung . . . . .	114	(455)
A-146	Fremdfinanzierung . . . . .	115	(456)
A-147	Vorfälligkeitsentschädigung . . . . .	115	(460)
9	<i>Standardmodell für Kapitalgesellschaften und Grenzpreisermittlung</i>	117	
A-148	Wahr oder falsch? . . . . .	117	(463)
A-149	Maximale Ausschüttung und Entnahme . . . . .	118	(464)
A-150	Grenzpreis des Käufers und Besteuerung . . . . .	119	(475)
A-151	Ermittlung von Käufergrenzpreisen . . . . .	119	(477)



A-152	Grundlagen der Grenzpreisermittlung . . . . .	120	(478)
A-153	Grenzpreis im Fall $TW = BW < GP$ . . . . .	120	(482)
A-154	Grenzpreis im Fall $GP > TW$ . . . . .	121	(484)
A-155	Grenzpreis des Käufers und Verkäufers . . . . .	121	(486)
A-156	Grenzpreisermittlung und Transaktionshemmnisse . . . . .	122	(488)
A-157	Einfache Grenzpreisermittlung im Fall $GP > TW$ . . . . .	123	(492)
A-158	Unbestimmte Lage des Grenzpreises . . . . .	123	(494)
A-159	Grenzpreisermittlung für Helmut . . . . .	124	(496)
A-160	Grenzpreisermittlung mal einfach . . . . .	125	(497)
10	<i>Wachstum, Inflation, optimale Nutzungsdauer und Ersatzzeitpunkt</i>	126	
A-161	Wahr oder falsch? . . . . .	126	(498)
A-162	Nominalzins und Realzins . . . . .	129	(500)
A-163	Investitionsrechnung mit Inflation . . . . .	129	(501)
A-164	Kalte Progression . . . . .	129	(501)
A-165	Inflatorische Lücke . . . . .	130	(502)
A-166	Immobilienfinanzierung . . . . .	131	(506)
A-167	Fremdfinanzierung und Inflation . . . . .	131	(507)
A-168	Wachsende Mieterträge . . . . .	132	(508)
A-169	Bestimmung der optimalen Nutzungsdauer . . . . .	132	(508)
A-170	Optinutz-GmbH . . . . .	133	(511)
A-171	Optimale Nutzungsdauer und optimaler Ersatzzeitpunkt . . . . .	133	(513)
A-172	Optimaler Ersatzzeitpunkt mit Steuern . . . . .	134	(515)
11	<i>Optimales Investitionsprogramm</i>	135	
A-173	Wahr oder falsch? . . . . .	135	(517)
A-174	Optimales Investitionsprogramm . . . . .	136	(517)
A-175	Simultane Investitions- und Finanzierungsplanung . . . . .	136	(519)
A-176	Optigramm AG . . . . .	137	(521)
12	<i>Investitionsrechnung unter Unsicherheit</i>	138	
A-177	Wahr oder falsch? . . . . .	138	(524)
A-178	Wahr oder falsch? . . . . .	138	(524)
A-179	Ungewiss AG . . . . .	139	(525)
A-180	Dominanzprinzipien . . . . .	139	(526)
A-181	Wahr oder falsch? . . . . .	140	(527)
A-182	Wind-Energent . . . . .	141	(528)
A-183	Reagibilitätsanalyse . . . . .	141	(529)
A-184	Unsichere Zahlungsüberschüsse . . . . .	142	(530)
A-185	Wahr oder falsch? . . . . .	142	(531)
A-186	Fernweh AG . . . . .	143	(532)
A-187	Investitionsrechnung unter Unsicherheit . . . . .	145	(536)
A-188	Grenzpreisermittlung unter Unsicherheit . . . . .	146	(537)
A-189	Mode AG . . . . .	147	(539)



<b>TEIL III</b>	<b>ÜBUNGSKLAUSUREN</b>	<b>149</b>	
	<i>Übungsklausur 1</i>	151	(543)
	A-1 Zinsrechnung	151	(543)
	A-2 Tilgungsrechnung	151	(544)
	A-3 Ertragswertrechnung	152	(545)
	<i>Übungsklausur 2</i>	153	(546)
	A-1 Profitabilitätsrechnung	153	(546)
	A-2 Grundlagen der Investitionsrechnung	154	(548)
	A-3 Optimale Handlungsalternative	155	(550)
	<i>Übungsklausur 3</i>	156	(551)
	A-1 Investitionsrechnung mit Steuern	156	(551)
	A-2 Leasing	157	(553)
	A-3 Neutrale Steuersysteme	158	(554)
	<i>Übungsklausur 4</i>	159	(557)
	A-1 Aussagenüberprüfung	159	(557)
	A-2 Investitionsrechnung mit Gewinnen	160	(558)
	A-3 Grenzpreise	161	(562)
	<i>Übungsklausur 5</i>	162	(564)
	A-1 Optimale Nutzungsdauer	162	(564)
	A-2 Wirkungen von Abschreibungen	162	(565)
	A-3 Optimaler Ersatzzeitpunkt mit Steuern	163	(567)
<b>TEIL IV</b>	<b>LÖSUNGEN DER ÜBUNGSAUFGABEN</b>	<b>165</b>	
<b>TEIL V</b>	<b>LÖSUNGEN DER ÜBUNGSKLAUSUREN</b>	<b>541</b>	
<b>TEIL VI</b>	<b>KURZLÖSUNGEN</b>	<b>569</b>	
	<i>Kurzlösungen der Übungsaufgaben</i>	571	
	<i>Kurzlösungen der Übungsklausuren</i>	581	
<b>TEIL VII</b>	<b>VERZEICHNISSE</b>	<b>583</b>	
	<i>Abkürzungs- und Symbolverzeichnis</i>	585	
	<i>Literaturverzeichnis</i>	587	

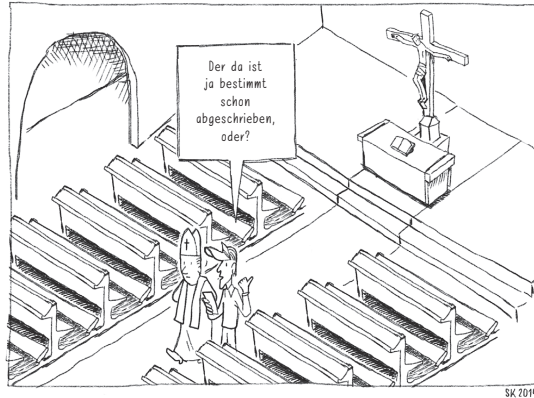




TEIL I  
PROLOG



BESTANDSAUFNAHME IN DER KIRCHE



Quelle: Schanz, Sebastian/Koschmieder, Simon (2014): *Humoristische Zeichnungen zum Betrieblichen Rechnungswesen*, Selbstverlag, Bayreuth, ISBN 978-3-00-047631-0, Seite 12.

# 0 Features

## ÜBUNGSAUFGABEN

- Verweis auf die Seite, auf der sich die Lösung befindet.
- Schwierigkeitsgrad der Aufgabe (\* = leicht, \*\* = mittel, \*\*\* = schwer)
- Fortlaufende Nummer der Übungsaufgabe
- Themengebiet der Übungsaufgabe

(215) \*\* **Aufgabe 43** Sollzinssatzmethoden  
 Sollzinssatzmethoden berechnen den kritischen Sollzinssatz, der maximal gelten darf, damit Indifferenz zwischen Durchführung und Unterlassung der Investition besteht. Bei dieser Aufgabe sollen Sie die zwei wesentlichen Sollzinssatzmethoden auf ein konkretes Beispiel anwenden.  
 Gegeben sei der Zahlungsvektor  $Z = (-100; 80; -50; 150; 20)$ .

a) Ermitteln Sie den kritischen Sollzinssatz im Fall des Kontenausgleichsver-

A-45

- Beschreibung, was die Übungsaufgabe bezwecken soll (Lernziel)
- Daumenregister mit Verweis  
 A = Aufgabe  
 L = Lösung Aufgabe  
 K = Klausur  
 LK = Lösung Klausur

## BUCHUNGSSÄTZE

• Nummer des Buchungssatzes

[B-183]	Fuhrpark		900 EUR	
	Bank		119 EUR	
	Vorsteuer		171 EUR	
	an	Maschinen		1 000 EUR
		Umsatzsteuer		190 EUR

• Konten im Soll (links)  
 • Konten im Haben (rechts)  
 • Beträge im Soll (links)  
 • Beträge im Haben (rechts)





TEIL II  
ÜBUNGS-AUFGABEN





© Prof. Dr. Sebastian Schanz

# 1 Grundlagen der Finanzmathematik

📍 (167)\* **Aufgabe 1** Wahr oder falsch?



Dieser Aufgabentypus prüft im Antwort-Wahl-Verfahren, ob Sie die Grundlagen der Finanzmathematik im Wesentlichen verstanden haben.

Sind die nachstehenden Aussagen wahr oder falsch?

Begründen Sie Ihre Antwort *kurz*!


	<i>wahr</i>	<i>falsch</i>
1. Nach der neoklassischen Investitionstheorie streben rationale Individuen nach Gewinnmaximierung!	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2. Der Zinssatz kann auch als Zeitpräferenzrate interpretiert werden.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3. Die »Umrechnung« von zukünftigen Zahlungen auf »heute« erfolgt durch Diskontierung.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4. Wird ein Betrag von 1 000 EUR zu 10% angelegt, so beträgt das Kapital am Ende der Laufzeit von 2 Jahren bei einfacher Verzinsung 1 200 EUR.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5. »Vorschüssige Rente« bedeutet, dass eine konstante Zahlung zu Beginn einer Periode anfällt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6. Der Barwert einer vorschüssigen Rente ist c. p. immer höher als der Barwert einer nachschüssigen Rente.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
7. Die Summe der Zinszahlungen über die Laufzeit eines Kredits ist beim Fälligkeitsdarlehen höher als beim Annuitätendarlehen bei sonst gleichen Konditionen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
8. Wird ein Betrag von 1 000 EUR zu 10% angelegt, so beträgt das Kapital am Ende der Laufzeit von 2 Jahren bei Zinseszinsrechnung 1 210 EUR.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
9. Eine Zahlung von 110 EUR um ein Jahr diskontiert, hat bei einem Zinssatz von 10% den Wert von 100 EUR.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
10. Fälligkeitsdarlehen bedeutet, dass alle Zinszahlungen am Ende der Laufzeit des Darlehens fällig sind.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
11. Tilgungsdarlehen bedeutet, dass das Darlehen, über die Laufzeit verteilt, durch im Voraus festgelegte Beträge getilgt wird.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
12. Beim Annuitätendarlehen wird das Darlehen in eine Rente zerlegt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
13. Beträgt der Zinssatz 0%, entspricht der Barwert einer vorschüssigen Rente dem Barwert einer nachschüssigen Rente bei sonst gleichen Parametern.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
14. Der Barwert einer unendlichen Rente von 100 EUR beträgt bei einem Zinssatz von 10% gerade 1 000 EUR.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
15. Der Tilgungsanteil einer Rente in $t=2$ ergibt sich aus der Differenz der Barwerte der Rente aus $t=1$ und $t=2$ .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
16. Der ökonomische Gewinn ergibt sich aus der Verzinsung des Ertragswerts in $t=0$ .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



		<i>wahr</i>	<i>falsch</i>
17.	Die letzte Zahlung einer jährlich vorschüssigen Rente mit 10 Zahlungszeitpunkten findet in $t = 10$ statt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
18.	Den Barwert einer wachsenden endlichen Rente kann man nicht bestimmen, wenn die Wachstumsrate dem Zinssatz entspricht.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
19.	Der Barwert einer ewigen jährlich nachschüssigen Rente von 2 EUR beträgt 20 EUR bei einem Zinssatz von 10%.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
20.	Der Barwert einer ewigen jährlich vorschüssigen Rente von 4 EUR beträgt 104 EUR bei einem Zinssatz von 4%.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
21.	Der Zeitraum einer jährlich vorschüssigen Rente mit $n = 5$ Zahlungszeitpunkten beträgt 4 Jahre.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
22.	Für die ewige jährlich nachschüssige Rente gilt: Je höher der Zinssatz desto höher der Barwert der Rente.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
23.	Bei einem Zinssatz von 0% entspricht die Summe der Rentenzahlungen dem Barwert der Rentenzahlungen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
24.	Der effektive Jahreszins bei einem nominellen Jahreszins von 12% und monatlich nachschüssigen Zinsterminen beträgt im Fall der Zinseszinsrechnung 12,68%.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
25.	Der Zinsanteil der Rente in $t = 5$ ergibt sich durch die Differenz der Barwerte der Rente aus $t = 4$ und $t = 5$ . Es gilt demnach: $ZIA_5 = K_4 - K_5$ .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
26.	Der Tilgungsanteil der Rente in $t = 5$ ergibt sich durch den Abzug des Zinsanteils von der Rente, mithin durch $TIL_5 = r - i \times K_4$ .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
27.	Mit der Zins- und Rentenrechnung lassen sich nicht uniforme Zahlungsreihen in barwertäquivalente uniforme Zahlungsreihen transformieren.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
28.	Wenn die Annuität 25 EUR beträgt und der durchschnittliche Zinsanteil 5 EUR beträgt, dann ergibt bei einer Laufzeit von fünf Jahren der Nennwert des Kredits 100 EUR.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
29.	Wenn die Summe der nachschüssigen Annuitäten 110 EUR beträgt und der Zinssatz 10% beträgt, dann ergibt der Nennwert des Kredits in $t = 0$ bei einer Laufzeit von fünf Jahren $\frac{110}{1,1} = 100$ EUR.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
30.	Wenn eine nachschüssige ewige Rente in $t = 9$ beginnt, dann wird der Barwert der Rente mit der Formel $\frac{r}{i}$ auf den Zeitpunkt $t = 8$ bestimmt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
31.	Bei gleichem nominellen Jahreszins ist das Endvermögen des Kapitals bei Zinseszinsen immer höher als bei einfacher Verzinsung (c. p.).	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>





 (168) \* **Aufgabe 2** *Zeitwert des Geldes*



Nach Bearbeiten dieser Aufgabe kennen Sie die grundlegende Definition einer Investition, verstehen, welche Größen in die Investitionsrechnung Eingang haben und können zu unterschiedlichen Zeitpunkten anfallende Zahlungen durch konkrete Berechnung vergleichbar machen.

- Erläutern Sie kurz, welche Größen Eingang in die Investitionsrechnung haben. Was versteht man in diesem Kontext unter dem Begriff der »Zielgröße« für Investoren?
- Was versteht man allgemein unter einer »Investition«?
- Welche Rolle spielt der zeitliche Anfall von Zielgrößen bei der Investitionsrechnung?
- Wie werden Zahlungen konkret auf einen Referenzzeitpunkt umgerechnet? Welche Informationen werden dazu benötigt? Zeigen Sie die Vorgehensweise bei der Umrechnung, indem Sie einen Betrag von 300 EUR (500 EUR), der in  $t=0$  ( $t=3$ ) anfällt, auf den Entscheidungszeitpunkt (Referenzzeitpunkt)  $t=3$  ( $t=0$ ) umrechnen. Der Zinssatz betrage 10% pro Periode.

 (170) \* **Aufgabe 3** *Konsum heute oder morgen?*



In Aufgabe 3 soll die in Aufgabe 2 erarbeitete Theorie auf ein konkretes Beispiel angewendet werden.

Die Studierende Rosa Beha bekommt von ihrer Großmutter ein Geldgeschenk in Aussicht gestellt. Die Großmutter bietet ihr an, heute 100 EUR zu schenken oder aber nächstes Jahr 105 EUR zu schenken.

- Wie hoch dürfte Rosas Zeitpräferenzrate höchstens sein, damit Sie gerade noch bereit ist, die 105 EUR nächstes Jahr in Empfang zu nehmen?
- Angenommen, eine Tafel Schokolade kostet 1 EUR. Die Zinsen auf Fremdkapital betragen 2%. Wie viele Tafeln Schokolade könnte Rosa kaufen wenn Sie das Geld heute (nächstes Jahr) annimmt?
- Angenommen, der Fremdkapitalzins beträgt 10%. Welche Wahl trifft Rosa wenn sie heute konsumieren möchte? Begründen Sie Ihre Antwort!

 (171) \*\* **Aufgabe 4** *Einfache Verzinsung*



Hier sollen Sie durch Anwendung der Ausgangsparameter: Anfangskapital  $K_0$ , Zinssatz  $i$ , Laufzeit  $n$  und Endkapital  $K_n$ , Aufgaben zur einfachen Verzinsung lösen.

- Das Anfangskapital beträgt 100 EUR und verzinst sich einfach mit 5% über 10 Jahre. Wie hoch ist das Endkapital?
- Das Endkapital bei einer Laufzeit von 5 Jahren und einem Zinssatz von 7% beträgt 765 EUR. Welcher Betrag wurde bei einfacher Verzinsung angelegt?
- Das Anfangskapital beträgt 50 EUR, das Endkapital beträgt bei einer Laufzeit von 6 Jahren 100 EUR. Wie hoch ist der Zinssatz bei einfacher Verzinsung?
- Es werden 520 EUR zu einem Zinssatz von 8% einfach verzinst. Das Endkapital beträgt 686,40 EUR. Ermitteln Sie die Laufzeit im Fall der einfachen Verzinsung!



📍 (171) \*

**Aufgabe 5** *Einfache Verzinsung und unterjährliche Verzinsung*

Während Aufgabe 4 ausschließlich jährliche Zinszahlungen unterstellt, erweitert diese Aufgabe Anzahl der Zinstermine bzw. zeigt, wie man bei Abständen von Zinstermen rechnet, die kürzer als ein Jahr sind.

- Klaus Thaler nimmt bei Kai Mauer einen Kredit über 1 000 EUR über 5 Jahre auf. Die beiden Parteien vereinbaren vierteljährliche Zinszahlungen. Der nominelle Jahreszinssatz beträgt 12%. Wie viel muss Thaler am Ende der Laufzeit bei einfacher Verzinsung zahlen, wenn bis dahin keine Tilgungen vorgenommen werden und die Zinsen erst am Ende der Laufzeit bezahlt werden?
- Welchen Wert hat ein Kapital in  $t=0$  bei einfacher Verzinsung, wenn es i. H. v. 2 500 EUR in 3 Jahren versprochen wird und der monatliche Zinssatz 0,5% beträgt?
- Bestimmen Sie die Laufzeit, wenn 500 EUR in  $t=0$  zu einem halbjährlichen Zins von 2,5% bei einfacher Verzinsung angelegt werden und das Kapital am Ende der Laufzeit 850 EUR beträgt.
- Welcher Zinssatz wird bei einfacher Verzinsung unterstellt, wenn 100 EUR bei vierteljährlichen Zinstermen über 10 Jahre angelegt werden und das Kapital dann 900 EUR beträgt?

📍 (172) \*\*

**Aufgabe 6** *Zinsrechnung*

Bei dieser Übung sollen Sie durch Anwendung der Ausgangsparameter: Anfangskapital  $K_0$ , Zinssatz  $i$ , Laufzeit  $n$  und Endkapital  $K_n$ , verschiedene Beispiele zur Zinseszinsrechnung lösen.

- Welcher Betrag ergibt sich nach 7 Jahren, wenn ein Betrag von 900 EUR zu einem Zinssatz von 4% angelegt wird?
- Auf Ihrem Konto befinden sich 10 000 EUR, die in den ersten 5 Jahren mit 2,5% und in den weiteren 3 Jahren mit 5% verzinst werden. Welchen Betrag haben Sie am Ende des Jahres 8 auf Ihrem Konto, wenn Sie bis dahin kein Geld abheben?
- Ihre Kapitalmarktanlage beträgt 12 000 EUR in  $t=0$ , 15 000 EUR in  $t=5$  und 18 000 EUR in  $t=8$ . Ermitteln Sie den Zinssatz für die ersten 5 Jahre sowie den Zinssatz für die weiteren 3 Jahre. Wie hoch ist der Zinsertrag in  $t=6$ ?
- Ein zu Beginn eines Jahres bei jährlicher Verzinsung von  $i\%$  angelegtes Kapital von 1 000 EUR ist nach 7 Jahren auf 1 430,72 EUR und nach  $n$  weiteren Jahren auf 1 847,84 EUR angewachsen.
  - Berechnen Sie  $i$  und  $n$ !
  - Wie hoch ist die Zinsgutschrift im 7. Jahr und im  $(7+n)$ -ten Jahr?
- Schreiben Sie zu der folgenden Aufgabe den Lösungsweg formal auf und berechnen Sie das Ergebnis!  
Wie groß ist das Kapital in  $t=0$  ( $K_0$ ), das nach 24 Jahren zu  $i=5\%$  verzinst auf  $K_{24}=24\,000$  EUR anwächst?



 (174) \*\*

**Aufgabe 7** Zinseszinsen und unterjährliche Verzinsung


Aufgabe 7 stellt das Analogon zu Aufgabe 5 dar, allerdings bei Zinseszinsen.

- Bestimmen Sie den effektiven Zinssatz, wenn der nominelle Jahreszins 10% beträgt und monatliche Zinstermine vereinbart wurden. Runden Sie auf vier Nachkommastellen!
- Erkan Alles hat 1 000 EUR in eine Anleihe mit vierteljährlichem Zinstermin investiert. Die Zinsen bleiben jeweils stehen und verzinsen sich mit. Der vierteljährliche Zinssatz beträgt 2%. Welchen Betrag bekommt Erkan Alles nach 5 Jahren unter diesen Bedingungen ausbezahlt?
- Ein Festgeld von 1 200 EUR wird über 6 Jahre bei halbjährlichen Zinstermen angelegt und hat nach 6 Jahren einen Wert von 1 613,87 EUR. Bestimmen Sie den nominellen und effektiven Jahreszins! Runden Sie kaufmännisch auf vier Nachkommastellen!
- Wie viele Jahre müsste man bei Zinseszinsrechnung ein Festgeld von 1 800 zu einem vierteljährlichen Zins von 1% anlegen, damit man am Ende 2 474,89 EUR erhält?
- Ken Tucky muss Steuern inklusive Zinsen nachzahlen. Der Nachzahlungsbetrag enthält Zinsen i. H. v. 10 242,46 EUR, die in einem Zeitraum von 10 Jahren aufgelaufen sind. Wie hoch ist der geschuldete Steuerbetrag, wenn die Finanzverwaltung einen monatlichen Zinssatz von 0,5% bei Zinseszinsen unterstellt hat?

 (175) \*\*

**Aufgabe 8** Inanspruchnahme eines Skontos


Die vorliegende Aufgabe stellt einen konkreten Anwendungsfall der Zinseszinsrechnung dar. Die Aufgabe zeigt gleichzeitig, wie bei der Frage nach der Vorteilhaftigkeit der Inanspruchnahme eines Skontos vorzugehen ist.

Wir kaufen am 1. März Waren für 1 000 EUR (die Umsatzsteuer ist zu vernachlässigen) zu den Modalitäten: Innerhalb von 7 Tagen 2% Skonto, innerhalb von 21 Tagen netto Kasse. Zur Inanspruchnahme des Skontos müssten wir einen (Kontokorrent-)Kredit zu einem Zinssatz von 15% per annum (p. a.) aufnehmen, den wir nach 21 Tagen, am 22. März, wieder zurückzahlen. Verwenden Sie bei Ihren Berechnungen die Act/Act-Methode (tagesgenaue Methode; das Jahr hat 365 Tage) und gehen Sie davon aus, dass die Wertstellung beim Zahlungsempfänger am selben Tag erfolgt wie der Abgang beim Zahlenden.

- Werden wir das Skonto in Anspruch nehmen?
- Wie lange könnten wir den Kredit maximal in Anspruch nehmen, damit wir indifferent sind zwischen Inanspruchnahme und nicht Inanspruchnahme des Skontos?

 (175) \*

**Aufgabe 9** Einstieg in die Rentenrechnung



Aufgabe 9 zeigt die Verknüpfung der Zinsrechnung und der Rentenrechnung auf. Es wird deutlich, dass die Rentenrechnung ein Spezialfall der Zinsrechnung darstellt.



Ihre geliebte Erbtante möchte Ihr erworbenes Wissen auf die Probe stellen, indem sie Ihnen folgende alternative Geburtstagsgeschenke anbietet:

- Einmalbetrag von 600 EUR sofort,
- drei jährliche Zahlungen von je 230 EUR,
- eine Einmalzahlung von 200 EUR und 470 EUR in drei Jahren oder
- eine Einmalzahlung in drei Jahren in Höhe von 700 EUR.

Welche Alternative wählen Sie bei einem Zinssatz von 6%?


 (175) \* **Aufgabe 10** Maximale Rente



Mit dieser Übungsaufgabe können Sie überprüfen, ob Sie die Formeln der Rentenrechnung zur Ermittlung von Endvermögen einer Rente anwenden können.

Angenommen Sie legen für einen Zeitraum von 11 Jahren jährlich 300 EUR zu einem Zinssatz von 6% an. Ermitteln Sie das Endvermögen für eine

- vorschüssige Rente,
- nachschüssige Rente.

 (177) \* **Aufgabe 11** Rentenrechnung



Mit dieser Übungsaufgabe können Sie überprüfen, ob Sie die Formeln der Annuitätenrechnung anwenden können.

Auf Ihrem Bankkonto befinden sich 300 000 EUR. Ermitteln Sie die maximale Rente bei einem Zinssatz von 4%, die über einen Zeitraum von 15 Jahren

- nachschüssig,
- vorschüssig

vom Konto abgehoben werden kann!

 (177) \*\* **Aufgabe 12** Sparrate



Die Aufgabe zeigt am praktischen Fall der Lebensversicherung, welche Auswirkungen der Zinssatz und die Laufzeit auf das Verhältnis von Sparrate und Rente haben.

Angenommen Karl ist 30 Jahre alt. Er weiß mit Sicherheit, dass er mit 60 Jahren in Rente gehen wird. Er möchte eine jährliche nachschüssige Rente von 30 000 EUR haben.

- Wenn der Kapitalmarktzins 7% beträgt und über die Zeit konstant bleibt, welchen Betrag muss Karl in den nächsten 30 Jahren jährlich nachschüssig sparen, wenn er mit 85 Jahren stirbt?
- Angenommen Karl beginnt erst im Alter von 35 Jahren mit dem Sparen, geht aber trotzdem mit 60 in Rente. Welchen Betrag müsste Karl in diesem Fall in den nächsten 25 Jahren jährlich ansparen, um eine Rente von 30 000 EUR für den Rest seines Lebens zu gewährleisten?



🔔 (178) \*

**Aufgabe 13** Rentenrechnung

Die Betriebsveräußerung gegen Rentenzahlungen kommt in der Praxis durchaus vor. Die Aufgabe zeigt, wie die Indifferenz zwischen Einmalbetrag und Rentenzahlungen ermittelt wird.

André möchte seinen Betrieb veräußern. Ein Investor bietet ihm einmalig 500 000 EUR für den Betrieb. Allerdings zieht André eine jährliche Rente für die nächsten 20 Jahre vor. Angenommen, der Zinssatz beträgt 5%, welchen Betrag könnte der Investor jährlich maximal nachschüssig zahlen, um indifferent zwischen der Einmalzahlung und der Rente zu sein?

🔔 (178) \*\*

**Aufgabe 14** Lebenslanges Mietrecht

Die Aufgabe zeigt anhand eines realen Falls, wie Vorteilhaftigkeiten bei Rentenrechnungen ermittelt werden.

Ein pensionierter Mieter zahlt 12 000 EUR vorschüssige Miete im Jahr. Jemand bietet ihm ein lebenslanges Mietrecht für eine Einmalzahlung von 135 000 EUR an.

- Was würden Sie dem Mieter raten, wenn der Zinssatz 8% beträgt?
- Was wäre Ihr Rat bei einem Zinssatz von 10%?
- Bei welchem Zinssatz wäre der Mieter indifferent, wenn er weiß, dass er noch genau 25 Jahre leben wird?

🔔 (180) \*\*

**Aufgabe 15** Kaufpreis einer Immobilie

Die Übungsaufgabe zeigt an einem sehr vereinfachten Beispiel im Fall ohne Steuern, wie aus ökonomischer Sicht grundsätzlich Preise auf Basis der Rentenrechnung ermittelt werden. Der »Grenzpreis« ist dabei der Preis, bei dem Indifferenz zwischen Kauf und Nichtkauf besteht.

Angenommen Ihnen wird eine Immobilie im Herzen Bayreuths zum Kauf angeboten. Der Verkäufer teilt Ihnen mit, dass die (nachschüssigen) monatlichen, über den gesamten Planungszeitraum konstanten Mieteinnahmen, 4 000 EUR betragen. Welchen Preis (= Anschaffungskosten inkl. aller Gebühren wie Maklercourtage und Notarkosten) wären Sie jetzt bereit, maximal zu zahlen (Grenzpreis), wenn Sie planen, die Immobilie nach 20 Jahren zu veräußern, wobei Sie von einem sicheren Veräußerungspreis von 30 000 EUR in 20 Jahren ausgehen. Ihr Kalkulationszinssatz beträgt konstant  $i = 4\%$  p. a., Steuern sind zu vernachlässigen.

🔔 (181) \*

**Aufgabe 16** Maximale Entnahme

Hier sollen Sie zeigen, dass Sie eine unendliche Rente ermitteln können.

Angenommen Sie erben 120 000 EUR. Wenn der Zinssatz 3% beträgt, welchen Betrag könnten Sie jährlich bis in alle Unendlichkeit entnehmen?



📍 (181)\*\* **Aufgabe 17** Renten und Barwerte



Die Aufgabe befasst sich umfassend mit der Zins-, Renten- und Barwertrechnung.

- a) Eine Rente mit folgenden Eigenschaften

Zahlungsweise: *nachschüssig*  
 Zahlung pro Jahr: 1 000 EUR  
 Laufzeit: 15 Jahre  
 Kapitalisierungszinssatz: 6%

hat den Barwert: 9 712,25 EUR (bezogen auf den Beginn des 1. Jahres).  
 Ermitteln Sie den Barwert einer Rente unter den nachstehenden Voraussetzungen (bezogen auf den Beginn des 1. Jahres):

Zahlungsweise: *vorschüssig*  
 Zahlung pro Jahr: 1 000 EUR  
 Laufzeit: 16 Jahre  
 Kapitalisierungszinssatz: 6%

- b) Eine Rente mit folgenden Eigenschaften

Zahlungsweise: *nachschüssig*  
 Zahlung pro Jahr: 1 000 EUR  
 Laufzeit: 15 Jahre  
 Kapitalisierungszinssatz: 6%

hat den Barwert: 9 712,25 EUR (bezogen auf den Beginn des 1. Jahres).  
 Wie hoch ist der Barwert dieser Rente, wenn man ihn nicht auf den Anfang des ersten Jahres bezieht, sondern auf den Anfang des zweiten Jahres?

- c) Welchen Barwert (bezogen auf den Beginn des 1. Jahres) hat eine Rente mit folgenden Eigenschaften


Zahlungsweise: *vorschüssig*  
 Zahlung pro Jahr: *im ersten Jahr 1 000 EUR, in jedem weiteren Jahr steigt die Zahlung um 6%*  
 Laufzeit: 15 Jahre  
 Zinssatz: 6%

- d) Gemäß § 253 Abs. 2 HGB sind Rentenverpflichtungen zum Barwert zu passivieren. Ein Unternehmen hat eine ewige Rente in Höhe von 10 000 EUR pro Jahr zugesagt (die Voraussetzung »ewig« wurde nur deshalb gemacht, damit der Barwert einfacher zu berechnen ist).

Mit welchem Betrag ist diese Rentenverpflichtung zu passivieren, wenn ein Kapitalisierungszinssatz von 5% gewählt wird und wenn

- 1) die Rente nachschüssig gezahlt wird?
- 2) die Rente vorschüssig gezahlt wird?




 (183) \*\* **Aufgabe 18** Rentenrechnung



Analog zu Aufgabe 17 sollen Sie bei dieser Aufgabe zeigen, dass Sie mit der Rentenrechnung souverän umgehen können.

Ermitteln Sie

- den Barwert einer nachschüssigen Rente im Fall, dass gilt:  
 $n = 10, i = 0,1, r = 1\ 000$ , und  $w = 0$ ,
- den Endwert einer vorschüssigen Rente im Fall, dass gilt:  
 $n = 5, i = 0,05, r = 3\ 500$  und  $w = 0,02$ ,
- die Laufzeit einer nachschüssigen Rente im Fall, dass gilt:  
 $i = 0,05, r = 1\ 500, K_n = 30\ 000$  und  $w = 0$ .
- die Laufzeit einer vorschüssigen Rente im Fall, dass gilt:  
 $i = 0,1, r = 2\ 000, K_0 = 20\ 000$  und  $w = 0,05$ ,
- die nachschüssige Rente im Fall, dass gilt:  
 $i = 0,05, K_n = 50\ 000, n = 10$  und  $w = 0$ .

 (183) \* **Aufgabe 19** Ewige Rente




Sie sollen zeigen, dass die den Barwert einer vor- und nachschüssigen ewigen Rente berechnen können wenn die Rentenzahlungen sofort bzw. an einem in der Zukunft liegenden Zeitpunkt beginnen.

- Bestimmen Sie den Barwert einer ewigen Rente von 25 EUR bei einem Zinssatz von 4% wenn die Rente
  - nachschüssig
  - vorschüssig
 gezahlt wird.
- Ein Unternehmer rechnet mit folgenden nachschüssigen Zahlungen aus seinem Unternehmen. Der Zinssatz beträgt 10%.

$t$	$0$	$1$	$2$	$3$	$4$	$5$	$\dots$	$\infty$
$Z_t$	$100$	$100$	$100$	$100$	$120$	$120$	$\dots$	$120$

- Bestimmen Sie den Barwert der Zahlungen im Zeitpunkt  $t = 0$ !
- Welchen Anteil am Gesamtwert erklärt die ewige Rente?
- Ausgehend von 1): Bestimmen Sie den Barwert der gesamten Zahlungsreihe, wenn die Zahlungen ab  $t = 5$  jährlich um 2% wachsen und die Zahlung in  $t = 5$  das 1. Glied der wachsenden Reihe darstellt.
- Welchen Anteil am Gesamtwert erklärt die ewige Rente jetzt?

 (184) \* **Aufgabe 20** Tilgungsrechnung




Bei dieser Aufgabe sollen Sie zeigen, dass Sie die für die Kreditaufnahme und Rückzahlung erforderlichen Werte berechnen können.

Theo Dor benötigt einen Kredit i. H. v. 500 000 EUR zum Bau seines Eigenheims. Die Bank bietet ihm einen Kredit zu einem Zinssatz von 6% und einer Laufzeit von 10 Jahren an. Die Aufnahme des Darlehens erfolgt zum 1. 1. 2019.




- a) Ermitteln Sie die Annuität im Fall, dass der Kredit als Annuitätendarlehen aufgenommen wird.
- b) Ermitteln Sie Zins und Tilgung im 8. Jahr (2026), wenn es sich um ein
  - 1) Fälligkeitsdarlehen
  - 2) Tilgungsdarlehen mit konstanter halbjährlicher Zins- und Tilgungszahlung jeweils Ende Juni und Ende Dezember bzw. um ein
  - 3) Annuitätendarlehen handelt!


 (185) \*\* **Aufgabe 21** Tilgungsrechnung bei Damnum

 Die Aufgabe zeigt die buchhalterische Darstellung des Damnum unter Anwendung der Tilgungsrechnung.

Der Unternehmer Winzig finanziert zum 1. 1. 2019 über seine Hausbank eine Investition mit einer Anschaffungsauszahlung von 950 TEUR zu folgenden Konditionen: Auszahlung des Kredits zu 95%; Laufzeit = 4 Jahre. Zins und Tilgungszahlungen jeweils jährlich nachschüssig. Der Sollzinssatz beträgt 10%.


- a) Über welchen Nominalbetrag lautet der Kredit? Erläutern Sie die handelsrechtliche Behandlung des Damnums nach HGB!
- b) Ermitteln Sie die Abschreibung des Damnums in 2020 im Fall der
  - 1) linearen Abschreibung
  - 2) Abschreibung nach der Zinsstaffelmethode
  - 3) Abschreibung nach der Effektivzinsmethode ( $i^* = 12,52\%$ )
- c) Geben Sie für den Fall b)3) alle erforderlichen Buchungssätze in 2020 an!


 (189) \*\* **Aufgabe 22** Renate Rentner

 Für Zwecke der Rechnungslegung und der Besteuerung ist die Aufteilung von Renten in einen Zins- und Tilgungsanteil von Bedeutung. Nachstehend sollen Sie zeigen, dass Sie diese beiden Größen berechnen können.

Renate Rentner hat 30 Jahre lang jährlich nachschüssig 5 000 EUR in eine Kapitallebensversicherung eingezahlt. Der Kapitalmarktzins beträgt 5%.

- a) Welchen Betrag könnte die Versicherung an Renate Rentner über einen Zeitraum von 20 Jahren jährlich nachschüssig auszahlen?
- b) Ausgehend von a). Angenommen der Zinsanteil der Rente wird besteuert und der Steuersatz beträgt 50%. Welcher Betrag nach Steuern steht Renate Rentner in  $t = 5$  der Rentenphase zum Konsum zur Verfügung?

 (190) \* **Aufgabe 23** Transformation nicht uniformer Zahlungen

 Sie sollen die Rentenrechnung auf nicht uniforme Zahlungen anwenden.


Ein Unternehmer erzielt in den nächsten vier Jahren mit seinem Unternehmen folgende nachschüssige nicht uniforme Zahlungsreihe:

$t$	0	1	2	3	4
$Z_t$		22	41	-12	110

Wandeln Sie die nicht uniforme Zahlungsreihe in eine barwertäquivalente uniforme nachschüssige Zahlungsreihe bei einem Zinssatz von 10% um!





 (190) \*\* Aufgabe 24 Ertragswertrechnung



Die vorliegende Aufgabe prüft, ob Sie die wesentlichen Parameter der Ertragswertrechnung berechnen und interpretieren können.

Der Unternehmer Erhart Giebig (G) rechnet in den nächsten 5 Perioden mit folgenden sicheren Zahlungen:

$t$	0	1	2	3	4	5
$Z_t$		1 700	625	-900	150	3 150

Der Kapitalmarktzins beträgt 5%.

- Ermitteln Sie die Ertragswerte der Zahlungsreihe in den einzelnen Zeitpunkten! Legen Sie Ihren Rechenweg offen!
- Ermitteln Sie jeweils die Ertragswertabschreibung in den einzelnen Zeitpunkten und ermitteln Sie die Summe der Ertragswertabschreibungen über den Planungshorizont!
- Ist die Ertragswertabschreibung als planmäßige Abschreibung i. S. d. § 253 Abs. 3 Satz 1 HGB zulässig? Begründen Sie Ihre Antwort!
- Zeigen Sie, dass bei der Entnahme des ökonomischen Gewinns der Ertragswert am Ende des Planungshorizonts dem Ertragswert in  $t=0$  entspricht.
- Erläutern Sie formal, welche Bedingungen in Bezug auf den Zahlungsüberschuss der Periode vorliegen muss, damit der Ertragswert von einer Periode auf die andere Periode
  - konstant bleibt
  - sinkt bzw.
  - steigt.
- Giebig verfügt in  $t=0$  über Barmittel i. H. v. 100 TEUR. Ermitteln Sie die Ertragswertabschreibung am Ende jeder Periode im Fall, dass Giebig die 100 TEUR in eine festverzinsliche Kapitalmarktanlage mit einem Zinssatz von 5% und einer Laufzeit von 5 Perioden investiert.

 (193) \*\* Aufgabe 25 Berechnung des Zinslaufs



Bei dieser Aufgabe sollen Sie rechtliche Grundlagen bei der Berechnung des Zinslaufs und der Höhe der Zinsen berücksichtigen. Zudem zeigt die Aufgabe die Auswirkung unterschiedlicher Praktiken der Ermittlung des Zinslaufs auf die Höhe des Zinssatzes. Bitte lesen Sie vor Bearbeitung der Aufgabe die §§ 187 und 188 BGB. Gesetzestexte finden Sie im Internet z. B. unter [dejure.org](http://dejure.org).

- Was versteht man unter einer Ereignisfrist, was unter einer Beginnfrist. Geben Sie jeweils ein Beispiel an.
- Johannes Beere nimmt am 29. Januar einen Kredit über 1 000 EUR zu einem Jahreszins von 7% auf, der zu 100% ausbezahlt wird. Der Kredit wird am 3. März wieder zurückbezahlt. Ein Schaltjahr liegt nicht vor. Wie hoch sind die von Beere zu zahlenden Zinsen wenn die Zinsen nach der 1) 30/360 (Deutsche Methode), 2) act/360 (Französische Methode),

- 3) act/365 (Englische Methode) bzw. der 4) act/act (Exakte Methode) berechnet werden?
- c) Karl Kulator kauft einen Plasmabildschirm für 10 000 EUR. Die Zahlung ist am 3. 4. 2018 fällig. Ermitteln Sie die Verzugszinsen, die dem Karl am 31. 10. 2019 in Rechnung gestellt werden dürfen. Vernachlässigen Sie die Umsatzsteuer. Gehen Sie bei der Berechnung des Zinslaufs von der Deutschen Methode aus. Der Basiszins betrage bis zum 30. 6. 2018  $-0,5\%$ , ab dem 1. 7. 2018 bis zum 30. 6. 2019  $-0,7\%$  und ab dem 1. 7. 2019  $-1\%$ .


 (194) \*\* **Aufgabe 26** Tilgungsrechnung und Steuern



Für steuerliche Zweck existiert im Fall der Veräußerung von Vermögensobjekten gegen eine Rente ein Wahlrecht wonach man entweder die Differenz zwischen Barwert der Rente und dem »Buchwert« des Vermögensobjekts sofort versteuern kann (Sofortversteuerung) oder die Steuern erst in Zukunft bezahlt, wenn die Summe der Tilgungszahlungen den »Buchwert« übersteigt (Zuflussversteuerung). Die Aufgabe zeigt, wie die steuerliche Belastung in den beiden Fällen konkret berechnet wird.

Rainer Zufall (R) hat vor Jahren eine Immobilie erworben. Jetzt, da er in Rente geht, veräußert er die Immobilie an Marie Anne (M). Der »Buchwert« der Immobilie beträgt zum Zeitpunkt des Verkaufs 100 TEUR. Da M nicht über ausreichend liquide Mittel verfügt, vereinbaren R und M, dass M den Kaufpreis in sechs nachschüssigen Raten i. H. v. jeweils 30 TEUR zu leisten hat. Die Raten sind jeweils am Jahresende fällig. Der Zinssatz beträgt 10%, der Steuersatz 40%.

- Erläutern Sie kurz den Nachteil für R bzw. den Vorteil für M bei dieser Vereinbarung.
- Ermitteln Sie die Steuerzahlung die R im Fall der Sofortversteuerung des Veräußerungsgewinns zu zahlen hätte.
- Wie hoch ist die Steuerzahlung des R im dritten Jahr, wenn R die Sofortversteuerung wählt?
- Ab welchem Jahr müsste R Steuern auf den Veräußerungsgewinn bezahlen, wenn er die Zuflussversteuerung wählt?
- Wie wird sich R entscheiden, wenn der Diskontierungszins 6% beträgt?

 (196) \*\* **Aufgabe 27** Parameter der Rentenrechnung



Bei dieser Aufgabe sollen Sie jeweils die fehlende Größe der Rentenrechnung ermitteln. Insgesamt werden alle der 32 Grundfälle der Rentenrechnung abgedeckt.

Bestimmen Sie in den nachstehenden Fällen jeweils den fehlenden Parameter. Entwickeln Sie dafür zunächst die allgemeine Formel zur Bestimmung dieses Parameters, sofern möglich. Die mit »\*« gekennzeichneten Fälle können nur durch Näherungsverfahren (z. B. Newton-Verfahren) gelöst werden.

- Nachschüssige Rente, barwertorientiert,  $w = 0$ 
  - $K_0 = ?$ ,  $r = 1$ ,  $i = 3\%$ ,  $n = 20$
  - $K_0 = 80$ ,  $r = ?$ ,  $i = 4\%$ ,  $n = 4$
  - \*3)  $K_0 = 100$ ,  $r = 12$ ,  $i = ?$ ,  $n = 10$



- 4)  $K_0 = 40, r = 5, i = 6\%, n = ?$
- b) *Nachschüssige Rente, endwertorientiert,  $w = 0$*
- 1)  $K_n = ?, r = 1, i = 3\%, n = 20$
  - 2)  $K_n = 80, r = ?, i = 4\%, n = 4$
  - \*3)  $K_n = 100, r = 8, i = ?, n = 10$
  - 4)  $K_n = 40, r = 5, i = 6\%, n = ?$
- c) *Vorschüssige Rente, barwertorientiert,  $w = 0$*
- 1)  $K_0 = ?, r = 1, i = 3\%, n = 20$
  - 2)  $K_0 = 80, r = ?, i = 4\%, n = 4$
  - \*3)  $K_0 = 100, r = 12, i = ?, n = 10$
  - 4)  $K_0 = 40, r = 5, i = 6\%, n = ?$
- d) *Vorschüssige Rente, endwertorientiert,  $w = 0$*
- 1)  $K_n = ?, r = 1, i = 3\%, n = 20$
  - 2)  $K_n = 80, r = ?, i = 4\%, n = 4$
  - \*3)  $K_n = 100, r = 8, i = ?, n = 10$
  - 4)  $K_n = 40, r = 5, i = 6\%, n = ?$
- e) *Nachschüssige Rente, barwertorientiert,  $w > 0$*
- 1)  $K_0 = ?, r = 1, i = 3\%, n = 20, w = 2\%$
  - 2)  $K_0 = 80, r = ?, i = 4\%, n = 4, w = 2\%$
  - \*3)  $K_0 = 100, r = 12, i = ?, n = 10, w = 2\%$
  - 4)  $K_0 = 40, r = 5, i = 6\%, n = ?, w = 2\%$
  - \*5)  $K_0 = 50, r = 10, i = 6\%, n = 6, w = ?$
- f) *Nachschüssige Rente, endwertorientiert,  $w > 0$*
- 1)  $K_n = ?, r = 1, i = 3\%, n = 20, w = 2\%$
  - 2)  $K_n = 80, r = ?, i = 4\%, n = 4, w = 2\%$
  - \*3)  $K_n = 100, r = 8, i = ?, n = 10, w = 2\%$
  - \*4)  $K_n = 40, r = 5, i = 6\%, n = ?, w = 2\%$
  - \*5)  $K_n = 50, r = 7, i = 6\%, n = 5, w = ?$
- g) *Vorschüssige Rente, barwertorientiert,  $w > 0$*
- 1)  $K_0 = ?, r = 1, i = 3\%, n = 20, w = 2\%$
  - 2)  $K_0 = 80, r = ?, i = 4\%, n = 4, w = 2\%$
  - \*3)  $K_0 = 100, r = 12, i = ?, n = 10, w = 2\%$
  - 4)  $K_0 = 40, r = 5, i = 6\%, n = ?, w = 2\%$
  - \*5)  $K_0 = 50, r = 7, i = 6\%, n = 6, w = ?$
- h) *Vorschüssige Rente, endwertorientiert,  $w > 0$*
- 1)  $K_n = ?, r = 1, i = 3\%, n = 20, w = 2\%$
  - 2)  $K_n = 80, r = ?, i = 4\%, n = 4, w = 2\%$
  - \*3)  $K_n = 100, r = 8, i = ?, n = 10, w = 2\%$
  - \*4)  $K_n = 40, r = 5, i = 6\%, n = ?, w = 2\%$
  - \*5)  $K_n = 50, r = 7, i = 6\%, n = 5, w = ?$

📍 (204) \*\* **Aufgabe 28** *Arithmetisch wachsende Rente*



*Bislang wurden im Fall wachsender Renten ausschließlich geometrisch wachsende Renten unterstellt. Jetzt sollen Sie zeigen, dass Sie veränderte Bedingungen auch*



formal abbilden, d. h. auf Grundlage Ihrer bisherigen Kenntnisse die Formeln zur Barwertermittlung selbst anpassen können.

Zeigen Sie, dass sich der Barwert einer jährlich nachschüssigen Rente, die ab  $t = 2$  jährlich um den Betrag  $d$  wächst, wie folgt berechnen lässt

$$K_0 = r \times \frac{q^n - 1}{i \times q^n} + \frac{d}{i} \times \left( \frac{q^n - 1}{i \times q^n} - \frac{n}{q^n} \right).$$

📍 (205) \*\* **Aufgabe 29** Rentenrechnung im Steuerrecht



In den vorangehenden Aufgaben haben Sie die Rentenrechnung in der Theorie kennengelernt. In manchen Rechtsgebieten existieren gesetzliche Vorgaben zur Ermittlung von Renten, insbesondere von Leibrenten. Die Aufgabe zeigt, wie Rentenbarwerte, Zins- und Tilgungsanteile für ausgewählte Sachverhalte im Steuerrecht bestimmt werden.

Die Bewertung für steuerrechtliche Zwecke erfolgt u. a. nach Maßgabe des Bewertungsgesetzes (BewG). Zur Ermittlung des Kapitalwerts (Barwerts) von wiederkehrenden Nutzungen und Leistungen heißt es in § 13 BewG:

(1) <sup>1</sup>Der Kapitalwert von Nutzungen oder Leistungen, die auf bestimmte Zeit beschränkt sind, ist mit dem aus Anlage 9a zu entnehmenden Vielfachen des Jahreswerts anzusetzen. <sup>2</sup>Ist die Dauer des Rechts außerdem durch das Leben einer oder mehrerer Personen bedingt, darf der nach § 14 zu berechnende Kapitalwert nicht überschritten werden.

(2) Immerwährende Nutzungen oder Leistungen sind mit dem 18,6fachen des Jahreswerts, Nutzungen oder Leistungen von unbestimmter Dauer vorbehaltlich des § 14 mit dem 9,3fachen des Jahreswerts zu bewerten.

(3) <sup>1</sup>Ist der gemeine Wert der gesamten Nutzungen oder Leistungen nachweislich geringer oder höher, so ist der nachgewiesene gemeine Wert zugrunde zu legen. <sup>2</sup>Der Ansatz eines geringeren oder höheren Werts kann jedoch nicht darauf gestützt werden, daß mit einem anderen Zinssatz als 5,5 Prozent oder mit einer anderen als mittelschüssigen Zahlungsweise zu rechnen ist.

- a) Wie hoch ist nach Maßgabe vorstehender Vorschrift der Barwert einer unendlichen jährlichen Rente von 100 EUR wenn die Rente 1. nachschüssig bzw. 2. vorschüssig ausgezahlt wird?
- b) Welcher Zinssatz wird bei Berechnung in a) unterstellt wenn man davon ausgeht, dass der Vervielfältiger als Mittelwert aus jährlich vor- und nachschüssiger Rentenzahlung ermittelt wird?
- c) Anlage 9a zu § 13 BewG lautet (siehe Auszug nächste Seite):
  - 1) Ermitteln Sie ausgehend von Anlage 9a zu § 13 BewG den Kapitalwert einer jährlich nachschüssigen Rente i. H. v. 20 EUR bei einer Laufzeit von 28 Jahren.
  - 2) Zeigen Sie, wie sich der Vervielfältiger aus der Tabelle bei einer Laufzeit von 5 Jahren ermittelt.
  - 3) Ausgehend von 1): Wie hoch ist der Kapitalwert, wenn die Rente über 45 Jahre vorschüssig laufen würde?



**KAPITALWERT EINER WIEDERKEHRENDEN, ZEITLICH BESCHRÄNKTEN NUTZUNG ODER LEISTUNG IM JAHRESBETRAG VON EINEM EURO**

Der Kapitalwert ist unter Berücksichtigung von Zwischenzinsen und Zinseszinsen mit 5,5 Prozent errechnet worden. Er ist Mittelwert zwischen dem Kapitalwert für jährlich vorschüssige und jährlich nachschüssige Zahlungen.

Laufzeit in Jahren	Kapitalwert	Laufzeit in Jahren	Kapitalwert	Laufzeit in Jahren	Kapitalwert
1	0,974	26	14,038	51	17,464
2	1,897	27	14,280	52	17,528
3	2,772	28	14,510	53	17,588
4	3,602	29	14,727	54	17,645
5	4,388	30	14,933	55	17,699
...	...	...	...	...	...

Die Bewertung lebenslänglicher Nutzungen und Leistungen ist in § 14 BewG geregelt. Dort heißt es:

(1) <sup>1</sup>Der Kapitalwert von lebenslänglichen Nutzungen und Leistungen ist mit dem Vielfachen des Jahreswerts nach Maßgabe der Sätze 2 bis 4 anzusetzen. <sup>2</sup>Die Vervielfältiger sind nach der Sterbetafel des Statistischen Bundesamtes zu ermitteln und ab dem 1. Januar des auf die Veröffentlichung der Sterbetafel durch das Statistische Bundesamt folgenden Kalenderjahres anzuwenden. <sup>3</sup>Der Kapitalwert ist unter Berücksichtigung von Zwischenzinsen und Zinseszinsen mit einem Zinssatz von 5,5 Prozent als Mittelwert zwischen dem Kapitalwert für jährlich vorschüssige und jährlich nachschüssige Zahlungsweise zu berechnen. <sup>4</sup>Das Bundesministerium der Finanzen stellt die Vervielfältiger für den Kapitalwert einer lebenslänglichen Nutzung oder Leistung im Jahresbetrag von einem Euro nach Lebensalter und Geschlecht der Berechtigten in einer Tabelle zusammen und veröffentlicht diese zusammen mit dem Datum der Veröffentlichung der Sterbetafel im Bundessteuerblatt.

Der Kapitalwert einer lebenslänglichen Nutzung oder Leistung mit einem Jahresbetrag von einem Euro ist unter Berücksichtigung von Zwischenzinsen und Zinseszinsen mit 5,5 Prozent errechnet worden. Der Kapitalwert der Tabelle ist der Mittelwert zwischen dem Kapitalwert für jährlich vorschüssige und jährlich nachschüssige Zahlungsweise.

Vollendetes Lebensalter	Männer		Frauen	
	Durchschnittliche Lebenserwartung	Kapitalwert	Durchschnittliche Lebenserwartung	Kapitalwert
1	78,18	18,398	83,06	18,464
2	77,45	18,386	82,31	18,454
3	76,48	18,371	81,33	18,442
4	74,50	18,336	79,35	18,415
5	73,51	18,317	78,36	18,400

Vollendetes Lebensalter	Männer		Frauen	
	Durchschnittliche		Durchschnittliche	
	Lebenserwartung	Kapitalwert	Lebenserwartung	Kapitalwert
...	...	...	...	...
20	58,66	17,874	63,46	18,057
21	57,68	17,830	62,48	18,023
22	56,71	17,785	61,49	17,987
23	55,73	17,737	60,50	17,950
24	54,76	17,686	59,51	17,910
25	53,79	17,633	58,52	17,868
...	...	...	...	...
60	21,52	12,779	25,19	13,832
61	20,74	12,528	24,32	13,601
62	19,97	12,269	23,46	13,362
63	19,21	12,002	22,60	13,111
64	18,45	11,725	21,74	12,849
65	17,71	11,444	20,90	12,580

- d) Rainer Zufall (Z) wurde am 1. 1. 1998 geboren. Beginnend mit 2019 erhält Z eine Leibrente i. H. v. 2 000 EUR pro Jahr von Mick Tex (M). Z hatte dem M ein unbebautes Grundstück im Gegenzug überlassen. Ermitteln Sie den Barwert der Leibrente in 2019 für Mick Tex.
- e) Ausgehend von d): Wie hoch ist der Tilgungsanteil respektive Zinsanteil der Rente in 2019 für M?
- f) Gehen Sie davon aus, dass die Restlebenserwartung in der Tabelle jeweils für Personen gilt, die am 1. 1. eines Jahres geboren sind. Ausgehend von d): Wie hoch wäre der Barwert der Leibrente des Z, wenn dieser am 31. 3. 1998 geboren wäre? Ermitteln Sie den Wert durch lineare Interpolation!
- g) Betrachten Sie die am Ende der Aufgabenstellung abgedruckte Tabelle! Bestimmen Sie für die Angaben aus Aufgabenteil d) den Zinsanteil der Rente in 2019 gem. § 22 EStG den Z zu versteuern hat und vergleichen Sie den Wert mit ihrem Ergebnis aus Aufgabenteil e). Beurteilen Sie das Ergebnis aus Sicht des Fiskus.
- h) Bestimmen Sie nach Maßgabe des unten abgedruckten § 22 Nr. 1 Buchstabe a Doppelbuchstabe b Satz 3 EStG und der abgedruckten Tabelle die unterstellte Laufzeit im Fall, dass eine Steuerpflichtige ihr 62. Lebensjahr bei Beginn der Rentenzahlung vollendet hat. Unterstellen Sie einen Zinssatz von 5,5% und nehmen Sie an, dass der Barwert der Leibrente aus dem Mittelwert einer vor- und nachschüssigen Rente ermittelt wird. Verwenden Sie für Ihre Berechnungen die Zielwertsuche in Microsoft Excel!
- i) Bestimmen Sie nun den Ertragsanteil nach der in h) aufgestellten Formel für einen Steuerpflichtigen, der bei Beginn der Rentenzahlung das 62. Lebensjahr vollendet hat unter der Maßgabe der Restlebenserwartung, die sich aus der Tabelle in c) ergibt.



AUSZUG aus § 22 EStG

Der steuerpflichtige Zinsanteil für Leibrenten bestimmt sich nach § 22 Nr. 1 Buchstabe a Doppelbuchstabe b EStG für den Empfänger der Leibrente wie folgt:

bb) [...] <sup>3</sup> Als Ertrag des Rentenrechts gilt für die gesamte Dauer des Rentenbezugs der Unterschiedsbetrag zwischen dem Jahresbetrag der Rente und dem Betrag, der sich bei gleichmäßiger Verteilung des Kapitalwerts der Rente auf ihre voraussichtliche Laufzeit ergibt; dabei ist der Kapitalwert nach dieser Laufzeit zu berechnen. <sup>4</sup> Der Ertrag des Rentenrechts (Ertragsanteil) ist aus der nachstehenden Tabelle zu entnehmen:

Bei Beginn der Rente vollendetes Lebensjahr des Rentenberechtigten	Ertragsanteil in %
0 bis 1	59
2 bis 3	58
4 bis 5	57
...	...
19 bis 20	50
21 bis 22	49
23 bis 24	48
25 bis 26	47
...	...
60 bis 61	22
62	21
63	20
64	19
65 bis 66	18



(208) \*\* **Aufgabe 30** Rentensudoku



Bei der Aufgabe sollen Sie zeigen, dass Sie den formalen Zusammenhang der Rentenparameter beherrschen. Die Idee für diesen Aufgabentypus entstammt Kruschwitz/Decker/Röhrs 2007, Seite, 18, Fall 7.

- a) Vervollständigen Sie nachstehenden Tilgungsplan eines nachschüssigen Annuitätendarlehens! ( $K_{t-1}$  = Restbuchwert des Kredits in der Vorperiode)

t	0	1	2	3	4
$K_{t-1}$					
ANN <sub>t</sub>					
ZIA <sub>t</sub>					
TILA <sub>t</sub>			29 076,84		32 670,74

- b) Bei einem nachschüssigen Annuitätendarlehen mit einer Laufzeit von 4 Jahren beträgt der Restbuchwert 8 386,69 EUR in  $t=3$  und der Zinsanteil 670,94 EUR in  $t=4$ . Ermitteln Sie den Nennbetrag des Darlehens und die Annuität! Stellen Sie den gesamten Tilgungsplan dar!

📍 (210) \*\* **Aufgabe 31** Herleitung der Zinsbelastung



Die Aufgabe prüft, ob Sie den formalen Zusammenhang von Zins und Tilgung bei alternativen Darlehensformen beherrschen. Die Idee für diese Aufgabe entstammt Kruschwitz/Decker/Röhrs 2007, Fall 9, Seite 19.

Ivan Katrump möchte bei seiner Hausbank ein Darlehen über 100 000 EUR aufnehmen. Die Laufzeit beträgt 10 Jahre. Es wird ein Zinssatz von 10% und eine Auszahlung des Darlehens zu 100% vereinbart. Nur über die Tilgungsmodalitäten ist sich Ivan noch nicht schlüssig. Insbesondere interessiert ihn, wie hoch die Summe der Zinsbelastung bei alternativen Darlehensformen sein wird. Die Bezahlung von Zins und Tilgung soll jeweils am Ende eines Jahres erfolgen.

- Leiten Sie die Formel zur Ermittlung der Summe der Zinsen bei einem Tilgungsdarlehen her und berechnen Sie für Ivan die Summe der Zinszahlungen. Gehen Sie von jährlichen Tilgungsraten aus!
- Leiten Sie die Formel zur Ermittlung der Summe der Zinsen bei einem Annuitätendarlehen mit jährlich nachschüssiger Annuität her und berechnen Sie ebenfalls die Summe der Zinszahlungen!

📍 (212) \*\* **Aufgabe 32** Zwei-Phasen-Modell



Sie sollen zeigen, dass Sie Fragestellungen, die eine Kombination aus Rentenrechnung und Tilgungsrechnung darstellen, beantworten können.

- A möchte ab  $t = 10$  über eine jährlich nachschüssige Rente von 1 000 EUR mit einer Laufzeit von 6 Jahren verfügen. Die erste Rentenzahlung erfolgt in  $t = 11$ . Welchen Betrag muss A in den ersten 10 Jahren jährlich sparen, wenn der Zinssatz 4% beträgt?
- Bestimmen Sie den Tilgungsanteil der Rente in  $t = 12$  und den Zinsanteil der Rente in  $t = 14$ !
- Ausgehend von a): Wie hoch muss die jährliche Sparrate sein, wenn die Sparrate nachschüssig und die Rente vorschüssig anfällt?

📍 (212) \*\* **Aufgabe 33** Renten bei unterjährlicher Verzinsung



Renten treten häufig unterjährlich auf, z. B. in Form von Beträgen, Mieten oder Gehaltszahlungen. Hier sollen Sie zeigen, dass Sie die Rentenrechnung auch bei unterjährlichen Zahlungen beherrschen.

- Mietzahlungen erfolgen meist monatlich. Bestimmen Sie den Vorteil für den Vermieter über einen Zeitraum von 10 Jahren bei einem nominellen jährlichen Zinssatz von 12%, wenn die nachschüssige Miete ihm jeweils monatlich i. H. v. 1 000 EUR zufließt im Vergleich zu 12 000 EUR jährlich.
- Der Fiskus verlangt von selbständigen Steuerpflichtigen vierteljährliche Steuervorauszahlungen. Berechnen Sie den Zinsvorteil, den der Fiskus bei vierteljährlich nachschüssigen Steuerzahlungen von 2 500 EUR im Vergleich zu einer jeweils jährlich nachschüssigen Zahlung von 10 000 EUR in einem Zeitraum von 10 Jahren hat, wenn der vierteljährliche Zinssatz 2% bzw. der jährliche Zinssatz 8% beträgt und Zinsen verzinst werden.





## 2 Grundlagen der Investitionsrechnung

### 📍 (214)\* Aufgabe 34 Wahr oder falsch?



Dieser Aufgabentypus prüft im Antwort-Wahl-Verfahren, ob Sie die Grundlagen der Investitionsrechnung im Wesentlichen verstanden haben.


Sind die nachstehenden Aussagen wahr oder falsch?

Begründen Sie Ihre Antwort *kurz*!

	<i>wahr</i>	<i>falsch</i>
1. Unter einem Sachziel versteht man z. B. die Gewinn- und Renditeerzielung.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2. Beim nutzenorientierten Investitionsbegriff wird unter Investition eine Handlung verstanden, die einen Wirkungsstrom auslöst, der mit negativem Beiträgen (Kosten oder Opfer) beginnt und später positive Beiträge (Nutzen) folgen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3. Investitionen lassen sich – etwas enger – durch einen Zahlungsstrom beschreiben, der mit einer Auszahlung beginnt und – hoffentlich – Einzahlungen nach sich zieht. Dieser Investitionsbegriff beschreibt den zahlungsorientierten Investitionsbegriff.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4. Reine Investitionen und Normalinvestitionen haben nur einen Vorzeichenwechsel.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5. Reine Investitionen, auch als »pure investments« bezeichnet, haben nur einen Vorzeichenwechsel.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6. »Güterorientierter Investitionsbegriff« bedeutet, dass man in Güter investiert und durch die Investition später andere Güter zurückerhält.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
7. Desinvestitionsvorgänge sind insbesondere die Abnutzung von Vermögen, meist berücksichtigt durch Abschreibungen, die Veräußerung von Anlagevermögen, der Abbau des Lagerbestands und die Reduzierung des Forderungsbestands.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
8. Der nach Einkommen Strebende wird ausschließlich während des Planungshorizonts konsumieren. Nicht jedoch zu Beginn und am Ende des Planungshorizonts.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
9. Aus buchhalterischer Sicht stellt der Vorgang der Kapitalbindung i. d. R. einen Aktivtausch dar.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
10. Unter Kapitalrückführung versteht man die Transformation des Sachvermögens in liquide Mittel.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
11. Sofern kein Kapitalmarkt existiert, wäre diejenige Alternative vorteilhaft, deren Rückflüsse die gegebenen Konsumpräferenzen am besten erfüllen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
12. Auf einem unvollkommenen Kapitalmarkt entsprechen sich Soll- und Habenzinsen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



- |     |   | wahr                     | falsch                   |
|-----|---|--------------------------|--------------------------|
| 13. | Bei einem vollkommenen Kapitalmarkt hat die Tilgungsart von Darlehen keinen Einfluss auf die Vermögensposition des Investors.                                     | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 14. | Unbeschränkter Kapitalmarkt bedeutet, dass jeder Investor Zugang zum Kapitalmarkt hat.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 15. | Vermögensendwertstreben stellt ein Ziel dar, bei dem die Vermögensmehrung am Ende des Planungshorizont gemessen wird.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 16. | Auf dem unvollkommenen Kapitalmarkt haben Konsumprämissen keine Auswirkungen auf die Vorteilhaftigkeit der Handlungsalternativen.                                 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 17. | Ob Startkapital zur Finanzierung vorhanden ist oder nicht, beeinflusst beim unvollkommenen Kapitalmarkt die Vorteilhaftigkeit der betrachteten Investition nicht. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

 (215) \*\* **Aufgabe 35** *Dominanz-Regeln*




Die Aufgabe zeigt, wie unter Sicherheit Entscheidungen auf Basis von Dominanzüberlegungen getroffen werden können. (Die Aufgabe entstand in Anlehnung an Aufgabe 3.18 aus Bitz/Ewert 2014, Seite 118f.)

Gegeben seien die Zahlungsstrukturen der nachstehenden sechs sich gegenseitig ausschließenden Investitionsprojekten. Die Zahlungen treten jeweils mit Sicherheit ein.

$t$	0	1	2	3	4
$Z_t^A$	-100	40	40	40	40
$Z_t^B$	-100	10	20	30	35
$Z_t^C$	-100	30	30	30	50
$Z_t^D$	-100				150
$Z_t^E$	-100				190
$Z_t^F$	-100			130	10

Beurteilen Sie, inwiefern sich die Investitionsentscheidung auf Grundlage von Dominanzüberlegungen treffen lässt, wenn kein Kapitalmarkt existiert.

 (216) \* **Aufgabe 36** *Vergleichbarkeit von Handlungsalternativen*



Die Aufgabe verbindet die Vergleichbarkeit von Handlungsalternativen mit Dominanzüberlegungen.

Angenommen, es existiert kein Kapitalmarkt und es stehen die nachstehenden Handlungsalternativen A bis D mit entsprechenden Zahlungen zur Verfügung.

$t$	0	1	2	3	4
A	-60	20	30	40	0
B	-60	30	40	40	10
C	-60	20	30	40	10
D	-60	20	20	40	0



- Welche Bedingungen müssen erfüllt sein, damit Handlungsalternativen vergleichbar sind?
- Welche der Handlungsalternativen A bis D sind vergleichbar? Begründen Sie Ihre Antwort!
- Ausgehend von b): Welche der vergleichbaren Handlungsalternativen würden Sie wählen? Begründen Sie Ihre Antwort!
- Begründen Sie, welche der vier Alternativen Sie durchführen würden!

🔔 (216) \*\* **Aufgabe 37** Konsumprämissen und Entscheidungsalternativen



Die Aufgabe verdeutlicht, dass bei unvollkommenem Kapitalmarkt die Vorteilhaftigkeit einer Investitionsalternative von der durch Konsumprämissen des Investors vorgegebenen Ziel-Zahlungsreihe abhängt.

Ein Investor mit einem Planungshorizont von einer Periode überlegt, ob er in eine Realinvestition in Form einer Immobilie investieren soll. Die Realinvestition verursacht Anschaffungsauszahlungen in  $t=0$  von 200 TEUR und führt in  $t=1$  zu Mieteinnahmen und einem Veräußerungserlös von insgesamt 214 TEUR.

Ermitteln Sie für einen Anlagezins von 5% und einen Kreditzins von 10% in Abwesenheit eines Kreditlimits jeweils, ob der Investor die Nullalternative oder die Realinvestition durchführen soll im Fall, dass

- das Startkapital vorhanden ist (Finanzierung mit Eigenkapital) unter der Zielsetzung
  - maximaler Konsum am Ende des Planungshorizonts,
  - maximaler Konsum zu Beginn des Planungshorizonts,
- das Startkapital nicht vorhanden ist (Finanzierung mit Fremdkapital) unter der Zielsetzung
  - maximaler Konsum am Ende des Planungshorizonts,
  - maximaler Konsum zu Beginn des Planungshorizonts.
- Wie hoch müsste die aus der Realinvestition in  $t=1$  resultierende Zahlung mindestens sein, damit unabhängig von den Konsumprämissen und des Startkapitals die Investition in die Realinvestition immer vorteilhaft ist?
- Ausgehend von c). Welchen Wert müsste die Einzahlung in  $t=1$  unterschreiten, damit die Unterlassung immer vorteilhaft ist?

🔔 (218) \* **Aufgabe 38** Student S



Die Aufgabe zeigt, wie bei gegebenen Konsumpräferenzen (Konsum am Ende des Planungshorizonts) die beste Investitionsalternative ausgewählt wird und welche Auswirkungen der zeitlich unterschiedliche Anfall von Zahlungen auf die Vorteilhaftigkeit der Alternativen hat.

Student »S« hat 5 000 EUR geerbt. Da er den Betrag nicht für seinen Lebensunterhalt benötigt, will er seine betriebswirtschaftlichen Kenntnisse dazu verwenden, sein Vermögen bis zum Abschluss seines Studiums in drei Jahren zu maximieren. Bis zu diesem Zeitpunkt will er keine Entnahmen vornehmen.




Zur Vereinfachung des Problems wird angenommen, dass sich nur drei Investitionsmöglichkeiten bieten, die im Planungszeitraum von drei Perioden folgende Zahlungsströme aufweisen (Werte in TEUR):

<i>t</i>	<i>0</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>
Startkapital	+5 000			
Investition A	-5 000			+5 788
Investition B	-4 000		+4 840	
Investition C	-5 000	+400	+400	+5 100

Welche Investitionsalternative ist unter dem Ziel der Endvermögensmaximierung vorzuziehen?

- a) wenn für freie Mittel keine Ertrag bringenden Anlagemöglichkeiten auf dem Kapitalmarkt bestehen?
- b) wenn freie Mittel mit Aussicht auf einen jährlichen Wertzuwachs von 5% angelegt werden können?

 (221) \* **Aufgabe 39** Studentin T




Analog zu Aufgabe 38 befasst sich Aufgabe 39 mit der Alternativenauswahl bei gegebenen Konsumpräferenzen mit dem Unterschied, dass jetzt konstant über den Planungshorizont konsumiert werden soll.

Studentin »T« hat von der Tante für die Studienzeit einen Extrascheck über 5 000 EUR zur freien Verfügung erhalten, um sich während des Studiums auch mal Sonderwünsche erfüllen zu können. T plant zum Abschluss des Studiums in drei Jahren eine Reise mit voraussichtlichen Kosten von 2 000 EUR; das verbleibende Kapital soll in gleichen Jahresraten konsumiert werden.

T stehen die in Aufgabe 38 genannten Investitionsmöglichkeiten zur Verfügung.

Welche Investitionsmöglichkeit ist unter dem Ziel der Entnahmemaximierung bei vorgegebenem Endvermögen von 2 000 EUR vorzuziehen, wenn freie Mittel

- a) nur zinslos als Kasse gehalten werden und Kredite zinslos aufgenommen werden können?
- b) mit Aussicht auf einen jährlichen Wertzuwachs von 5% angelegt werden und Kredite ebenfalls zu 5% aufgenommen werden können?

 (227) \*\* **Aufgabe 40** Investor V



Aufgabe 40 befasst sich mit der Beurteilung der Vorteilhaftigkeit alternativer Investitionsprojekte bei Eigen- und Fremdfinanzierung auf dem vollkommenen und unvollkommenen Kapitalmarkt.

Investor »V« verfügt über ein Startkapital von 10 000 EUR und steht vor der Wahl zwischen folgenden Investitionsprojekten A und B (Angaben in EUR):



A: (-8 000; +5 000; +7 000)

B: (-16 000; +9 000; +9 000)

Im Übrigen gelten folgende Kapitalmarktbedingungen:

- Freie Mittel können zu 10% angelegt werden.
  - Benötigte Mittel können in unbegrenzter Höhe zu 20% bei beliebiger, spätestens aber endfälliger Tilgung aufgenommen werden.
- a) Lohnen sich diese Investitionsprojekte unter dem Ziel der Endvermögensmaximierung?
  - b) Welches Investitionsprojekt ist unter der genannten Zielvorstellung des Investors vorzuziehen?
  - c) Zeigen Sie anhand von B, dass die Tilgungsart eines Kredits am unvollkommenen Kapitalmarkt (hier:  $i_s = 20\%$ ,  $i_h = 10\%$ ) für die Vermögensposition des Investors von Bedeutung ist (Tilgungsarten: Frühestmögliche Tilgung, gleichmäßige Tilgung, endfällige Tilgung; Zinsen werden jeweils laufend bezahlt)!
  - d) Welchen Einfluss hat die Tilgungsart von Darlehen am vollkommenen Kapitalmarkt ( $i_s = i_h = 10\%$ ) auf die Vermögensposition?

📍 (230) \*\* **Aufgabe 41** *Vollständiger Finanzplan*



Bei dieser Aufgabe sollen Sie bei gegebenen Zahlungsströmen den vollständigen Finanzplan mit allen erforderlichen Anlage- und Finanzierungsmaßnahmen erstellen, um die Vorteilhaftigkeit der Durchführungsalternative im Vergleich zur Unterlassungsalternative zu bestimmen.

Ein Investor verfügt über Basiszahlungen ( $B_t$ ) in Form seines Gehalts aus seiner Tätigkeit als Angestellter. Ihm bietet sich die Möglichkeit der Durchführung einer Investition mit der Zahlungsreihe  $Z_t$  und einer Laufzeit von vier Perioden. Die jährlichen, zahlungsgleichen Entnahmen zur Deckung seines Konsums ( $C_t$ ), die Zahlungen aus der Investition und des Anstellungsverhältnisses sind nachstehend aufgeführt (alle Werte in TEUR):

$t$	0	1	2	3	4
$B_t$	20	20	40	50	60
$Z_t$	-110	10	50	40	30
$C_t$	-10	-30	-30	-25	-30

Fremdmittel zur Durchführung der Investition werden mit 10% verzinst und linear über vier Perioden getilgt. Freie Mittel können zu 5% am Kapitalmarkt angelegt werden. Konsumkredite werden mit 12% verzinst und müssen in der Folgeperiode zurückbezahlt werden.

- a) Ermitteln Sie das Endvermögen im Fall der Durchführung der Investition!
- b) Welches Endvermögen liefert die Unterlassungsalternative? Wird die Investition durchgeführt?



### 3 Vermögensmehrwertmethoden

📍 (231) \*

#### Aufgabe 42 Wahr oder falsch?



Dieser Aufgabentypus prüft im Antwort-Wahl-Verfahren, ob Sie die verschiedenen Vermögens(mehr)wertmethoden im Wesentlichen verstanden haben.


Sind die nachstehenden Aussagen wahr oder falsch?

Begründen Sie Ihre Antwort *kurz!*

		<i>wahr</i>	<i>falsch</i>
1.	Beim Totalmodell der Investitionsrechnung handelt es sich um das am häufigsten in der Praxis angewendete Modell.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2.	Bei Partialmodellen wird nur ein Teil der zu beurteilenden Investition abgebildet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3.	»Pauschale Zahlungserfassung« im Rahmen finanzwirtschaftlicher Partialmodelle bedeutet, dass die Zahlungen pauschal, z. B. pro Jahr, erfasst werden.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4.	Unter »begrenzter Planungshorizont« versteht man einen pauschalen Zeitraum, unabhängig von der Nutzungsdauer des Investitionsobjekts.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5.	Der wesentliche Unterschied zwischen statischen und dynamischen Verfahren liegt im Planungshorizont.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6.	Beim Totalmodell erfolgt u. a. eine zeitpunktgenaue Zahlungserfassung.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
7.	Bei dynamischen Verfahren der Investitionsrechnung handelt es sich um klassische Partialmodelle.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
8.	Modelle bilden grundsätzlich die Realität so exakt wie möglich ab.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
9.	Statische Verfahren der Investitionsrechnung unterscheiden sich von dynamischen Verfahren insbesondere dadurch, dass bei statischen Verfahren mehrere Perioden berücksichtigt werden.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
10.	Rentabilitätsrechnungen gehören grundsätzlich zu den statischen Verfahren der Investitionsrechnung.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
11.	Die Gewinnvergleichsrechnung gehört zu den dynamischen Investitionsverfahren.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
12.	Staffelrechnung bedeutet eine tabellarische Darstellung der relevanten Größen der Investitionsrechnung.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
13.	Statische Investitionskalküle stellen eine wesentliche Vereinfachung im Vergleich zu den dynamischen Investitionskalkülen dar.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
14.	Der Vermögensendwert stellt die Vermögensmehrung gemessen an der Nullalternative dar.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
15.	Der Kapitalwert ist ein statisches Entscheidungskalkül.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
16.	Der Kapitalwert ist ein absolutes Vorteilhaftigkeitsmaß.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



- |  | <i>wahr</i>              | <i>falsch</i>            |
|--|--------------------------|--------------------------|
| 17. Der Kapitalwert drückt die relative Vorteilhaftigkeit der zu beurteilenden Investitionsalternative im Vergleich zur Unterlassungsalternative im Entscheidungszeitpunkt aus.                                  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 18. Beim Kapitalwert vor Steuern spielen lediglich Zahlungen eine Rolle.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 19. Ist der Kapitalwert größer Null, sollte die zu beurteilende Investitionsalternative durchgeführt werden.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 20. Die Unterlassungsalternative stellt i. d. R. eine festverzinsliche Finanzanlage dar.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 21. Der Kapitalwert ergibt sich aus dem Ertragswert der Zahlungen abzüglich der Anschaffungsauszahlung.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 22. Übersteigt der Ertragswert der Zahlungen die Anschaffungsauszahlung, ist der Kapitalwert negativ.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 23. Der Kapitalwert vor Steuern ist bei Anwendung der geometrisch-degressiven AfA größer als bei der linearen Abschreibung.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 24. Der Kapitalwert drückt das zusätzliche Konsumpotenzial im Entscheidungszeitpunkt im Vergleich zur Unterlassungsalternative aus.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 25. Bei dynamischen Vermögenswertverfahren wird dem unterschiedlichen zeitlichen Anfall der Ein- und Auszahlungen durch Verzinsung Rechnung getragen.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 26. Bei der Gewinnvergleichsrechnung handelt es sich um eine statische Vermögenswertmethode.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 27. Der Vermögensendwert errechnet sich in der Weise, dass von den auf den Beginn der Investition (= Entscheidungszeitpunkt) abgezinsten laufenden Zahlungsüberschüssen die Anschaffungskosten abgezogen werden. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 28. Beträgt der Kapitaleinsatz einer Investition bei einer Laufzeit von $n = 4$ Jahren 100 EUR, so beträgt die durchschnittliche Kapitalbindung nach der einfachen Methode 25 EUR.                               | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

 (232) \* **Aufgabe 43** Kapitalwert und Rentenrechnung




Die Aufgabe vereint die Grundlagen der Finanzmathematik und der Vermögensmehrwertrechnung und stellt in Teilen eine Wiederholung der Rentenrechnung dar.

Ein Investor überlegt, zu Beginn 2019 die folgende Investition durchzuführen. Die Anschaffungsauszahlung besteht im nicht vergüteten Arbeitslohn (kalkulatorische Kosten) des Investors und beträgt daher 0 EUR. Das Projekt generiert in den nächsten 20 Jahren jeweils zum Jahresende einen Rückfluss von 300 EUR. Durch den Verkauf seiner selbst ausgearbeiteten Idee kann der



Investor in der letzten Periode mit einem zusätzlichen Cash-Flow in Höhe von 2 000 EUR rechnen. Der Marktzins beträgt  $i = 10\%$ .

- a) Berechnen Sie den Kapitalwert des Projekts zu Beginn des Jahres 2019.
- b) Der Investor möchte sich und seinen Nachkommen aus den Rückflüssen des Investitionsprojekts eine ewige Rente in Form einer Annuität jeweils zu Beginn des Jahres auszahlen lassen. Wie hoch ist die maximal erreichbare Rentenzahlung pro Jahr?
- c) Der Investor möchte sich die Rente 30 Jahre lang zum Ende des Jahres auszahlen. Wie hoch ist sie?
- d) Der Investor will zum Inflationsausgleich die 30-jährige Rente jährlich um 2% ansteigen lassen. Wie hoch ist die Rente am Ende des Jahres 2025? Wie hoch ist die letzte Zahlung im Jahr 30?

 (234) \* **Aufgabe 44** Zieltypen der Investitionsrechnung




Die Aufgabe zeigt die Äquivalenz der Vorteilhaftigkeit eines Investitionsobjekts im Fall unterschiedlicher Konsumtypen bei vollkommenem Kapitalmarkt.

Max Meier verfügt über Eigenmittel in  $t=0$  i. H. v. 1 000. Ihm bietet sich in  $t=0$  eine Investitionsmöglichkeit, die eine Auszahlung in Höhe seiner verfügbaren Eigenmittel verlangt. Zur Durchführung seiner Investition plant Meier die Gründung einer Einzelunternehmung. Nachstehend sind die aus der Investition mit Sicherheit resultierenden Zahlungen dargestellt:

$t$	0	1	2	3	4	5
$Z_t$	-1 000	300	320	270	230	440

Der Kapitalmarktzins betrage 6%. Der Kapitalmarkt sei vollkommen und beschränkt. Meier überlegt, welche Konsumbeträge er wann aus dem erzielten Ertragswert generieren kann.

- a) Wie hoch ist die Maximalentnahme in  $t=1, \dots, \infty$ , wenn Meier einen am Ende jeder Periode gleich hohen Betrag entnehmen möchte?
- b) Wie hoch ist die Maximalentnahme in  $t=1, \dots, 5$ , wenn Meier am Ende jeder Periode einen gleich hohen Betrag entnehmen will und er in  $t=5$  seine wirtschaftlichen Aktivitäten beendet?
- c) Wie hoch ist die Maximalentnahme am Ende von  $t=1$ , wenn Meier während  $t=1, \dots, 5$  eine jährlich nachschüssige um 4% steigende Entnahmereihe realisieren will und Ende  $t=5$  über einen Betrag in Höhe des Anfangsvermögens von 1 000 EUR verfügen will?

 (235) \*\* **Aufgabe 45** Zieltypen der Investitionsrechnung



Die Aufgabe zeigt die Äquivalenz der Vorteilhaftigkeit im Fall unterschiedlicher Konsumtypen bei vollkommenem bzw. unvollkommenem Kapitalmarkt.

Ein Investor verfügt über Eigenmittel in  $t=0$  in Höhe von 120 TEUR. Ihm werden zwei sich ausschließende Realinvestitionen A und B angeboten, die





jeweils Anschaffungskosten in Höhe seiner Eigenmittel in  $t=0$  verursachen. Die Investitionen generieren folgende Zahlungsüberschüsse (Werte in TEUR):

$t$	0	1	2	3	4
$Z_t^A$	-120	10	40	50	60
$Z_t^B$	-120	38	38	38	38

Der Kapitalmarktzins beträgt  $i=8\%$ . Der Investor bittet Sie um Rat, welche Investition er durchführen soll, wenn er


- den Konsum im Entscheidungszeitpunkt maximieren möchte?
- einen konstanten jährlichen Betrag am Ende jedes Jahres über einen Zeitraum von  $t=1, \dots, \infty$  entnehmen möchte?
- eine maximale nachschüssige Rente in  $t=1, \dots, 4$  entnehmen möchte?
- die Entnahme in  $t=4$  maximieren möchte?
- in den Perioden  $t=1, 2, 3$  folgende Beträge entnehmen möchte:  $C_1=45$ ,  $C_2=35$  und  $C_3=25$  und die Entnahme in  $t=4$  bzw. die Entnahme in  $t=0$  maximieren möchte? Der Sollzinssatz beträgt  $\rho=12\%$ . Der Kapitalmarkt sei unbeschränkt.

 (242) \* **Aufgabe 46** Kapitalwert und Endvermögen



Hier sollen Sie zeigen, dass Sie Kapitalwert und Endvermögen berechnen können. Zudem sollen Sie durch Konstruktion eigener Beispiele zeigen, dass Sie den Einfluss der Werttreiber auf die Vorteilhaftigkeitskriterien beurteilen können.

- Eine langfristige Investition verspricht einen konstanten Rückfluss von 50 TEUR jeweils am Jahresende bei einer einmaligen Anschaffungsauszahlung in Höhe von 500 TEUR. Der Kapitalmarktzins beträgt  $i=9\%$ . Der Kapitalmarkt sei vollkommen. Berechnen Sie den Kapitalwert
  - für eine Laufzeit von 30 Jahren!
  - für eine unendliche Laufzeit!
- A zahlt 16 Jahre lang 500 EUR jährlich auf ein Konto ein, das mit 5,375% verzinst wird. Wie groß ist das Endvermögen, wenn die Einzahlungen
  - vorschüssig,
  - nachschüssig geleistet werden?
- Zeigen Sie anhand eines selbstgewählten dreiperiodigen Beispiels, dass der Kapitalwert 1. gleich null, 2. größer null und 3. kleiner null ist.

 (243) \*\* **Aufgabe 47** Unternehmer U



Die vorliegende Aufgabe zeigt, wie die vorteilhafte Investitionsalternative bei unvollkommenem und beschränktem Kapitalmarkt ermittelt wird.


Unternehmer »U« steht unmittelbar vor dem Zeitpunkt  $t=0$  vor der Entscheidung, eine von zwei möglichen, sich gegenseitig ausschließenden Zusatzinvestitionen, A oder B, zu tätigen oder nicht. Ohne Zusatzinvestition erzielt er aus dem Geschäftsbetrieb zu den Zeitpunkten  $t$  die Zahlungsüberschüsse  $Z_t$ . Für Konsumzwecke möchte er zu den Zeitpunkten  $t$  die Beträge  $y_t$  entnehmen. Überschüsse können in beliebiger Höhe angelegt werden, in der Periode 1




zu 5% p. a., danach zu 7% p. a. Defizite können extern finanziert werden, in Periode 1 wären 12% Zinsen zu entrichten, danach 10% (Werte in EUR).

$t$	0	1	2
Basiszahlungsreihe $z_t$	+1 200	+200	-400
Entnahmen $y_t$	40	44	48
Objektzahlungsreihe A	-1 000	-800	+1 600
Objektzahlungsreihe B	-600	-1 600	+2 400

- a) Welches Endvermögen ergibt sich jeweils für die drei Handlungsalternativen zum Zeitpunkt  $t = 2$ ?
- b) Welche Konsequenzen ergäben sich, wenn die Kreditaufnahme auf 700 EUR begrenzt wäre?
- c) Ausgehend von b): Führt die Beurteilung der Zusatzinvestitionen auf Basis der Kapitalwertmethode zum selben Ergebnis wie die Vermögensendwertmethode? Die Antwort ist kurz zu begründen.


 (246) \*\* **Aufgabe 48** *Rentinvest 750*


 Die Aufgabe 48 stellt eine Weiterführung von Aufgabe 47 dar mit dem Unterschied, dass die Konsumprämisse bei der konstanten Entnahme im Zeitablauf liegt.

Die Rentinvest AG kann ein Investitionsprojekt mit den folgenden zurechenbaren Aus- und Einzahlungen zu den Zeitpunkten  $t$  realisieren. Die Zeitspanne von  $t - 1$  bis  $t$  beträgt jeweils ein Kalenderjahr (Werte in T€UR).

$t$	0	1	2	3
$Z_t$	-750	+300	+300	+300

- a) Die Rentinvest AG fragt Sie um Rat, ob sie das Objekt erwerben soll, wenn sie freie finanzielle Mittel alternativ zu 6% anlegen bzw. benötigte Mittel zu 6% aufnehmen kann. Was raten Sie der AG? Begründen Sie Ihre Antwort.
- b) Der Investor will zusätzlich wissen, welchen periodischen Gewinn er in den Zeitpunkten  $t = 1, t = 2, t = 3$  aus dem Objekt bei Fremdfinanzierung der Anschaffungsauszahlung (750) entnehmen kann unter der Prämisse, dass die Tilgung im Zeitpunkt  $t = 3$  erfolgt. Welchen Betrag kann der Investor pro Periode als Gewinn entnehmen, wenn der Kreditzins und der Anlagezins 6% betragen? Erläutern Sie Ihre Berechnung!

 (248) \*\* **Aufgabe 49** *Unvollkommener Kapitalmarkt*

 Die Aufgabe zeigt anhand eines einfachen Beispiels die Auswirkungen unterschiedlicher Konsumprämissen auf einem unvollkommenen Kapitalmarkt auf die Vorteilhaftigkeit von zwei Investitionsprojekten.


Es stehen folgende zwei Investitionsprojekte A und B zur Auswahl, von denen der Investor nur eines durchführen kann (in EUR):

$t$	0	1	2	3
$Z_t^A$	-500	150	200	300
$Z_t^B$	-500	-150	0	850



Die Investitionsprojekte verursachen jeweils Anschaffungsauszahlungen von 500 EUR, die vollständig eigenfinanziert werden.

- Berechnen Sie jeweils den Kapitalwert und das Endvermögen der Investitionsalternativen bei vollkommenem Kapitalmarkt und einem Kapitalmarktzins von 6%! Welche Konsumprämissen stehen jeweils hinter den Vorteilhaftigkeitsmaßen? Haben diese Prämissen im vorliegenden Fall eine Auswirkung auf die Vorteilhaftigkeit der Investitionsalternativen? Begründen Sie Ihre Antwort!
- Die Annahme des vollkommenen Kapitalmarktes wird nun aufgehoben. Der Sollzinssatz beträgt nun 8%, der Habenzinssatz 4%. Berechnen Sie jeweils den maximal möglichen Konsum in  $t=0$  und das Endvermögen der beiden Investitionsprojekte. Welche Investition ist nun vorteilhaft? Gehen Sie davon aus, dass aufgenommene Kredite schnellstmöglich getilgt werden können.

 (250) \*\* **Aufgabe 50** Flipper-Leasing



Die Aufgabe befasst sich mit alternativen Finanzierungsmöglichkeiten im Fall ohne Steuern. Konkret stehen Kauf oder Leasing zur Auswahl.

Ein Spielhallenbesitzer steht im Rahmen der Beschaffung von 5 Flipper-Geräten, die sich in der Vergangenheit als gewinnbringend erwiesen haben, vor der Entscheidung zwischen Kreditkauf und (Finanzierungs-)Leasing. Die steuerliche Nutzungsdauer der Geräte beträgt 4 Jahre, die erwartete wirtschaftliche Nutzungsdauer 5 Jahre. Bei Kauf beträgt der Stückpreis je Gerät 3 000 EUR. Bei Leasing müssen 3 Leasingraten (nachsüssig) von je 1 200 EUR pro Gerät geleistet werden; nach den 3 Jahren können die Geräte zum steuerlichen Restbuchwert erworben werden. Der Zinssatz beträgt 10%. Steuern sind nicht zu berücksichtigen!

- Welche Beschaffungsart ist günstiger?
- Wie hoch ist die kritische Leasingrate?


 (254) \* **Aufgabe 51** Kapitalwert oder Annuität?



Ziel der Aufgabe ist, dass Sie lernen die Alternativentwahl anhand von Vermögensmehrwertmethoden, konkret, des Kapitalwerts und der Annuitätenmethode zu bestimmen.

Objekt	Kapital- einsatz in EUR	Einzahlungs- überschüsse in EUR	Nutzungs- dauer [Jahre]	Kapitalwert ( $i=8\%$ ) in EUR	Annuität ( $i=8\%$ ) in EUR
A	-1 000	+200	12	+507,22	+67,30
B	-1 000	+300	6	+386,86	+83,68
C	-1 400	+400	6	+449,15	+97,16

Diskutieren Sie die Eignung der Entscheidungskriterien »Kapitalwert« und »Annuität« zur Beurteilung von technisch sich ausschließenden Alternativen anhand der obenstehenden Beispieldaten.

 (258) \*\* **Aufgabe 52** *Zahlungsreihen und Renditen*




Die Aufgabe dient der Berechnung des internen Zinsfußes. Die Komplexität der Berechnung hängt dabei im Wesentlichen von der Laufzeit der Investition ab.

Gegeben sind die nachfolgend wiedergegebenen Zahlungsreihen  $Z_t$ :

$t$	0	1	2	3
$Z(1)$	-100	+120	-	-
$Z(2)$	-100	+95	-	-
$Z(3)$	-100	+10	+110	-
$Z(4)$	-100	+60	+72	-
$Z(5)$	-100	+10	+132	-

Ermitteln Sie rechnerisch die internen Renditen.

 (260) \* **Aufgabe 53** *Rendite-Märchen*



Die vorliegende Aufgabe zeigt die Anwendung und Grenzen des internen Zinsfußes anhand eines praktischen Beispiels.

a) *Sparbrief mit Abzinsung*


Beim Erwerb eines abgezinsten Sparbriefs mit einer Laufzeit von 5 Jahren und einer Zinsausstattung von 5,75% sind nur 756 EUR anzulegen. Dieser Betrag wächst bis zum Fälligkeitstermin auf den Nennbetrag von 1 000 EUR an, da die Zinsen nicht ausgezahlt, sondern dem Kaufpreis zugeschrieben werden. Der angelegte Betrag vermehrt sich um 32,28%; das sind durchschnittlich 6,46% pro Jahr. Nehmen Sie Stellung!

b) *Überregionale Tageszeitung*

In einer überregionalen Tageszeitung erschien folgendes Inserat (Süddeutsche Zeitung vom 26./27. Juni 1982):

»Die Festgeldzinsen sinken wieder! Was tun? Ich biete Ihnen für z.B. 100 000 EUR, die an Grundbesitz abgesichert werden, eine lebenslange, gleichbleibende und von Zinsschwankungen unabhängige monatliche Leibrente von 813 EUR (wenn Sie z.B. 60 Jahre alt sind), was jährlich 9 760 EUR entspricht oder 9,76%, die zu 75% steuerfrei sind.«

Was halten Sie davon? Begründen Sie Ihre Meinung!

 (262) \*\* **Aufgabe 54** *Kapitalwert, Annuität und interner Zins*



Die Aufgabe zeigt das Verhältnis von Vermögensmehrwertmethoden und Zinsmaßen. Es wird deutlich, welche Prämissen den Entscheidungskriterien zugrunde liegen und welche Annahmen gelten müssen, um Vergleichbarkeit zu gewährleisten.

a) Ihnen stehen die folgenden beiden Investitionsobjekte zur Auswahl:




t	0	1	2	3	4	$C_0^{10\%}$	$ANN^{10\%}$
A	-100	+130	+130	-	-	+125,62	+72,38
B	-100	+100	+100	+100	+100	+216,99	+68,45

- Welche Investition würden Sie wählen und warum?
- Diskutieren Sie mögliche Widersprüche.

b) Ihnen stehen folgende Investitionen zur Auswahl:

t	0	1	$C_0^{10\%}$	r
A	-100	+120	+9,09	20%
B	-150	+177	+10,90	18%

- Welche Investition würden Sie wählen und warum?
- Erklären Sie die unterschiedliche Vorziehwürdigkeitsentscheidung von Kapitalwert- und interner Zinssatzmethode.
- Welche Prämissen liegen der Kapitalwert- und der internen Zinssatzmethode jeweils zu Grunde?


 (266) \*\* **Aufgabe 55** Kreditauswahl



*Auswahlentscheidungen betreffen nicht nur Investitionen, sondern korrespondierend auch Finanzierungsalternativen. Die Aufgabe zeigt, wie Vermögensmehrwertmethoden und Zinsmaße bei der Beurteilung der Vorteilhaftigkeit von Krediten angewendet werden.*

Zwei Kredite stehen zur Auswahl. Kredit I (K I) weist einen Kreditbetrag von 90 000 EUR auf und ist bei einer Laufzeit von 6 Jahren annuitätisch mit 18 303 EUR p. a. zu tilgen. Demgegenüber umfasst Kredit II (K II) einen Kreditbetrag von 100 000 EUR und ist bei einer Laufzeit von 4 Jahren und einer laufenden Zinszahlung von 6,2% p. a. endfällig zu tilgen. Der Marktzinssatz beträgt 8%.

- Welche rechnerische Verzinsung weist Kredit I auf?
- Ermitteln Sie den besseren (= vorziehwürdigen) Kredit und diskutieren Sie eventuelle Widersprüche.

 (269) \*\* **Aufgabe 56** Kompatibilität der Baldwin-Rendite



*Bei dieser Aufgabe sollen Sie formal zeigen, dass die Baldwin-Rendite zu den gleichen Vorteilhaftigkeitsaussagen führt wie das Kapitalwertkriterium.*

Betrachten Sie eine Investition in der allgemeinen Form

t	0	1	2	...	T
$Z_t$	$I_0$	$Z_1$	$Z_2$	...	$Z_T$




Finanzielle Mittel können auf dem Kapitalmarkt zum Zinssatz  $i$  angelegt (und aufgenommen) werden. Eine Alternative zur Beurteilung der Vorteilhaftigkeit einzelner Investitionsobjekte ist das Endvermögen, definiert durch:

$$EV = \sum_{t=1}^T Z_t \times (1 + i)^{T-t}$$

Aus dem Endvermögen wiederum lässt sich die durchschnittliche Vermögensrentabilität (auch: *Baldwin-Rendite*) herleiten, vor Steuern definiert durch

$$r_B = \left( \frac{\text{Endvermögen}}{\text{Anschaffungsauszahlung}} \right)^{\frac{1}{T}} - 1 = \left( \frac{EV}{I_0} \right)^{\frac{1}{T}} - 1$$

Die Investition lohnt sich dann, wenn  $r_B > i$ . Zeigen Sie, dass dies mit dem Kapitalwertkriterium kompatibel ist.

 (270) \*\* **Aufgabe 57** Kapitalwert und Baldwin-Rendite I



Bei dieser Übung sollen Sie zeigen, dass Sie die erforderlichen Anpassungen durchführen können, damit die Vorteilhaftigkeitsaussagen von Kapitalwertkriterium und Baldwin-Rendite äquivalent sind.


Einem Investor stehen zwei sich ausschließende Realinvestitionen mit den folgenden Zahlungsüberschüssen zur Verfügung:

$t$	0	1	2	3	4
$Z_t^A$	-1 000	200	270	350	400
$Z_t^B$	-800	400	500		

Der Kapitalmarktzins beträgt  $i = 7\%$ .

- a) Ermitteln Sie den *Kapitalwert* und die *Baldwin-Rendite* für die beiden Investitionen, wenn der Planungshorizont für Investition A (B)  $T^A = 4$  ( $T^B = 2$ ) Jahre beträgt und die Anschaffungsauszahlung für Investition A (B)  $I_0^A = 1\,000$  ( $I_0^B = 800$ ) beträgt! Welches Problem liefert Ihr Ergebnis?
- b) Angenommen der Investor verfügt über Eigenmittel in Höhe von 1 000 EUR. Im Fall von Investition B investiert er die verbleibenden 200 EUR in eine Kapitalmarktanlage. Der Planungshorizont beträgt jedoch immer noch  $T^B = 2$  Jahre. Ermitteln Sie den *Kapitalwert* und die *Baldwin-Rendite* für Investition B!
- c) Angenommen es gelten die Annahmen aus b), allerdings beträgt der Planungshorizont für Investition B jetzt  $T^B = 4$  Jahre. Ermitteln Sie den *Kapitalwert* und die *Baldwin-Rendite* für Investition B. Worin besteht der Unterschied zu Ihren Ergebnissen aus a) und b)?



 (271) \*\* **Aufgabe 58** Kapitalwert und Baldwin-Rendite II



Die Aufgabe befasst sich neben der Aussageäquivalenz von Kapitalwertkriterium und Baldwin-Rendite mit der Interpretation negativer Zahlungen im Zeitablauf

Einem Investor stehen zwei sich ausschließende Realinvestitionen mit den folgenden Zahlungsüberschüssen zur Verfügung:


$t$	0	1	2	3	4
$Z_t^A$	-1 000	200	-330	700	900
$Z_t^B$	-1 000	400	-330	700	750

Ermitteln Sie bei einem Kapitalmarktzins von  $i = 10\%$  jeweils

- den Kapitalwert,
- die Baldwin-Rendite wenn  $Z_2$  auf  $T = 4$  aufgezinst wird,
- die Baldwin-Rendite wenn  $Z_2$  auf  $t = 0$  diskontiert wird,

jeweils für beide Investitionsalternativen.

- Ist die Rangfolge der Vorteilhaftigkeit durch die unterschiedliche Handhabung von  $Z_2$  betroffen? Warum?
- Welche Argumente sprechen für eine Diskontierung, welche für eine Aufzinsung von  $Z_2$ ?

 (272) \*\* **Aufgabe 59** Entscheidungskriterien



Die Aufgabe beinhaltet die Berechnung alternativer dynamischer und statischer Vorteilhaftigkeitsmaße und entspricht im Wesentlichen Aufgabe 2.36 auf Seite 73 in Schanz/Schanz 2011.

Ermitteln Sie für den Zahlungsstrom von  $Z_0 = -120$ ,  $Z_1 = 40$ ,  $Z_2 = -20$ ,  $Z_3 = 60$ ,  $Z_4 = 30$  und einen Kapitalmarktzins von  $i = 5\%$  bei gegebenem Startkapital

- den Kapitalwert,
- das Endvermögen,
- den Endwert,
- den Ertragswert in jeder Periode,
- den konstanten Betrag, der in  $t = 1, \dots, \infty$  entnommen werden kann,
- die nachschüssige Rente, die entnommen werden kann, sodass das Vermögen am Ende von  $t = 4$  aufgebraucht ist,
- den internen Zinsfuß,
- die Baldwin-Rendite, wenn  $Z_2$  (1) auf  $t = 0$  diskontiert, (2) auf  $t = T$  aufgezinst und als negative Einzahlung begriffen wird,
- die Kapitalwertrate

und interpretieren Sie das Ergebnis



📍 (276) \*\* **Aufgabe 60** Auswahlentscheidungen



Bei dieser Aufgabe sollen Sie zeigen, dass Sie anhand gegebener Vorteilhaftigkeitsmaße die beste Investitionsalternative bestimmen können.

Angenommen einem Investor stehen zwei sich gegenseitig ausschließende Investitionen A und B sowie eine Kapitalmarktanlage zur Verfügung.

- $SUM^A, SUM^B$  : Nicht diskontierte Summe der Zahlungsüberschüsse
- $C_0^{A-B}$  : Kapitalwert der Differenzinvestition A-B
- $r_B^A, r_B^B$  : Baldwin-Rendite

Angenommen, der Investor ist an der Endvermögensmaximierung interessiert. Welche Investition wird er ausführen (A, B oder eine Kapitalmarktanlage KMA; »?« steht für nicht genügend Informationen für eine Entscheidung)?

	A	B	KMA	?
1. $C_0^A < C_0^B < 0$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2. $r_B^B > i > r_B^A$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3. $SUM^A < SUM^B < 0$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4. $C_0^A > SUM^B > 0$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5. $C_0^{A-B} > 0$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6. $i > r_B^B > r_B^A$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
7. $r_B^B > r_B^A > i$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
8. $C_0^{A-B} > 0$ und $C_0^A > 0$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
9. $C_0^{A-B} < 0$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
10. $C_0^{B-A} < 0$ und $C_0^A > 0$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

📍 (277) \*\* **Aufgabe 61** Sollzinssatzmethoden



Sollzinssatzmethoden berechnen den kritischen Sollzinssatz, der maximal gelten darf, damit Indifferenz zwischen Durchführung und Unterlassung der Investition besteht. Bei dieser Aufgabe sollen Sie die zwei wesentlichen Sollzinssatzmethoden auf ein konkretes Beispiel anwenden.

Gegeben sei der Zahlungsvektor  $Z = (-100; 80; -50; 150; 20)$ .

- a) Ermitteln Sie den kritischen Sollzinssatz im Fall des Kontenausgleichsverbots, wenn der Habenzinssatz 5% beträgt! Ermitteln Sie dazu das Endvermögen bei  $b_1 = 15\%$  bzw.  $b_2 = 20\%$  und berechnen Sie den kritischen Sollzinssatz mittels linearer Interpolation.
- b) Ermitteln Sie jetzt den kritischen Sollzinssatz im Fall des Kontenausgleichsgebots, wenn der Habenzinssatz 5% beträgt! Ermitteln Sie dazu das Endvermögen bei  $b_1 = 30\%$  bzw.  $b_2 = 40\%$  und berechnen Sie den kritischen Sollzinssatz mittels linearer Interpolation.





## 4 Statische Methoden

📍 (280) \* **Aufgabe 62** Wahr oder falsch?



Dieser Aufgabentypus prüft im Antwort-Wahl-Verfahren, ob Sie die Funktionsweise der statischen Verfahren der Investitionsrechnung im Wesentlichen verstanden haben.

Sind die nachstehenden Aussagen wahr oder falsch?

Begründen Sie Ihre Antwort *kurz!*


	<i>wahr</i>	<i>falsch</i>
1. Je kürzer die Amortisationsdauer ist, desto geringer wird das Investitionsrisiko eingeschätzt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2. Die Rückflussdauer einer Investition mit einer Nutzungsdauer von $n = 5$ Jahren und dem Zahlungsvektor $(-100, +30, +30, +30, +30, +130)$ beträgt 3 Jahre.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3. Grundlage für die Entscheidung nach der Amortisation ist ausschließlich der Zeitraum bis zur Rückgewinnung des ursprünglich eingesetzten Kapitals.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4. Amortisationsverfahren liefern eine Aussage über den Erfolg einer Investitionsalternative.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5. Mittels der dynamischen Amortisationsrechnung wird unter Vernachlässigung der Verzinsung des jeweils gebundenen Kapitals berechnet, nach wie vielen Perioden das eingesetzte Kapital wieder zurückgewonnen ist.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6. Die Amortisationsrechnung kann als Endwert- oder Barwertmodell konzipiert werden.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
7. Im Mehrperiodenfall bestehen bei der internen Zinsfußmethode immer Interpretationsprobleme, da mehrere Nullstellen auftreten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
8. Bei der Investition mit dem Zahlungsvektor $(-100, +120)$ handelt es sich um eine reine Investition.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
9. Die Kapitalwertfunktion $f(i)$ , weist nur bei reinen Investitionen im Zinsbereich über $-100\%$ einen stetig fallenden Verlauf auf.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
10. Im Einperiodenfall existiert immer ein eindeutiger interner Zinsfuß.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
11. Ein zentrales Problem von Renditemaßen ist die Vergleichbarkeit der Renditen bei Investition mit unterschiedlicher Kapitalbindung und unterschiedlicher Nutzungsdauer.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
12. Bei Normalinvestitionen gilt: Liegt der Kapitalmarktzins $i$ unter der Investitionsrendite $r$ , bedeutet dies zugleich, dass der Kapitalwert bei einem positiven Zinssatz $i$ positiv ist.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
13. Bei Anwendung von Renditemethoden ist die Höhe der Kapitalbindung von untergeordneter Bedeutung.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



		<i>wahr</i>	<i>falsch</i>
14.	Die Kapitalbindung einer Investition hängt vom Kapitaleinsatz, der Investitionsdauer und auch von der Rückzahlungsstruktur ab.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
15.	Zinssatzmethoden messen die Vorteilhaftigkeit direkt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
16.	Ein wesentliches Problem beim internen Zinsfuß stellt die Wiederanlageprämisse dar. Demnach wird das frei werdende Kapital zum internen Zinsfuß angelegt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
17.	Bei der Baldwin-Rendite wird die einfache Verzinsung des investierten Kapitals ermittelt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
18.	Bei den Sollzinssatzmethoden wird der Sollzinssatz bestimmt, bei dem sich ein Kapitalwert von null ergibt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
19.	Der kritische Sollzinssatz ist beim Kontenausgleichsverbot tendenziell höher als beim Kontenausgleichsgebot.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
20.	Ein Entscheidungskalkül stellt eine formale Rechenregel zur Ableitung von Entscheidungen dar.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
21.	Die Entscheidungstheorie ist zentraler Bestandteil der Betriebswirtschaftslehre, da sie sich mit der optimalen Verwendung knapper Ressourcen befasst.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
22.	Die Auswahlentscheidung kann im Ausnahmefall allein auf der Basis der Zahlungsströme getroffen werden.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
23.	Eine Auswahlentscheidung kann auch dann getroffen werden, wenn kein Kapitalmarkt existiert.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
24.	Alle Vermögenswertmethoden führen bei Vorliegen des vollkommenen und vollständigen Kapitalmarkts unabhängig von der Nutzungsdauer zwingend zu gleichen Empfehlungen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
25.	Die Auswahl ist bei gleicher Kapitalbindung unproblematisch, da zum Vergleich der Alternativen keine Anpassungen durchgeführt werden müssen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
26.	Differenzen bei der Kapitalbindung unterschiedlicher Investitionsobjekte werden bei den dynamischen Vermögensmehrwertmethoden und bei der internen Zinsfußmethode implizit berücksichtigt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
27.	Die Vermögenswertmethoden (Vermögensendwert-, Kapitalwert- und Annuitätenmethode) führen bei Auswahlproblemen grundsätzlich zu gleichen Rangfolgen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
28.	Ist die Summe der nicht diskontierten Zahlungsüberschüsse von Alternative A höher als bei Alternative B, ist Alternative A immer vorteilhaft.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
29.	Ist der Kapitalwert von Alternative A höher als von Alternative B, ist Alternative A vorteilhaft.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



- |  | <i>wahr</i>              | <i>falsch</i>            |
|--|--------------------------|--------------------------|
| 30. Die Zahlungsreihe einer Differenzinvestition ergibt sich durch Subtraktion der Zahlungen der einen Alternative von den Zahlungen der anderen Alternative, jeweils pro Periode. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 31. Eine Auswahlentscheidung zwischen zwei mehrperiodigen Investitionsalternativen kann ohne Existenz eines Kapitalmarkts nicht getätigt werden.                                   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |


 (281) \*\* **Aufgabe 63** *Break and Even KG*



Die Aufgabe zeigt das Verhältnis von statischen und dynamischen Vermögensmehrwertmethoden auf. Insbesondere soll gezeigt werden, wie die Vorteilhaftigkeit bei statischen Vermögenswertmethoden (Gewinnvergleichsrechnung) berechnet wird.

Die Break & Even KG plant eine Erweiterungsinvestition. Die Anschaffungsauszahlung beträgt 100 000 EUR, die voraussichtliche Nutzungsdauer 10 Jahre und der Kalkulationszinssatz 10%. Es ist mit einem Resterlöswert von 0 EUR zu rechnen. Das Investitionsprojekt verursacht fixe Betriebskosten von 6 000 EUR pro Jahr. Der Erlös pro Stück beträgt 10 EUR, die variablen Kosten pro Stück belaufen sich auf 5 EUR.

- Ermitteln Sie die zusätzliche jährliche Mindestabsatzmenge, die zur Erreichung der Gewinnschwelle erforderlich ist, wenn der Kapitaldienst nach der Annuitätenmethode, der einfachen Kapitalbindung bzw. der Ingenieur-Formel berechnet wird.
- Ermitteln Sie die kritische zusätzliche Absatzmenge, wenn ein Resterlös von 20 000 EUR zu erwarten ist.
- Würdigen Sie die Gewinnvergleichsrechnung kritisch!


 (287) \*\* **Aufgabe 64** *Unternehmer Mikost*



Im Vergleich zu Aufgabe 63 (Gewinnvergleichsrechnung) befasst sich Aufgabe 64 mit der Kostenvergleichsrechnung.

Unternehmer Mikost plant eine Rationalisierungsinvestition. Folgende Daten liegen vor: Kapitaleinsatz 90 000 EUR; Nutzungsdauer 5 Jahre; kalkulatorischer Zinssatz 10%. Der Resterlös in  $t = 5$  beträgt 0 EUR.

- Ermitteln Sie den Kapitaldienst bei (1) einfacher Kapitalbindung, (2) Kapitalbindung nach der Ingenieur-Formel und (3) nach der Annuitätenmethode und ermitteln Sie unter Anwendung der Kostenvergleichsrechnung jeweils die erforderliche jährliche Mindestkosteneinsparung.
- Wie ändert sich das Ergebnis bei einem Resterlös von 10 000 EUR?

 (290) \* **Aufgabe 65** *Amort GmbH und Co. KG*




Die Aufgabe zeigt die Anwendung der statischen/dynamischen Amortisationsrechnung.

Der Amort GmbH & Co. KG stehen in einem Krisengebiet mehrere Investitionsprojekte mit nachfolgenden Zahlungsreihen zur Auswahl:



	0	1	2	3	4	Resterlös 4*
A	-100	+50	+50	+50	+50	-
B	-100	+0	+0	+0	+200	-
C	-100	+120	+30	+30	+20	-
D	-100	+70	+40	+30	+20	-
E	-100	+20	+40	+60	+80	+40

- a) Berechnen Sie die Rückflusszeit jeweils nach der Kumulationsmethode und der Durchschnittsmethode der statischen Amortisationsrechnung und nehmen Sie zum Ergebnis Stellung.
- b) Ermitteln Sie die Pay-off-Periode nach der dynamischen Amortisationsrechnung und nehmen Sie zum Ergebnis Stellung (Zinssatz  $i = 10\%$ ).


 (294) \* **Aufgabe 66** Rentabilitäts-Varianten



Rentabilitäten finden insbesondere am Kapitalmarkt zur Beurteilung von Unternehmen Anwendung. Hier sollen Sie zeigen, dass Sie die wesentlichen Kennziffern berechnen und interpretieren können.

Ein Investor steht vor der Entscheidung, ob er eine abnutzbare Anlage mit vierjähriger Nutzungsdauer im Wert von 50 000 EUR erwerben soll. Die jährlichen Erträge (= Einzahlungen) der Investition betragen 26 000 EUR, die laufenden Kosten (= Auszahlungen) jährlich 10 000 EUR. Am Ende der Nutzungsdauer von vier Jahren wird ein Resterlös von 10 000 EUR erwartet. Der Kalkulationszinssatz sei 10%, die Eigenkapitalquote betrage 40%.

- a) Ermitteln Sie die Rentabilitätsziffern
  - Gesamtkapitalrentabilität,
  - Return on Investment (ROI) und
  - Eigenkapitalrentabilität.
  - Übergewinnrentabilität
- b) Interpretieren Sie die Rentabilitätsziffer »Return on Investment«.

 (297) \*\* **Aufgabe 67** Rentabilitätsmaße ex-post



Bei dieser Aufgabe sollen Sie die gängigsten Rentabilitätskennziffern auf einen konkreten Jahresabschluss anwenden.

Auf den folgenden Seiten finden sie die Gewinn- und Verlustrechnung der Volkswagen AG für das Geschäftsjahr 2009 und 2010 (jeweils die Werte zum 31. 12.). Ermitteln Sie auf Basis der vorhandenen Informationen jeweils für das Geschäftsjahr 2010

- a) die Eigenkapitalrendite,
- b) die Gesamtkapitalrentabilität und
- c) den Return on Investment.

Geben Sie eine kurze Interpretation zu den von Ihnen unter a) und c) ermittelten Kennzahlen!



## Gewinn- und Verlustrechnung

Werte in Mio. EUR	2010	2009
<i>Umsatzerlöse</i>	126 875	105 187
Kosten der Umsatzerlöse	-105 431	-91 608
<i>Bruttoergebnis</i>	21 444	13 579
Vertriebskosten	-12 213	-10 537
Verwaltungskosten	-3 287	-2 739
Sonstige betriebliche Erträge	7 648	7 904
Sonstige betriebliche Aufwendungen	-6 450	-6 352
<i>Operatives Ergebnis</i>	7 141	1 855
Ergebnis aus At Equity bewerteten Anteilen	1 944	701
Finanzierungsaufwendungen	-2 144	-2 268
Übriges Finanzergebnis	2 053	972
<i>Finanzergebnis</i>	1 852	-595
<i>Ergebnis vor Steuern</i>	8 994	1 261
Steuern vom Einkommen und vom Ertrag	-1 767	-349
tatsächlich	-2 963	-1 145
latent	1 196	796
<i>Ergebnis nach Steuern</i>	7 226	911
Ergebnisanteil der Minderheiten	392	-49
Ergebnisanteil der Aktionäre der Volkswagen AG	6 835	960
<i>Unverwässertes Ergebnis je Stammaktie in EUR</i>	15,17	2,37
<i>Verwässertes Ergebnis je Stammaktie in EUR</i>	15,17	2,37
<i>Unverwässertes Ergebnis je Vorzugsaktie in EUR</i>	15,23	2,43
<i>Verwässertes Ergebnis je Vorzugsaktie in EUR</i>	15,23	2,43



## Bilanz

AKTIVA (Werte in Mio. EUR)	2010	2009
<i>Langfristige Vermögenswerte</i>		
Immaterielle Vermögenswerte	13 104	12 907
Sachanlagen	25 847	24 444
Vermietete Vermögenswerte	11 812	10 288
Als Finanzinvestition gehaltene Immobilien	252	216
At Equity bewertete Anteile	13 528	10 385
Sonstige Beteiligungen	640	543
Forderungen aus Finanzdienstleistungen	35 817	33 174
Sonstige Forderungen und finanzielle Vermögenswerte	7 519	3 747
Ertragsteuerforderungen	689	685
Latente Ertragsteueransprüche	4 248	3 013
	113 457	99 402
<i>Kurzfristige Vermögenswerte</i>		
Vorräte	17 631	14 124
Forderungen aus Lieferungen und Leistungen	6 883	5 692
Forderungen aus Finanzdienstleistungen	30 164	27 403
Sonstige Forderungen und finanzielle Vermögenswerte	6 605	5 927
Ertragsteuerforderungen	482	762
Wertpapiere	5 501	3 330
Zahlungsmittel, Zahlungsmitteläquivalente und Termingeldanlagen	18 670	20 539
	85 936	77 776
<i>Bilanzsumme</i>	199 393	177 178



## Bilanz

PASSIVA (Werte in Mio. EUR)	2010	2009
<i>Eigenkapital</i>		
Gezeichnetes Kapital	1 191	1 025
Kapitalrücklage	9 326	5 356
Gewinnrücklagen	35 461	28 901
Eigenkapital vor Minderheiten	45 978	35 281
Anteile von Minderheiten am Eigenkapital	2 734	2 149
	48 712	37 430
<i>Langfristige Schulden</i>		
Finanzschulden	37 159	36 993
Sonstige Verbindlichkeiten	4 742	3 028
Latente Ertragsteuerverpflichtungen	1 669	2 224
Rückstellungen für Pensionen	15 432	13 936
Ertragsteuerrückstellungen	3 610	3 946
Sonstige Rückstellungen	11 170	10 088
	73 781	70 215
<i>Kurzfristige Schulden</i>		
Finanzschulden	39 852	40 606
Verbindlichkeiten aus Lieferungen und Leistungen	12 544	10 225
Ertragsteuerverbindlichkeiten	286	73
Sonstige Verbindlichkeiten	10 627	8 237
Ertragsteuerrückstellungen	2 077	973
Sonstige Rückstellungen	11 513	9 420
	76 900	69 534
<i>Bilanzsumme</i>	199 393	177 178



## 5 Investitionsrechnung mit Gewinnen

📍 (298) \*

### Aufgabe 68 Wahr oder falsch?



Dieser Aufgabentypus prüft im Antwort-Wahl-Verfahren, ob Sie die Grundlagen der Investitionsrechnung mit Gewinnen verstanden haben.

Sind die nachstehenden Aussagen wahr oder falsch?

Begründen Sie Ihre Antwort *kurz*!

	<i>wahr</i>	<i>falsch</i>
1. Die Summe der Gewinne entspricht der Summe der Zahlungsüberschüsse über die Totalperiode.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2. Wenn das Kongruenzprinzip gilt, bedeutet dies, dass die Summe der Gewinne der Summe der Zahlungsüberschüsse über die Totalperiode entspricht.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3. Bei der Investitionsrechnung werden neben Gewinnen auch Zahlungen diskontiert.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4. Der Gewinn stellt i. d. R. keine Zielgröße dar, da dieser auch nichtzahlungswirksame Bestandteile wie z. B. Abschreibungen enthalten kann.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5. Zahlungen bilden deshalb die Zielgröße, da sie in Konsumnutzen transformiert werden können.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6. Gewinne gehören in die Kategorie der Rechnungslegung, während Zahlungen in die Kategorie der Investitionsrechnung gehören.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
7. Es ist möglich, dass der Totalgewinn positiv ist, aber der Kapitalwert negativ.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
8. Aus Sicht der Investitionstheorie ist es egal, ob eine Zahlung heute oder morgen stattfindet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
9. Der Residualgewinn ist ein zahlungsgleicher Gewinn.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
10. Der Residualgewinn errechnet sich aus dem pagatorischen Gewinn abzüglich kalkulatorischer Zinsen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
11. Der Bestand an Forderungen am Ende von $t = 1$ beträgt 100 EUR. Am Ende von $t = 2$ beträgt der Forderungsbestand 150 EUR. Die Kapitalbindung erhöht sich c. p. in $t = 2$ um 150 EUR.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
12. Der Zielverkauf von Immobilien vermindert das Aktivvermögen und erhöht das gebundene Kapital.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
13. Der Barverkauf von Immobilien zum Buchwert vermindert das Aktivvermögen und mindert das gebundene Kapital.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
14. Der Barkauf von Handelswaren führt zu einem höheren Umlaufvermögen und zu einer höheren Kapitalbindung.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
15. Die Besteuerung des Residualgewinns führt zu einem neutralen Steuersystem bei dem die Besteuerung keine Entscheidungsverzerrungen induziert.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>





(299) \*

**Aufgabe 69** *Periodisierung von Zahlungen*

Um die Wirkungsweise des Lücke-Theorems verstehen zu können, muss ein Grundverständnis für das Auseinanderfallen von Aufwendungen/Erträgen einerseits und Auszahlungen/Einzahlungen andererseits vorliegen. Mit der Aufgabe können Sie überprüfen, ob Sie souverän mit den Grundbegriffen des betrieblichen Rechnungswesens umgehen können.

Bestimmen Sie, in welche der Kategorien (a) bis (f) nachstehende Geschäftsvorfälle fallen:

- (a) *Auszahlung vor Aufwand*  
 (b) *Aufwand vor Auszahlung*  
 (c) *Einzahlung vor Ertrag*  
 (d) *Ertrag vor Einzahlung*  
 (e) *Einzahlung, niemals Ertrag*  
 (f) *Auszahlung, niemals Aufwand*

	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)
1. Zielverkauf von Waren	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2. Entnahme von Bargeld	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3. Kauf eines Gebäudes (AV)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4. Tilgung eines Kredits	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5. Erhalt von Miete im Voraus	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6. Aufnahme eines Kredits	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
7. Einlage auf das Unternehmenskonto	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
8. Bezahlung von Zinsen im Nachhinein	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

(300) \*\*

**Aufgabe 70** *Investitionsrechnung mit Gewinnen?*

Die Aufgabe zeigt anhand eines konkreten Beispiels die Anwendung des Lücke-Theorems im Fall ohne Steuern.

Bei einem 5-EUR-Business-Wettbewerb überlegen sich Kommilitonen einen Onlineshop für Bayreuth-Fan-T-Shirts zu gründen. Da sie sich nicht sicher sind, ob die Gründung vorteilhaft ist, fragen die Kommilitonen Sie um Rat. Sie legen Ihnen in diesem Zusammenhang die folgenden Plandaten vor:

- Für die Zukunft ist von einer auf 4 Jahre begrenzten Laufzeit des Unternehmens auszugehen.
- Der prognostizierte (zugleich zahlungswirksame) Umsatz in  $t=1$  bis  $t=4$  beträgt 8 000 EUR.
- Für das Beflocken und Bedrucken der T-Shirts wird in  $t=0$  eine Maschine zu einem Preis von 4 500 EUR angeschafft. Die Maschine hat eine betriebsgewöhnliche Nutzungsdauer von 4 Jahren und wird linear über diese Nutzungsdauer abgeschrieben.
- In  $t=0$  wurden unbedruckte T-Shirts für 1 500 EUR gekauft (bar), von denen ein Teil im Wert von 1 200 EUR in  $t=1$  verbraucht wurde. Die restlichen T-Shirts sind als Reserve auf Lager gelegt worden. Die auf Lager gelegten,




- in  $t = 4$  vermutlich nicht verbrauchten, T-Shirts, können keiner Verwendung mehr zugeführt werden. Sie werden ohne weitere Kosten entsorgt.
- Der allgemeine Kalkulationszins beträgt 10%.

*Aufgabenstellung*

- Berechnen Sie auf Basis der Residualgewinne, ob die Gründung vorteilhaft ist. Interpretieren Sie das Ergebnis.
- Als Sie Ihre Kalkulation vorlegen, wendet einer Ihrer Kommilitonen folgende Argumentation ein:

*»Also, ich kann mich erinnern, dass wir immer mit den Zahlungsströmen rechnen sollten, da die Ermittlung des Barwertes mit den Gewinnreihen stets zu falschen Ergebnissen führt!«*

Berechnen Sie den Kapitalwert auf Basis der Zahlungsreihe und nehmen Sie verbal Stellung zu seiner These. Erläutern Sie Ihre Rechenmethode aus Teilaufgabe a).

 (302) \*\* **Aufgabe 71** GAP AG



*In Aufgabe 71 sollen wie in Aufgabe 70 Residualgewinne ermittelt werden. Die Aufgabe ist hinsichtlich ihrer Parameter vergleichsweise komplex. Zur Lösung ist ein souveränes Verständnis des externen Rechnungswesens erforderlich.*

Ein Investor könnte in  $t = 0$  eine Investition durchführen. Das aktivierungspflichtige Investitionsobjekt, dessen sofort fälliger Kaufpreis 150 000 EUR beträgt und linear über die Nutzungsdauer von drei Perioden abgeschrieben wird, lässt die in nebenstehender Tabelle dargestellten Plandaten erwarten.

- Die Zahlungen für Energie und Reparaturen, Löhne und Gehälter und für die Beschaffung von Rohstoffen sind in jeder Periode bar zu leisten.
- Der Verkauf des Produktes in Periode  $t = 1$  erfolgt zum Preis von 60 EUR pro Stück gegen Barzahlung.
- Von den 4 000 verkauften Produkten der Periode  $t = 2$  werden 2 000 Stück sofort (Barverkaufspreis = 64 EUR pro Stück) und 2 000 Stück erst ein Jahr später (Lieferung auf Ziel zum Verkaufspreis von 66 EUR pro Stück) bezahlt.
- Die Verkäufe in Periode  $t = 3$  zu 72 EUR pro Stück werden bar bezahlt.

<i>t</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>
<i>Produktionsmenge (Stück)</i>	2 000	3 750	2 750
<i>Absatzmenge (Stück)</i>	1 500	4 000	3 000
<i>Herstellungskosten (EUR/Stück)</i>	50	50	50
<i>Beschaffung von Rohstoffen</i>			
<i>Beschaffungsmenge (Stück)</i>	2 500	4 000	2 000
<i>Stückpreis (EUR)</i>	12	12	12
<i>Auszahlung für Rohstoffe (EUR)</i>	30 000	48 000	24 000



<i>t</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>
<i>Verbrauch von Rohstoffen</i>			
<i>Verbrauchsmenge (Stück)</i>	2 000	3 750	2 750
<i>Stückpreis (EUR)</i>	12	12	12
<i>Materialkosten (EUR)</i>	24 000	45 000	33 000
<i>Abschreibungen (EUR)</i>			
<i>Abschreibungen (EUR)</i>	50 000	50 000	50 000
<i>Energie und Reparaturen (EUR)</i>	10 000	20 000	8 000
<i>Löhne und Gehälter (EUR)</i>	40 000	80 000	60 000

- Ermitteln Sie die diesem Investitionsobjekt entsprechende Zahlungsreihe!
- Ermitteln Sie die entsprechende Gewinnreihe!
- Ermitteln Sie für einen Kalkulationszins von 20% den Kapitalwert sowohl der Zahlungsreihe als auch der Gewinnreihe!
- Wie ist das Ergebnis im Sinne der Vorteilhaftigkeit der Investition zu beurteilen?
- Durch welche Modifikationen erreicht man bei der Diskontierung von Gewinngrößen den gleichen Kapitalwert wie auf der Basis der Zahlungsgrößen?

📍 (304) \* **Aufgabe 72 Kapitalflussrechnung**



In den Aufgabenstellungen wurde bisher der relevante Zahlungsstrom meist vorgegeben. In der Praxis müssen die relevanten Zahlungsströme oft aus den Plandaten abgeleitet werden. Bei dieser Aufgabe sollen Sie die relevanten Zahlungen indirekt über die GuV bestimmen.

Erkan Alles ist Einzelunternehmer. Gegenstand seines Betriebs ist der Handel mit orientalischen Lebensmitteln. Seine Gewinn- und Verlustrechnung für 2019 sieht wie folgt aus:

<i>Soll</i>	<i>GuV Erkan Alles e. Kfm. 2019</i>	<i>Haben</i>
<i>Abschreibungen</i>	20	<i>Umsatzerlöse</i> 120
<i>Personalaufwand</i>	40	<i>sonstige Erträge</i> 35
<i>Steueraufwand</i>	15	
<i>Warenverbrauch</i>	10	
<i>Gewinn</i>	70	
<i>Summe</i>	<u>155</u>	<u>155</u>

Erläuterungen zu den Positionen der Gewinn- und Verlustrechnung:

- Die Abschreibungen resultieren aus der Abnutzung der Betriebs- und Geschäftsausstattung.
- Der Personalaufwand ist zahlungsgleich.
- Der Steueraufwand betrifft die Gewerbesteuer und entfällt zu 1/3 auf Steuerrückstellungen und zu 2/3 auf Steuervorauszahlungen, die in 2019 per Bank an das Finanzamt überwiesen wurden.

- Beim Warenverbrauch handelt es sich um Aufwand, der durch die Ausbuchung von Warenbeständen entstand. Die Waren wurden in 2018 per Bank angeschafft.
- Einige Kunden von Erkan Alles sind Großhändler, mit denen er langfristige Zahlungsziele vereinbart hat. Für die Hälfte der Umsatzerlöse liegt das Zahlungsziel in 2020. Die restlichen Umsatzerlöse wurden gegen bar getätigt.
- Die sonstigen Erträge resultieren aus Anlagenverkäufen. Verkauft wurden alte Kassensysteme für 80 per Bank.

Zudem erhalten Sie noch folgende Informationen:

- Im März nahm Erkan Alles ein Bankdarlehen über 40 auf, das noch im selben Monat zu 100% an ihn ausbezahlt wurde.
- Erkan Alles tätigt Entnahmen in bar in 2019 i. H. v. 65.
- In 2019 betragen die Wareneinkäufe gegen bar 23.

Berechnen Sie den Bestand an liquiden Mitteln am Ende von 2019, wenn der Bestand zu Beginn des Jahres 45 betrug.

 (305) \*\* **Aufgabe 73** Kapitalbindung bei Mischfinanzierung



Die Aufgabe zeigt, was bei der Bestimmung der Kapitalbindung zu beachten ist, wenn Investitionsobjekte teilweise aus Eigen- und Fremdmitteln finanziert werden.

Frau Kloster-Melissegeist (KM) hat über eine Investition mit nachstehender Zahlungsstruktur zu entscheiden. Ihre Eigenmittel betragen 30.

$t$	0	1	2	3
$Z_t$	-90	40	40	30

Die restlichen Mittel finanziert KM über ein Tilgungsdarlehen mit einer Laufzeit von 3 Jahren. Der Sollzinssatz beträgt 15% der Kalkulationszinsfuß 10%.

- Berechnen Sie den Kapitalwert auf Basis der Zahlungsreihe!
- Ermitteln Sie die Residualgewinne und berechnen Sie den Kapitalwert auf Basis der Residualgewinne. Gehen Sie davon aus, dass alle liquiden Mittel am Ende jeder Periode entnommen werden.



## 6 Erfolgsteuern in der Investitionsrechnung

📍 (307) \* **Aufgabe 74** Wahr oder falsch?



Dieser Aufgabentypus prüft im Antwort-Wahl-Verfahren, ob Sie die Grundlagen der Integration von Ertragsteuern ins Investitionskalkül verstanden haben.


Sind die nachstehenden Aussagen wahr oder falsch?


Begründen Sie Ihre Antwort *kurz*!

	<i>wahr</i>	<i>falsch</i>
1. Steuern sollten nicht in Entscheidungskalküle integriert werden da sie »Privatsache« sind.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2. Steuern haben verzerrende Wirkung dahingehend, dass sie die Rangfolge der Vorteilhaftigkeit von Investitionen beeinflussen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3. Modelle mit Integration der Besteuerung in das Entscheidungskriterium werden als steuerliche Suboptimierungsmodelle bezeichnet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4. Die Maxime »erst entscheiden, dann Steuern sparen« ist den steuerlichen Suboptimierungsmodellen zuzuordnen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5. Die Maxime »erst rechnen, dann entscheiden« ist Grundlage steuerlicher Optimierungsmodelle, bei denen die Besteuerung in das Entscheidungskriterium integriert ist.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6. Steuerminimierung ist Ziel von Modellen, bei denen die Besteuerung in das Entscheidungskriterium integriert ist.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
7. Das Ziel steuerlicher Optimierungsmodelle besteht in der Steuerbarwertminimierung.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
8. Alternative planmäßige Abschreibungsverfahren beeinflussen den Kapitalwert nach Steuern, da die Steuerzahlungen zu unterschiedlichen Zeitpunkten anfallen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
9. Beim Kapitalwert nach Steuern wird die Bemessungsgrundlage für die Besteuerung der Realinvestition (Zähler) anders ermittelt als die Bemessungsgrundlage für die Besteuerung der Unterlassungsalternative (Nenner).	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
10. Wird die Einkommensteuer vom betrieblichen Konto bezahlt, liegt eine Privatentnahme vor.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
11. Je höher der Zinssatz nach Steuern, desto niedriger der Kapitalwert (der Rest gleichbleibend).	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
12. Je höher der Steuersatz, desto niedriger der Kapitalwert nach Steuern.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
13. Beim Standardmodell mit Ertragsteuern wird sofortiger und vollständiger Verlustausgleich unterstellt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
14. Beim Standardmodell mit Ertragsteuern wird unterstellt, dass die Investitionen im Rechtskleid einer Kapitalgesellschaft durchgeführt werden.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



- |  | <i>wahr</i>              | <i>falsch</i>            |
|--|--------------------------|--------------------------|
| 15. Beim Standardmodell mit Ertragsteuern wird ein vollkommener Kapitalmarkt unterstellt.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 16. Im Fall einer ewigen Rente spielt der Steuersatz keine Rolle, da die Besteuerung insgesamt keinen Einfluss auf den Barwert der ewigen Rente hat. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 17. Es besteht ein eindeutiger funktionaler Zusammenhang zwischen dem Kapitalwert vor Steuern und dem Kapitalwert nach Steuern.                      | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 18. Steuern werden im Standardmodell berücksichtigt, da sie eine negative Zielgröße darstellen.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 19. Die Ermittlung der steuerlichen Bemessungsgrundlage erfolgt im Zähler und Nenner des Standardmodells gleichermaßen.                              | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 20. Im Standardmodell mit Erfolgsteuern wird auch die Umsatzsteuer berücksichtigt.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 21. Zu den Erfolgsteuern gehören z. B. die Einkommensteuer und die Gewerbesteuer.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 22. Der Kapitalwert kann nach Steuern größer sein als vor Steuern.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 23. Der Kapitalwert nach Steuern ist immer kleiner als der Kapitalwert vor Steuern.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 24. Wenn der Kapitalwert nach Steuern größer ist als der Kapitalwert vor Steuern ist der Investor absolut besser gestellt, als im Fall ohne Steuern. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

 (308) \*\* **Aufgabe 75** *Barwert einer unendlichen Rente nach Steuern*

 Die Aufgabe zeigt die Auswirkung der Besteuerung im Fall einer unendlichen Rente.

Eine Investition verursache in  $t=0$  Anschaffungskosten in Höhe von  $I_0$ . Der Planungshorizont betrage  $T$  Jahre (= betriebsgewöhnliche Nutzungsdauer). Der Kalkulationszinsfuß sei  $i$ , der (konstante) Steuersatz sei  $s$ . Das Investitionsobjekt werde linear abgeschrieben. Die aus der Investition resultierenden Einzahlungsüberschüsse  $Z_t$  sollen über dem Planungshorizont konstant sein, d. h. der aus der Investition resultierende Zahlungsstrom hat die Gestalt:

$t$	$0$	$1$	$2$	$3$	$\dots$	$T$
$Z_t$	$-I_0$	$Z$	$Z$	$Z$	$\dots$	$Z$

Berechnen Sie den Kapitalwert nach Steuern dieser Investition unter Verwendung des nachschüssigen Rentenbarwertfaktors. Gegen welchen Wert konvergiert  $C_{0,s}$ , wenn der Planungshorizont  $T$  gegen  $\infty$  strebt?



(309) \*

**Aufgabe 76** Steuerliche Verzerrungen

Die Aufgabe zeigt anhand typisierter Investitionsobjekte die Auswirkung der Besteuerung auf die Rangfolge der Vorteilhaftigkeit von Investitionsalternativen.

Knut Knudsen stehen durch eine Abfindung 5 000 EUR zur Verfügung, die er am Kapitalmarkt in Wertpapiere anlegen möchte. Sein Alternativenraum beschränkt sich auf drei Wertpapiere A, B und C mit den folgenden Konditionen:

Wertpapier	Verzinsung vor Steuern	Besteuerung
A	8%	Der Steuersatz auf die vollen Erträge beträgt 25%.
B	5%	Nur 60% der Erträge werden besteuert. Der Steuersatz beträgt 50%.
C	10%	Der Steuersatz beträgt 50%.

Alternativ kann Knut in eine festverzinsliche Anlage investieren, die mit 6% verzinst wird und deren Erträge mit 50% besteuert werden.

- Ermitteln Sie die Rangfolge der Vorteilhaftigkeit der Handlungsalternativen ohne Berücksichtigung der Besteuerung!
- Erstellen Sie nun die Rangfolge unter Berücksichtigung der Besteuerung und interpretieren Sie Ihr Ergebnis im Verhältnis zu Aufgabenteil a).

(309) \*\*

**Aufgabe 77** Standardmodell mit Ertragsteuern

Bei dieser Aufgabe sollen Sie die Investitionsrechnung unter Berücksichtigung einer einfachen Gewinnsteuer durchführen.

Ein Investor möchte eine Realinvestition in Form einer Maschine realisieren. Für den Erwerb der Maschine legt der Investor in  $t = 0$  den erforderlichen Betrag in seine Einzelunternehmung ein. Die Finanzierung erfolgt mit Eigenmitteln. Die Investition verursacht folgende Zahlungen (Werte in TEUR):

$t$	0	1	2	3
$Z_t$	-90	40	50	60

Die Investition wird linear über 3 Perioden abgeschrieben. Der Kapitalmarktzins beträgt  $i = 10\%$ . Der Grenzsteuersatz des Investors beträgt 50%. Es wird angenommen, dass der Investor die Steuern vom Bankkonto seines Einzelunternehmens bezahlt.

- Ermitteln Sie den Kapitalwert vor Steuern!
- Ermitteln Sie den Kapitalwert nach Steuern und geben Sie die Buchungssätze in den Perioden  $t = 0, \dots, 3$  an unter der Annahme, dass bis zum Planungshorizont ( $t = 3$ ) keine Entnahmen getätigt werden und am Ende des Planungshorizonts alles entnommen wird! Abschlussbuchungen sind nicht erforderlich!



**Aufgabe 78** *Entscheidungswirkung der Besteuerung*



In Erweiterung zur vorherigen Aufgabe zeigt diese Aufgabe die Auswirkung der Besteuerung auf die Rangfolge der Vorteilhaftigkeit.

Es stehen folgende zwei Investitionsprojekte A und B zur Auswahl, von denen der Investor nur eines durchführen kann:

$t$	0	1	2	3	4
$Z_t^A$	-1 000	600	250	250	250
$Z_t^B$	-1 000	350	350	350	350

Die in  $t=0$  erworbenen Maschinen A bzw. B verursachen Anschaffungsauszahlungen von jeweils 1 000 EUR, die mit Eigenmitteln finanziert werden.

- Berechnen Sie den *Kapitalwert* und den *Endwert* der Investitionsprojekte A und B ohne Berücksichtigung von Steuern. Der Kapitalmarktzins beträgt 10%. Welche Investition ist vorteilhaft? Welches Kriterium verwenden Sie zur Beurteilung der Investition?
- Berechnen Sie den *Kapitalwert* und den *Endwert* nach Steuern unter Zugrundelegung eines Steuersatzes von  $s = 40\%$ . Die Abschreibung der Investitionsgüter erfolgt linear über 4 Jahre. Welche Investition ist vorteilhaft? Welches Kriterium verwenden Sie zur Beurteilung der Investition?

**Aufgabe 79** *Standardmodell mit Ertragsteuern III*



Neben der Ermittlung des Kapitalwerts sollen Sie beurteilen, welchen Einfluss alternative Besteuerungsszenarien auf die Vorteilhaftigkeit der Investition haben.

Ein Investor steht vor der Wahl, folgendes Investitionsobjekt mit Anschaffungskosten i. H. v. 625 TEUR durchzuführen ( $Z_t^-$  = Auszahlungen,  $Z_t^+$  = Einzahlungen, Werte in TEUR):

$t$	1	2	3	4	5
$Z^-$	160	160	200	200	270
$Z^+$	140	270	345	460	570

Alternativ könnte er sein Vermögen auch am Kapitalmarkt anlegen, wo er eine jährliche Rendite von 5% erwarten kann.

- Entscheiden Sie in einer Welt ohne Steuern mit Hilfe des Kapitalwerts, ob der Investor das Investitionsobjekt durchführen sollte! Gehen Sie davon aus, dass alle Zahlungen am Jahresende anfallen.
- Zu welchem Ergebnis kommen Sie, wenn der Investor am Kapitalmarkt eine jährliche Rendite von 7% erwarten kann?
- Wodurch wird der zu wählende Kalkulationszinssatz bestimmt?
- Wie hoch ist der Kapitalwert einer zu pari emittierten Kapitalmarktanleihe, welche einen jährlichen Kupon in Höhe des risikolosen Marktzins aufweist, bei einer Laufzeit von 15 Jahren, sofern Steuern vernachlässigt werden?





- e) Erklären Sie verbal wie sich Ihr Ergebnis aus d) verändert, wenn
1. nur die Alternativanlage besteuert wird.
  2. nur die Kapitalmarktanleihe besteuert wird.
  3. beide Anlagen in gleicher Höhe besteuert werden.
  4. beide Anlagen in unterschiedlicher Höhe besteuert werden.

📍 (315)\*\* **Aufgabe 80** *Steuerwirkung und deren Ursachen*



Die Aufgabe zeigt die Auswirkung alternativer Abschreibungsmethoden und der Veräußerungsgewinnbesteuerung auf den Kapitalwert nach Steuern. Zudem müssen Sie die Ursachen der Steuerwirkung benennen.

Verwenden Sie für die beiden folgenden Aufgabenteile das Standardmodell mit Ertragsteuern und gehen Sie zusätzlich von folgenden Annahmen aus:

- Der Grenzsteuersatz beträgt 42%.
- Der Kapitalmarktzins beträgt  $i = 10\%$ .
- Kapitalerträge werden mit 25% besteuert.

*Aufgabenteil 1*

In  $t = 0$  erwirbt der Investor I mit Eigenmitteln ein abnutzbares Investitionsobjekt (Produktionsanlage) für 90 000 EUR, dessen betriebsgewöhnliche Nutzungsdauer 3 Jahre beträgt. Während der dreijährigen Nutzungsdauer hat die Maschine ein Nutzungspotential von insgesamt 10 000 Stunden. Ein Restwert am Ende von  $t = T$  besteht nicht. Am Ende jeder Periode werden alle Zahlungsüberschüsse entnommen. Die Produktionsanlage wird wie folgt genutzt:

$t$	0	1	2	3
Stunden		6 500	2 000	1 500

Das Investitionsobjekt generiert folgende Zahlungsüberschüsse vor Steuern, wobei die Zahlungen jeweils am 31. 12. eines jeden Jahres anfallen:

$t$	0	1	2	3
$Z_t$	-90 000	33 000	36 300	39 930


- Wie hoch ist der Kapitalwert des Sachinvestitionsobjekts ohne den Einbezug von Steuern?
- Wie hoch ist der Kapitalwert des Sachinvestitionsobjekts unter Einbezug von Steuern, wenn
  1. das Investitionsobjekt leistungsbezogen beschrieben wird?
  2. das Investitionsobjekt linear beschrieben wird?
- Welche Art der Wirkung von Ertragsteuern liegt hinsichtlich der Ergebnisse unter 2. vor?



*Aufgabenteil 2*

In  $t=0$  erwirbt der Investor II mit Eigenmitteln ein Grundstück (Gebäude sowie Grund und Boden) zu fremden Wohnzwecken für 200 000 EUR, das er in seinem steuerlichen Privatvermögen hält. Der Anteil des Grund und Bodens (GuB) beträgt 80 000 EUR, die Anschaffungskosten für das Gebäude belaufen sich somit auf 120 000 EUR. Die jeweils am Jahresende anfallenden Mieteinnahmen haben eine Höhe von jährlich 20 000 EUR. Am Ende von  $t=T=10$  wird das Grundstück für 200 000 EUR verkauft. Des Weiteren wird unterstellt, dass die gesamten Anschaffungskosten des Gebäudes in  $t=1$  abgeschrieben werden.

- a) Wie hoch ist der Kapitalwert des Sachinvestitionsobjekts ohne den Einbezug von Steuern?
- b) Wie hoch ist der Kapitalwert des Sachinvestitionsobjekts unter Einbezug von Einkommensteuer, wenn der Veräußerungsgewinn
  1. besteuert wird.
  2. steuerfrei ist.
- c) Welche Art der Wirkung von Ertragsteuern liegt hinsichtlich der Ergebnisse unter b) vor?


 (319) \* **Aufgabe 81** *Finanzplansudoku (leicht)*



Um das Verständnis für das Zusammenspiel buchhalterischer Größen und Größen der Investitionsrechnung zu erweitern, wurde der vorliegende Aufgabentypus entwickelt. Die Aufgabe dient der Vorbereitung der Investitionsrechnung mit Gewinnen.

Ermitteln Sie die fehlenden Daten des nachstehenden Finanzplans! Das Kongruenzprinzip ist erfüllt. Es wird abnutzbares Anlagevermögen angeschafft, das linear abgeschrieben wird. Es wird ein einfaches Gewinnsteuersystem mit sofortiger vollständiger Verlustverrechnung unterstellt. Weiterhin gilt  $n=4$ ,  $i=10\%$ ,  $s=40\%$  und  $C_0=34,22$ .

$t$	0	1	2	3	4	Summe
$Z_t$	-1 000	200			500	350
$AfA_t$						
$BMG_t$			(50)	(100)		350
$S_t$						
$Z_{s,t}$						

 (320) \*\* **Aufgabe 82** *Finanzplansudoku (mittel)*



Grundsätzlich zeichnet sich der Finanzplan durch einen linearen Zusammenhang der Zeilen aus. Bei dem vorliegenden Beispiel ergibt sich die Abschreibung als Restgröße, da sie anders nicht formal ermittelbar ist.

Ermitteln Sie die fehlenden Daten des nachstehenden Finanzplans! Das Kongruenzprinzip ist erfüllt. Bei dem Investitionsobjekt handelt es sich um Anla-



gevermögen, das nutzungsabhängig abgeschrieben wird. Es wird ein einfaches Gewinnsteuersystem mit sofortiger vollständiger Verlustverrechnung unterstellt. Weiterhin gilt  $n = 4$ ,  $i = 10\%$ ,  $s = 40\%$ , und  $C_0 = -24,98$ .

$t$	0	1	2	3	4	Summe
$Z_t$	-1 200				500	
$AfA_t$				(-400)		
$BMG_t$		(40)		(100)	(100)	
$S_t$						-128
$Z_{s,t}$		324				

📍 (322) \*\* **Aufgabe 83** Finanzplansudoku (schwer)



Die Spalten des Finanzplans sind nicht voneinander abhängig. Aus diesem Grund müssen Sie beim vorliegenden Finanzplansudoku auf weitere Informationen zurückgreifen, da nur vier Werte bei fünf Spalten angegeben sind.

Ermitteln Sie die fehlenden Daten des nachstehenden Finanzplans! Das Kongruenzprinzip ist erfüllt. Bei dem Investitionsobjekt handelt es sich um Anlagevermögen, das digital abgeschrieben wird. Es wird ein einfaches Gewinnsteuersystem mit sofortiger vollständiger Verlustverrechnung unterstellt. Es wird digital abgeschrieben. Weiterhin gilt  $n = 4$ ,  $i = 10\%$ ,  $s = 40\%$  und  $C_0 = 546,62$ .

$t$	0	1	2	3	4	Summe
$Z_t$						
$AfA_t$		(-2 000)				
$BMG_t$			(-200)			
$S_t$				-200		
$Z_{s,t}$					1 220	

📍 (324) \*\* **Aufgabe 84** Standardmodell mit Ertragsteuern und Konsumpläne



Die Aufgabe zeigt, dass im vollkommenen Kapitalmarkt und bei einheitlichem Steuersatz der Kapitalwert nicht von den Konsumwünschen beeinflusst wird.

Eine Realinvestition mit einer Anschaffungsauszahlung von  $I_0 = 120$  TEUR generiert folgende, künftige sichere Zahlungsüberschüsse (Werte in TEUR):


$t$	0	1	2	3	4
$Z_t$	-120	20	35	50	65

Der Kapitalmarktzins beträgt  $i = 10\%$  und der Grenzsteuersatz  $s = 35\%$ . Die Investition wird linear abgeschrieben.

- a) Ermitteln Sie den Kapitalwert vor und nach Steuern, wenn die Zahlungsüberschüsse am Ende jeder Periode entnommen werden!



- b) Ermitteln Sie den Kapitalwert nach Steuern, wenn in  $t = 1, 2, 3$  keine Entnahmen getätigt werden und die Wiederanlage im Betriebsvermögen zu einem Zinssatz von  $i = 10\%$  erfolgt. In  $t = 4$  werden alle Zahlungsüberschüsse nach Steuern entnommen! Erstellen Sie den vollständigen Finanzplan!
- c) Betrachten Sie Periode  $t = 1$ . Welcher Typus von Investition wird implizit unterstellt, wenn ein sofortiger vollständiger Verlustausgleich angenommen wird? Warum?

 (326) \* **Aufgabe 85** Investitionsentscheidung




Anhand des vorliegenden Beispiels sollen Sie zeigen, dass Sie den Kapitalwert nach Steuern ermitteln können. Sie sollen zeigen, dass Sie – unter Verwendung eines Finanzplans – die zu diskontierende Zahlungsreihe nach Steuern ermitteln können und den Zinssatz nach Steuern bestimmen können.

Nachfolgend sehen Sie die Zahlungsüberschüsse einer Investition (in TEUR).

$t$	0	1	2	3
$Z_t$	-1 800	895	650	600

- a) Wie hoch ist der Kapitalwert, wenn Steuern nicht berücksichtigt werden? Der Zinssatz beträgt 10%.
- b) Interpretieren Sie das Ergebnis aus a)!
- c) Welchen Preis wäre man maximal bereit für diese Investition zu bezahlen?
- d) Wie hoch ist der Kapitalwert nach Steuern? Nehmen Sie an, dass der Steuersatz auf Gewinne und auf Zinsen 35% beträgt. Die Investition wird über drei Jahre linear abgeschrieben.

 (327) \*\* **Aufgabe 86** Kapitalwert nach Steuern



Bei diesem Beispiel sollen Sie zeigen, dass Sie den Kapitalwert nach Steuern einer einfachen Investition ermitteln können. Zudem soll deutlich werden, dass im Fall einheitlicher Steuersätze der Zeitpunkt des Konsums keinen Einfluss auf den Kapitalwert hat. Es ist unerheblich, ob die Mittel im Unternehmen oder außerhalb angelegt werden. Zudem soll die Verknüpfung zwischen Finanzplan und externem Rechnungswesen deutlich werden.

Einem Investor bietet sich die Möglichkeit mit Eigenmitteln in eine Realinvestition zu investieren. Der Zahlungsvektor sei  $Z = (-120; 50; 60; 70)$ . Der Planungshorizont beträgt  $n = 3$  Jahre. Die betriebliche Nutzungsdauer der Investition beträgt ebenfalls 3 Jahre. Es wird linear abgeschrieben. Der Kalkulationszinsfuß vor Steuern beträgt  $i = 10\%$ .

- a) Ermitteln Sie den Kapitalwert vor Steuern und interpretieren Sie das Ergebnis!
- b) Gehen Sie nun von einer einfachen Gewinnsteuer mit einem Steuersatz von  $s = 50\%$  aus. Ermitteln Sie den Kapitalwert nach Steuern im Fall, dass alle liquiden Mittel am Ende jeder Periode entnommen werden!



- c) Ausgehend von **b)**: Gehen Sie jetzt davon aus, dass die liquiden Mittel im Unternehmen angelegt werden und eine Entnahme der gesamten liquiden Mittel nach Steuern erst am Ende des Planungshorizonts erfolgt. Interpretieren Sie das Ergebnis im Vergleich zu **b)**!
- d) Von welcher Rechtsform gehen Sie in den Aufgabeteilen **a)**, **b)** und **c)** implizit aus? Begründen Sie Ihre Antwort!
- e) Ausgehend von **c)**. Geben Sie alle erforderlichen Buchungssätze für  $t = 3$  an und erstellen Sie die Gewinn- und Verlustrechnung. Kontenabschlüsse sind nicht zu verbuchen!

📍 (328) \*\* **Aufgabe 87** *Investitionsrechnung mit Steuern*



Die vorliegende Aufgabe zeigt die Auswirkungen alternativer Abschreibungspfade auf den Kapitalwert nach Steuern auf.

Die e. K. Claire Werk erwirbt am 30. 1. 2019 einen Gebrauchtwagen der Marke VW für 2 400 EUR, der künftig als Geschäftswagen der Unternehmensleitung dienen soll. Die betriebsgewöhnliche Nutzungsdauer beträgt voraussichtlich 6 Jahre. Der vollständige Zahlungsvektor beträgt  $Z = (-2\,400; +650; +600; +550; +500; +450; +450)$ . Der Kalkulationszinsfuß vor Steuern beträgt  $i = 10\%$ . Der Steuersatz beträgt  $40\%$ .

Ermitteln Sie zunächst den Kapitalwert vor Steuern. Ermitteln Sie dann den Kapitalwert nach Steuern im Fall der

- linearen Abschreibung,
- leistungsabhängigen Abschreibung, wobei die gefahrenen Kilometer in den einzelnen Jahren voraussichtlich  $t = 1$ : 10 000 km,  $t = 2$ : 30 000 km,  $t = 3$ : 40 000 km,  $t = 4$ : 20 000 km,  $t = 5$ : 15 000 km,  $t = 6$ : 5 000 km betragen,
- geometrisch-degressiven Abschreibung (der degressive Abschreibungssatz betrage  $g = 30\%$ ):
  - ohne Übergang zur linearen Abschreibung ( $RBW_n = 0$ ) bzw.
  - mit Übergang zur linearen Abschreibung mit der Maßgabe der maximal möglichen Abschreibung in den einzelnen Perioden.
- arithmetisch-degressiven (digitalen) Abschreibung.

📍 (332) \* **Aufgabe 88** *Mark Schagall*



Aufgabe 88 stellt eine Erweiterung von Aufgabe 87 dahingehend dar, dass die steuerlichen Verzerrungen unter realitätsnahen Gegebenheiten der Besteuerung von klassischen Formen der Investitionen aufgezeigt werden.

Aus der Veräußerung seines Unternehmens steht Mark Schagall ein Vermögen von 500 000 EUR zur Investition zur Verfügung. Es bieten sich ihm zum 1. 1. 2019 zwei Investitionsmöglichkeiten:

*Immobilie*

Bei der Immobilie handelt es sich um ein unbebautes Lagergrundstück. Hier kann Schagall mit sicheren jährlichen Pachtzahlungen vor Steuern i. H. v.



20 000 EUR rechnen. Die Mietzahlungen werden mit 50% besteuert. Notarkosten und Grunderwerbsteuer sind zu vernachlässigen.

### Beteiligung

Bei der Beteiligung handelt es sich um einen 20%-igen Anteil an der Dividenden-AG. Die AG zahlt auf die 20%-ige Beteiligung sichere jährliche Dividenden von 15 000 EUR. Die Dividenden werden mit 25% besteuert.

Alternativ steht Schagall eine festverzinsliche Geldanlage zu einem Zinssatz vor Steuern von 4% zur Verfügung. Die Zinsen aus der festverzinslichen Anlage werden mit 25% besteuert. In fünf Jahren (am 31. 12. 2024) geht Schagall in Rente und möchte seine Investition verkaufen.

Für welche Alternative entscheidet sich Schagall unter der Annahme, dass der Veräußerungspreis der Immobilie bzw. der Beteiligung am 31. 12. 2024 um 10% über dem Kaufpreis am 1. 1. 2019 liegt

- bei Vernachlässigung der Besteuerung?
- unter Berücksichtigung der Besteuerung, wenn Veräußerungsgewinne mit 50% besteuert werden?
- unter Berücksichtigung der Besteuerung, wenn Veräußerungsgewinne bei Beteiligungen mit 50% besteuert werden und der Veräußerungsgewinn bei Immobilien steuerfrei bleibt?

### 📍 (335) \*\* Aufgabe 89 Finanzierungsfalle



*In Werbesprospekten wird häufig damit geworben, dass sich Immobilien von selbst finanzieren. Dabei wird unterstellt, dass die Nettzahlungsüberschüsse die Auszahlungen für die Tilgung des zur Finanzierung des Erwerbs aufgenommenen Kredits decken. Welche Rolle dabei die Besteuerung spielt, zeigt nachstehender Fall.*

Familienvater Rudi Sorglos (S) hat bei einem Arbeitsplatzwechsel eine Abfindung nach Steuern i. H. v. 200 000 EUR erhalten. Aufgrund niedriger Zinsen am Kapitalmarkt, investiert S in  $t=0$  in eine Immobilie, die er vermietet. Der Preis der Immobilie beträgt mit allen Nebenkosten 500 000 EUR (Anschaffungskosten). Zur Finanzierung der Differenz nimmt S bei seiner Hausbank ein Annuitätendarlehen mit einer Laufzeit von 20 Jahren auf. Der Zinssatz beträgt 10%. Die Summe wird zu 100% ausbezahlt. Von den Anschaffungskosten entfallen 100 000 EUR auf den Grund und Boden. Die betriebsgewöhnliche Nutzungsdauer der Immobilie beträgt 40 Jahre. Es wird linear abgeschrieben. Der Steuersatz beträgt 50%. Die *monatliche* Miete vor Steuern, die S aus der Vermietung der Immobilie erhält, beträgt 2 700 EUR und bleibt im Zeitablauf konstant.

Bedingung für die Investition ist, dass sich die Investition selbst tragen muss. Sein künftiges Einkommen aus seiner regulären Tätigkeit benötigt S für die Versorgung seiner Familie. Sein Bankberater meint, dass dies in diesem Fall kein Problem sei.



- Ermitteln Sie die Zahlungen nach Steuern aus dem Investitionsobjekt in  $t=1$ . Hat der Bankberater recht mit seiner Aussage?
- Ermitteln Sie die Zahlungen nach Steuern in  $t=4$ .
- Ermitteln Sie die Zahlungen nach Steuern in  $t=16$ . Interpretieren Sie das Ergebnis!
- Welche Parameter müssten sich im Zeitablauf ändern, damit sich S das Investitionsobjekt doch noch »leisten« kann?

📍 (336) \* **Aufgabe 90** *Weinfall*



Die Aufgabe zeigt, welchen verzerrenden Einfluss die Besteuerung auf die Rangfolge von Investitionen haben kann. Die Rangfolge ohne Berücksichtigung von Steuern kann sich durch die Berücksichtigung von Steuern ändern.

Ein Investor verfügt über zwei Investitionsalternativen, die durch folgende Auszahlungen und Einzahlungen beschrieben sind:

$t$	0	1	2	3
Investition A	-1 200			+1 940
Investition B	-1 200	+600	+600	+600

Bei A handelt es sich um Ware, die nach dreijähriger Lagerdauer veräußert wird (Wein). Bei B wird Ware gekauft und verteilt über drei Jahre in jährlich gleichen Mengen veräußert (Kohlen).

Der Investor verfügt über Eigenkapital von 1 200; außer den Investitionsprojekten A und B steht ihm eine Finanzanlage mit einer jährlichen Verzinsung von 8% offen.

- Wie hat sich der Investor aufgrund des Kapitalwertkriteriums zu entscheiden, wenn Steuern vernachlässigt werden?
- Wie hat sich der Investor bei Berücksichtigung einer einfachen Gewinnsteuer mit dem Satz  $s=50\%$  zu entscheiden, wenn er den Gewinn durch Einzelvermögensvergleich ermittelt?
- Was besagt ein positiver Kapitalwert eines Investitionsobjekts?
- Weshalb wird der Kapitalwert nicht auf der Basis von periodischen Aufwendungen und Erträgen, sondern auf der Basis von Ein- und Auszahlungen berechnet?

Die Lösungen sind jeweils zu begründen.

📍 (338) \*\* **Aufgabe 91** *Standardmodell mit Ertragsteuern*



Die Übungsaufgabe zeigt die Auswirkungen der Besteuerung in Abhängigkeit vom zeitlichen Anfall des Aufwands auf.

Im Zeitpunkt  $t=0$  hat die Unternehmerin X eine Zahlung von 100 EUR zu leisten. Diese Auszahlung muss steuerlich verteilt auf die Zeitpunkte  $t=1$  und



$t = 2$  als Aufwand verrechnet werden. Dabei soll es hinsichtlich der Aufteilung ein Wahlrecht in Gestalt von zwei Varianten geben:

Aufwand in	$t = 1$	$t = 2$
Variante 1	70	30
Variante 2	50	50

In jeder Periode entsteht somit eine (zahlungswirksame) Steuerentlastung i. H. v.:  $\text{Steuersatz} \times \text{Aufwand}$ .

Die in  $t = 1$  resultierende Steuerersparnis soll annahmegemäß von Frau X auf dem Kapitalmarkt zum Bruttozinssatz von  $i = 10\%$  angelegt werden, die in  $t = 2$  anfallenden Zinserträge unterliegen ebenfalls der Besteuerung. In  $t = 1$  hat X einen Steuersatz von  $30\%$ . Der Steuersatz in  $t = 2$  sei unbestimmt und mit  $s$  bezeichnet, wobei  $0 < s < 1$  (bzw.  $0\% < s < 100\%$ ) gelte. Für welche Bereiche von  $s$  gilt:

- a) Variante 1 > Variante 2?
- b) Variante 1 ~ Variante 2?
- c) Variante 1 < Variante 2?

Legen Sie dabei als Entscheidungskriterium das Endvermögen nach Steuern zugrunde.

 (339) \*\* **Aufgabe 92** *Baldwin-Rendite nach Steuern*



Die Aufgabe zeigt die Auswirkung der Besteuerung auf die Baldwin-Rendite.

Betrachten Sie ein Steuersystem, in dem die Zinserträge aus Finanzanlagen mit einem Steuersatz von  $25\%$  belastet werden. Gegeben ist das folgende Investitionsobjekt:

$t$	0	1	2
$Z_t$	-20 000	11 000	12 100

Der Kalkulationszinsfuß beträgt  $i = 10\%$ . Die aus der Investition resultierenden Gewinne werden mit dem Steuersatz  $s$  belastet. Das Objekt wird linear abgeschrieben.

- a) Berechnen Sie die Baldwin-Rendite nach Steuern der Investition in Abhängigkeit von dem Steuersatz  $s$ .
- b) In welchem Intervall liegt die Baldwin-Rendite nach Steuern, wenn der Steuersatz  $s$  im Intervall  $[0\%, 100\%]$  liegt?
- c) Bei welchem Steuersatz  $s$  liegt Indifferenz zwischen dem obigen Investitionsobjekt und der Finanzinvestition vor?





📍 (340) \*\* **Aufgabe 93** Kapitalwert und Baldwin-Rendite nach Steuern



Die Aufgabe zeigt die Auswirkung der Besteuerung unter Verwendung alternativer Vorteilhaftigkeitsmaße.

Einer Investorin bieten sich die beiden folgenden Investitionsobjekte:

$t$	0	1	2	3
$Z_t^A$	-6 000	3 300	2 420	1 331
$Z_t^B$	-6 000	1 100	2 420	3 993

Die benötigten 6 000 EUR stehen als Eigenkapital zur Verfügung. Freiwerdende Mittel können auf dem Kapitalmarkt zu einem Bruttozinssatz (Zinssatz vor Steuern) von  $i = 10\%$  angelegt werden. Beide Objekte werden linear über drei Jahre abgeschrieben. Der Steuersatz beträgt  $s = 40\%$ .

- Bestimmen Sie für beide Objekte den Kapitalwert vor Steuern.
- Bestimmen Sie für beide Objekte den Kapitalwert nach Steuern.
- Stellen Sie für beide Objekte Finanzpläne zur Ermittlung des
  - Endvermögens vor Steuern,
  - Endvermögens nach Steuern auf
 und bestimmen Sie jeweils die Baldwin-Rendite.

📍 (342) \*\* **Aufgabe 94** Entnahmemaximierung und Besteuerung



Die Aufgabe zeigt die Auswirkung alternativer Steuerregime auf die Maximierung der Entnahme (Konsum) zu einem gegebenen Zeitpunkt.

Ein Investor verfügt über Eigenkapital i. H. v. 800 TEUR. Der Soll- und Haben-zinssatz beträgt  $i = \rho = 10\%$ . Der Grenzsteuersatz beträgt  $s = 50\%$ . Sollzinsen sind nicht abzugsfähig. Dem Investor bietet sich eine Realinvestition (lineare Abschreibung) mit den folgenden Zahlungsüberschüssen (in TEUR):

$t$	0	1	2	3	4
$Z_t$	-800	300	400	500	600

- Der Investor möchte die Entnahme in  $t = 4$  maximieren. Zinsen werden mit  $s = 50\%$  besteuert. Ermitteln Sie den Kapitalwert nach Steuern!
- Der Investor möchte die Entnahme in  $t = 4$  maximieren. Kapitalerträge werden mit  $25\%$  besteuert. Ermitteln Sie den Kapitalwert nach Steuern!
- Der Investor möchte die Entnahme in  $t = 2$  maximieren. Zinsen werden mit  $25\%$  besteuert; Sollzinsen sind nicht abzugsfähig. Ermitteln Sie die maximale Entnahme in  $t = 2$  und den maximal konsumierbaren Betrag in  $t = 0$ !

📍 (344) \*\* **Aufgabe 95** Endvermögens- und Entnahmemaximierung




Die Aufgabe zeigt die Auswirkung alternativer Besteuerungsregime auf den möglichen Konsum.

Einem Investor bieten sich zwei sich gegenseitig ausschließende Realinvestitionen A und B. Die Anschaffungsauszahlungen werden eigenfinanziert. Die Investitionen versprechen folgende Zahlungsströme:

$t$	0	1	2	3
$Z_t^A$	-120 000	50 000	55 000	107 000
$Z_t^B$	-120 000	69 000	69 000	69 000

Der Soll- und Habenzinssatz beträgt  $i = \rho = 10\%$ . Der Grenzsteuersatz beträgt  $s = 40\%$ . Zinserträge werden mit 25% besteuert. Die Investitionen werden linear abgeschrieben.

- a) Ermitteln Sie den Kapitalwert vor Steuern für beide Investitionen!
- b) Ermitteln Sie das Endvermögen nach Steuern für beide Investitionen, wenn bis  $t = 3$  keine Entnahmen getätigt werden. Welche Investition wird durchgeführt? Welchen Betrag könnte der Investor in  $t = 0$  im Fall der Durchführung von Investition A maximal konsumieren?
- c) Angenommen der Investor möchte in  $t = 1$  und  $t = 2$  jeweils Entnahmen i. H. v. 55 000 EUR tätigen. Sollzinsen sind nicht abzugsfähig. Welche Investition wird durchgeführt? Vergleichen Sie das Ergebnis mit dem aus b)!

 (348) \*\* **Aufgabe 96** *Endvermögensmaximierung und Entnahmemaximierung*



Die Aufgabe illustriert die Vorgehensweise bei der Maximierung konsumfähiger Beträge zu einem bestimmten Zeitpunkt.

Ein Investor mit Eigenkapital von 800 EUR sucht die beste Anlage für sein Geld. Fremdkapital steht für die Realinvestition nicht zur Verfügung. Gewinne werden mit dem Grenzsteuersatz von 50% besteuert. Die Einzahlungen sind erfolgswirksam. Von den anfangs investierten 800 EUR werden 700 EUR in eine Maschine investiert, die über die Nutzungsdauer von 4 Jahren abgeschrieben wird. Der restliche Betrag wird in geringwertige Wirtschaftsgüter investiert. Diese werden aus Vereinfachungsgründen erst am Ende von  $t = 1$  abgeschrieben. Der Kapitalmarktzins beträgt  $i = 10\%$ . Es wird jeweils ein sofortiger vollständiger Verlustausgleich unterstellt.


$t$	0	1	2	3	4
$Z_t$	-800	300	400	500	600

Berechnen Sie bei den folgenden Aufgabenstellungen jeweils den Zielzahlungsstrom des Investors:

- a) Das Endvermögen in  $t = 4$  soll maximiert werden. Das Eigenkapital beträgt 800 EUR. Die Wiederanlage erfolgt in einer Finanzanlage, die im Betriebsvermögen gehalten wird. Die Finanzanlagen werden mit 25% besteuert.
- b) Das Endvermögen in  $t = 4$  soll maximiert werden. Das Eigenkapital beträgt 800 EUR. Die Wiederanlage erfolgt in einer Finanzanlage, deren Erträge mit 50% besteuert werden.
- c) Die Entnahme in  $t = 2$  soll maximiert werden. Das Eigenkapital beträgt 800 EUR. Zur Vorfinanzierung des Konsums nimmt der Unternehmer einen privaten Kredit auf, bei dem die Sollzinsen nicht steuerlich abzugsfähig sind. Habenzinsen werden mit 25% besteuert.



- d) Die Entnahme in  $t = 3$  soll maximiert werden. Das Eigenkapital beträgt nur 500 EUR. Der Unternehmer nimmt in  $t = 0$  einen gewerblichen Kredit auf, den er schnellstmöglich tilgt. Die Sollzinsen sind abzugsfähig. Finanzanlagen werden mit 25% besteuert. Zur Vorfinanzierung des Konsums nimmt der Unternehmer in  $t = 3$  einen privaten Kredit auf, bei dem die Sollzinsen nicht steuerlich abzugsfähig sind.
- e) Angenommen die Bank stellt dem Unternehmer einen beliebig hohen Kreditrahmen zur Verfügung. Sollzinsen sind voll abzugsfähig. Erträge aus Finanzanlagen werden mit 25% besteuert. Wie hoch ist der optimale Kredit, den der Unternehmer aufnehmen würde? Wie hoch dürfte der vom Habenzinssatz von 10% abweichende Sollzinssatz maximal sein, damit sich diese Kreditaufnahme nicht mehr lohnt?

 (352) \* **Aufgabe 97** Besteuerung von Veräußerungsgewinnen




Die Aufgabe zeigt die Auswirkung der Besteuerung von Veräußerungsgewinnen auf die Vorteilhaftigkeit von Investitionen.

Eine Realinvestition mit Anschaffungskosten von  $I_0 = 100\,000$  EUR generiert folgenden Zahlungsvektor:

$t$	0	1	2	3	4
$Z_t$	-100 000	25 000	26 000	27 000	31 000

Der Kapitalmarktzins beträgt  $i = 6\%$ , der Grenzsteuersatz  $s = 40\%$ . Die Investition wird linear abgeschrieben. In  $t = 4$  wird die Investition für  $L_T = 5\,000$  EUR veräußert. Die Zahlungsüberschüsse nach Steuern werden am Ende jeder Periode entnommen. Ermitteln Sie

- den Kapitalwert nach Steuern im Fall, dass Veräußerungsgewinne steuerbefreit sind!
- den Kapitalwert nach Steuern, wenn Veräußerungsgewinne mit  $s = 40\%$  besteuert werden!
- den Steuersatz auf Veräußerungsgewinne, der maximal erhoben werden darf, sodass der Investor gerade indifferent ist zwischen der Realinvestition und der Unterlassungsalternative!

 (353) \* **Aufgabe 98** Steuersatzänderungen



Die Aufgabe zeigt die Vorgehensweise bei periodenspezifischen Steuersätzen für Realinvestitionen und Finanzanlagen.

Einem Investor biete sich eine Realinvestition mit einer Anschaffungsauszahlung in Höhe von 150 000 EUR in  $t = 0$ . Die jährlichen Zahlungsüberschüsse bis zum Planungshorizont in  $T = 5$  betragen 40 000 EUR. Die Anschaffungsauszahlung wird über 5 Perioden linear abgeschrieben. Am Ende des Planungshorizonts entspricht der Buchwert dem tatsächlichen Wert. Bei der Investition



handelt es sich um eine Grenzinvestition. Der Gewinn aus der Grenzinvestition wird mit dem Spitzengrenzsteuersatz besteuert. In den folgenden 5 Jahren betragen die Spitzengrenzsteuersätze für Realinvestitionen  $s_1 = 50\%$ ,  $s_2 = 40\%$ ,  $s_3 = 30\%$ ,  $s_4 = 20\%$  und  $s_5 = 10\%$  wobei die Grenzsteuersätze für Kapitalerträge  $s_1^{Zins} = 15\%$ ,  $s_2^{Zins} = 20\%$  und  $s_3^{Zins} = 25\%$  für  $t = 3, 4$  und  $5$  betragen. Der Kapitalmarktzins beträgt  $5\%$ . Am Ende jeder Periode werden die Zahlungsüberschüsse nach Steuern entnommen. Wird die Investition durchgeführt?

**Aufgabe 99 Ertragswertabschreibung**



Um das Ertragssteuerparadoxon und dessen Verhinderung verstehen zu können, sollten Sie die Ermittlung der Ertragswertabschreibung beherrschen. Die vorliegende Aufgabe führt Sie in das Thema der Ertragswertabschreibung aus formeller Sicht ein.

- a) Definieren Sie den Begriff Ertragswertabschreibung formal und geben Sie eine ökonomische Interpretation! Ermitteln Sie die Ertragswertabschreibungen für die folgenden Zahlungsvektoren: A:  $Z_1 = 100, Z_2 = 200, Z_3 = 300, i = 5\%$ ; B:  $Z_1 = 100, Z_2 = 200, Z_3 = 300, i = 10\%$  und C:  $Z_1 = 52, Z_2 = 52, Z_3 = 572, i = 10\%$ .
- b) Betrachten Sie eine Investition, die durch ihren Zahlungsstrom  $-I_0, Z_1, Z_2, \dots, Z_n$  charakterisiert ist. Dabei soll gelten:  $Z_t = (1 + w) \times Z_{t-1}$ , d. h. die Einzahlungsüberschüsse

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{steigen} \\ \text{sind konstant} \\ \text{fallen} \end{array} \right\} \text{ wenn } \left\{ \begin{array}{l} w > 0 \\ w = 0 \\ w < 0 \end{array} \right\}.$$

Unterstellen Sie einen Marktzins  $i$  und bestimmen Sie die Ertragswertabschreibungen. Nutzen Sie hierzu die Formel für die geometrische Reihe

$$\sum_{t=1}^T q^{t-1} = \frac{1 - q^T}{1 - q}.$$

Wie verhalten sich die Ertragswertabschreibungen, wenn man  $n \rightarrow \infty$  gehen lässt?

- c) Zeigen Sie anhand eines selbstgewählten dreiperiodigen Beispiels, dass der Ertragswert
  1. in Periode 1 steigt und in Periode 2 fällt,
  2. in Periode 1 fällt und in Periode 2 steigt und
  3. in Periode 1 und 2 konstant bleibt.
- d) Generieren Sie ein selbstgewähltes fünfperiodiges Zahlenbeispiel, bei dem der Ertragswert von  $t=0$  nach  $t=1$  konstant bleibt, von  $t=1$  nach  $t=2$  fällt, von  $t=2$  nach  $t=3$  steigt und von  $t=3$  nach  $t=4$  fällt! Beschreiben Sie Ihre Vorgehensweise!



📍 (357) \* **Aufgabe 100** *Alternative Abschreibungspläne*



Die Übungsaufgabe demonstriert die Auswirkung alternativer Abschreibungspläne auf den Kapitalwert nach Steuern.

Angenommen eine Realinvestition verursacht folgenden Zahlungsstrom:

$t$	0	1	2	3
$Z_t$	-300	110	121	133,10

Es gilt:  $i = 10\%$  und  $s = 40\%$ . Zahlungsüberschüsse nach Steuern werden am Ende jeder Periode entnommen.

- a) Ermitteln Sie den Kapitalwert nach Steuern für die folgenden Abschreibungspläne!

	A	B	C	D	E	F	G
$AfA_1$	300	200	150	100	50	0	0
$AfA_2$	0	100	100	100	100	100	0
$AfA_3$	0	0	50	100	150	200	300

Diskutieren Sie das Ergebnis! Nennen Sie für jeden Abschreibungsverlauf jeweils ein Beispiel für eine Realinvestition, die diesem Abschreibungscharakter entspricht!

- b) Ermitteln Sie den Kapitalwert nach Steuern im Fall der Ertragswertabschreibung.  
 c) Ausgehend von b), was geschieht, wenn der Grenzsteuersatz  $s = 50\%$  beträgt?

📍 (359) \* **Aufgabe 101** *Alternative Steuersätze*



Die Aufgabe illustriert die Auswirkung sich ändernder Steuersätze auf den Kapitalwert nach Steuern.

Einem Investor bieten sich zwei sich gegenseitig ausschließende Realinvestitionen A und B. Die Anschaffungskosten betragen jeweils  $I_0 = 1000$ . Die Zahlungsüberschüsse aus den Realinvestitionen ergeben sich als:

$t$	0	1	2	3	4
$Z_t^A$	-1000	600	250	250	250
$Z_t^B$	-1000	350	350	350	350

Der Soll- und Habenzinssatz beträgt  $i = \rho = 10\%$ . Die Investitionen werden linear abgeschrieben.

- a) Ermitteln Sie den Kapitalwert vor Steuern im Fall, dass am Ende jeder Periode die Zahlungsüberschüsse nach Steuern entnommen werden!  
 b) Vervollständigen Sie folgende Tabelle und vergleichen Sie Ihre Ergebnisse mit den Ergebnissen aus a)!



	$C_{0,s}^A$	$C_{0,s}^B$
$s = 0\%$	_____	_____
$s = 10\%$	_____	_____
$s = 20\%$	_____	_____
$s = 30\%$	_____	_____
$s = 40\%$	_____	_____
$s = 50\%$	_____	_____
$s = 60\%$	_____	_____
$s = 100\%$	_____	_____

**Aufgabe 102** Steuerparadoxon bei diskreten Steuersätzen



In Ergänzung zu vorherigen Aufgabe soll hier zusätzlich der kritische Steuersatz bestimmt werden, bei dem der Investor indifferent zwischen Durchführung und Unterlassung ist.

Angenommen eine Realinvestition verursacht Anschaffungskosten in Höhe von  $I_0 = 102\,000$  EUR und wird linear abgeschrieben. Die betriebsgewöhnliche Nutzungsdauer beträgt  $T = 4$  Jahre. Alle Zahlungsüberschüsse nach Steuern werden am Ende jeder Periode entnommen. Der Kalkulationszinsfuß beträgt  $i = 10\%$ . Die durch die Anschaffungsauszahlung generierten künftigen Zahlungsüberschüsse betragen:

$t$	0	1	2	3	4
$Z_t$	-102 000	23 600	27 300	36 500	43 100

a) Vervollständigen Sie die nachstehende Tabelle!

	$C_{0,s}$
$s = 0\%$	_____
$s = 10\%$	_____
$s = 20\%$	_____
$s = 30\%$	_____
$s = 40\%$	_____
$s = 50\%$	_____
$s = 60\%$	_____
$s = 100\%$	_____

b) Welcher Grenzsteuersatz müsste vom Fiskus mindestens erhoben werden, damit die Realinvestition durchgeführt wird?



(365) \*

**Aufgabe 103** Bauunternehmung Para und Dox OHG

Die Aufgabe stellt den Einstieg in die Investitionsrechnung mit Steuern unter Verwendung des Standardmodells mit Ertragsbesteuerung dar und zeigt, welche »paradoxe« Wirkung die Besteuerung entfalten kann.

Für die Bauunternehmung Para & Dox OHG ist zu prüfen, ob eine Baumaschine vom Typ »Crescendo« mit einer Nutzungsdauer von 4 Jahren angeschafft werden soll. Die erforderlichen Daten – Anschaffungskosten, Liquidationserlös und laufende Überschüsse vor Steuern – können folgender Aufstellung entnommen werden:

<i>t</i>	0	1	2	3	4
Zahlung bei Anschaffung	-2 000				
Laufende Zahlungsüberschüsse		+550	+600	+650	+440
Liquidationserlös					+300

Der Zinssatz am vollkommenen Kapitalmarkt beträgt 10%.

- Lohnt sich die Investition, wenn keine Steuern erhoben werden?
- Das Objekt wird während seiner 4-periodigen Nutzungsdauer linear auf null abgeschrieben. Der Ertragsteuersatz (= kombinierter Einkommen- und Gewerbeertragsteuersatz) beträgt sowohl für laufende Gewinne als auch für Veräußerungsgewinne 40%. Eventuell auftretende Verluste führen zu einer sofortigen Steuererstattung. Weitere steuerliche Wirkungen ergeben sich keine. Lohnt sich die Investition bei Steuerberücksichtigung?

(366) \*\*

**Aufgabe 104** Steuerparadoxon-Thesen

Die vorliegende Aufgabe soll das Verständnis für das Ertragsteuerparadoxon vertiefen. Es soll der Interpretation des »Paradoxons« dienen.

Sie werden mit folgenden Aussagen konfrontiert:

*»In Schrifttum und Praxis spielen zwei dynamische Verfahren der Investitionsrechnung eine große Rolle, die sog. Kapitalwertmethode und die sog. Endwertmethode. Hierbei werden beide Methoden als gleichwertig angesehen, da sich der Endwert als zum Kalkulationszinsfuß aufgezinsten Kapitalwert bzw. der Kapitalwert als zum Kalkulationszinsfuß abgezinsten Endwert berechnet.«*

Nehmen Sie Stellung zu folgenden Thesen:

**THESE 1**

»Bezieht man Ertragsteuern in die Investitionsrechnung ein, dann ist der Kapitalwert im Gegensatz zum Endwert ein ungeeignetes Entscheidungskriterium. Sie sollen ihren Überlegungen die folgenden beiden Beispiele zugrunde legen:«

**Beispiel 1**

Anschaffungsauszahlung zu Beginn von Jahr 1	$a_0 =$	-1 000
Nutzungsdauer, Planungszeitraum	$n =$	3 Jahre

Nettozahlung des Jahres 1	$z_1 =$	+500
Nettozahlung des Jahres 2	$z_2 =$	+500
Nettozahlung des Jahres 3	$z_3 =$	+500
steuerliche Abschreibung des Jahres 1	$AfA_1 =$	500
steuerliche Abschreibung des Jahres 2	$AfA_2 =$	500
steuerliche Abschreibung des Jahres 3	$AfA_3 =$	0
Kalkulationszinssatz vor Ertragsteuern	$i =$	20%
Ertragsteuersatz	$s =$	40%

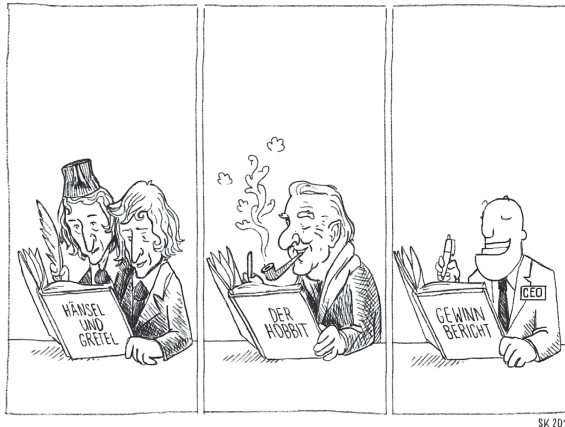
Beispiel 2

$a_0 =$	-20 000		$n =$	2 Jahre	
$z_1 =$	+11 525	$AfA_1 =$	10 000	$i =$	10%
$z_2 =$	+11 525	$AfA_2 =$	10 000	$s =$	50%

THESE 2

»Wenn das Ertragsteuerparadoxon beim Endwert auftritt, dann findet eine tatsächliche Vermögenszunahme beim Investor statt, während dies beim Kapitalwertparadoxon nicht immer der Fall sein muss. Leiten Sie die ökonomische Begründung für die Richtigkeit der These 2 sowohl theoretisch als auch anhand der beiden Beispiele her.«

MÄRCHENERZÄHLER IM WANDEL DER ZEIT



Quelle: Schanz, Sebastian/Koschmieder, Simon (2014): Humoristische Zeichnungen zum Betrieblichen Rechnungswesen, Selbstverlag, Bayreuth, ISBN 978-3-00-047631-0, Seite 1.





## 7 Verhinderung von Steuerwirkungen

📍 (369) \* **Aufgabe 105** Wahr oder falsch?



Dieser Aufgabentypus prüft im Antwort-Wahl-Verfahren, ob Sie die Methoden der Verhinderung von Steuerwirkungen verstanden haben.

Sind die nachstehenden Aussagen wahr oder falsch?

Begründen Sie Ihre Antwort *kurz*!

	<i>wahr</i>	<i>falsch</i>
1. Die Ertragswertabschreibung sorgt für Neutralität hinsichtlich des Zinssatzes.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2. Der ökonomische Gewinn entspricht dem Gewinn aus der Gewinn- und Verlustrechnung.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3. Bei der Cash-Flow-Steuer wird die Anschaffungsauszahlung über die Laufzeit der Investition abgeschrieben.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4. Bei der Cash-Flow-Steuer wird der Fiskus aufgrund der Sofortabschreibung faktisch Teilhaber an der Investition.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5. Bei der Ertragswertabschreibung ist die Abschreibung in Summe nicht auf die historischen Anschaffungskosten begrenzt. Aus diesem Grund stehen die Regelungen des HGB der Anwendung der Ertragswertabschreibung in der Praxis entgegen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6. Kommt die Ertragswertabschreibung zur Anwendung, entspricht der Kapitalwert nach Steuern dem Kapitalwert vor Steuern.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
7. Die Abschreibung entsprechend der Kapitalbindungsänderung sorgt für Neutralität hinsichtlich des Zinssatzes.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
8. Bei der Cash-Flow-Steuer ist der Kapitalwert nach Steuern eine Funktion des Kapitalwerts vor Steuern in Abhängigkeit des Steuersatzes.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
9. Im Gegensatz zur Ertragswertabschreibung entspricht die Summe der Abschreibungsbeträge der Kapitalfreisetzungsbetrag über die Nutzungsdauer der Investition gerade den historischen Anschaffungskosten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

📍 (369) \*\* **Aufgabe 106** Auswirkungen auf den ökonomischen Gewinn



Bei dieser Aufgabe sollen Sie zeigen, dass Sie das Konzept des ökonomischen Gewinns verstanden haben.

Wie verhält sich der ökonomische Gewinn, wenn c. p.

1. die Zahlungsüberschüsse steigen,
2. der Zinssatz steigt und
3. der Ertragswert in  $t = 0$  steigt?

Erläutern Sie Ihre Ergebnisse formal!



📍 (370) \*\* **Aufgabe 107** *Neutrale Steuersysteme*



Die Aufgabe zeigt die Wirkungsweise und Unterschiede neutraler Steuersysteme.

a) Gegeben sei die folgende Zahlungsreihe einer Investition:

$t$	0	1	2	3	4	5	6	7
$Z_t$	-1 000	150	250	300	400	200	150	50

1. Berechnen Sie bei einem Zinssatz von  $i = 10\%$  den Kapitalwert vor Steuern. Ist es vorteilhaft, die Investition durchzuführen?
  2. Berechnen Sie zu den Zeitpunkten  $t = 0$  bis  $t = 7$  den Ertragswert, die Ertragswertabschreibung sowie den ökonomischen Gewinn.
- b) Bilden Sie ein Beispiel für eine Reihe von Zahlungsüberschüssen von  $t = 0$  bis  $\infty$ , deren Ertragswertabschreibung im Zeitablauf konstant bleibt!
- c) Erläutern Sie an einem Zahlenbeispiel und des Erwerbs einer in 4 Perioden abnutzbaren Anlage, weshalb eine Sofortabschreibung und eine zinsbereinigte Einkommensermittlung äquivalent sind.
- d) Erläutern Sie die Äquivalenz von Cash-Flow-Steuer und zinsbereinigter Einkommensermittlung an Beispielen, bei denen
1. Rückstellungen für Instandhaltung gebildet werden.
  2. Transitorische aktive Rechnungsabgrenzungsposten gebildet werden.

📍 (374) \*\* **Aufgabe 108** *Crown Copper Corporation*



Die Aufgabe befasst sich mit dem ökonomischen Gewinn, seiner Entnahme und seiner Besteuerung.

Die Crown-Copper-Corporation (CCC) besitzt eine als Kapitalgesellschaft organisierte Kupfermine in einem südamerikanischen Hochinflationland, dessen Kapitalmarktzins  $50\%$  beträgt. Nach einer verlässlichen Prognose wirft die CCC folgende Zahlungsüberschüsse ab (in Mio. GE). Die Zahlungen erfolgen jeweils am Ende eines Kalenderjahres:

$t$	0	1	2	3	4
laufende Überschüsse	0	+60	+45	+135	+225
Modernisierung der Grubenanlagen			-900		
Veräußerung*					+1 800

\* Veräußerung an lokale Investorengruppe gemäß Nationalisierungsgesetz

*Aufgabenstellung*

- a) Die nach eigener Einschätzung modernsten theoretischen Konzepten verpflichtete Unternehmensberatung McRibbon empfiehlt der Geschäftsleitung, aus der CCC stets den »ökonomischen Gewinn« auszuschütten, weil nur durch eine periodenkonstante und dauerhafte Ausschüttung die Ertragskraft und der Ertragswert der CCC erhalten werden könne. Wie hoch sind die Ausschüttungen der CCC in den einzelnen Perioden, wenn die



Empfehlung der Unternehmensberatung befolgt wird und eine dauerhafte Aufrechterhaltung des Ausschüttungsniveaus angestrebt wird?

- b) Der Fiskus des südamerikanischen Hochinflationslandes sieht die erwartete Ausbeutung der nationalen Bodenschätze durch die Kupfermine der Crown-Copper-Corporation zunehmend kritisch. Er dehnt deshalb die allgemeine Steuerpflicht (Steuersatz 40%) auch auf Minenunternehmen aus. Als Bemessungsgrundlage soll der ökonomische Gewinn dienen. Die Unternehmensleitung der CCC zweifelt nun daran, ob sich das Engagement in die Kupfermine überhaupt noch lohnt. McRibbon versucht, die Unternehmensleitung der CCC zu beruhigen. Eine Besteuerung des ökonomischen Gewinns lässt den Kapitalwert unverändert, die Investition in die Kupfermine ist also nach wie vor lohnend. Hat McRibbon recht?
- c) Die Geschäftsleitung ist gegenüber modernen Konzepten zunächst skeptisch. Daher bringt McRibbon zusätzlich vor, dass die von ihm empfohlene Ausschüttungspolitik gemäß a) auch den Vorteil habe, dass sie automatisch die »Substanzerhaltung« der CCC garantiere. Ist diese Behauptung zutreffend?
- d) Infolge eines Militärputsches korrigiert das südamerikanische Hochinflationsland seine Wirtschaftspolitik mit der Folge verstärkter Geldentwertung. Der Kapitalmarktzins steigt daraufhin auf 80%; die erwarteten Zahlungsströme betragen jetzt (in Mio. GE):


<i>t</i>	0	1	2	3	4
<i>laufende Überschüsse</i>	0	+72	+64,8	+233,28	+466,56
<i>Modernisierung der Grubenanlagen</i>			-1 417,5		
<i>Veräußerung*</i>					+3 732,48

\* Veräußerung an lokale Investorengruppe gemäß Nationalisierungsgesetz

Gegenüber der Geschäftsleitung, die nun doch eine Inflationsbereinigung der Gewinne vornehmen möchte, beharrt McRibbon auf seiner Empfehlung, da diese immer und überall gültig sei. Wie verändert sich der ökonomische Gewinn in den einzelnen Perioden im Vergleich zu Aufgabenteil a)? Wie hat sich der Ertragswert der CCC im Zeitpunkt  $t=0$  verändert? Wie ist das Ergebnis zu erklären?

- e) McRibbon hatte übersehen, dass im Lande eine Ausschüttungssperrvorschrift für Kapitalgesellschaften gilt, die zu Anschaffungswertbilanzierung und zu nominaler Kapitalerhaltung verpflichtet. Das Nennkapital, das bei der Gründung im Zeitpunkt  $t=0$  voll eingezahlt und für die Investitionszwecke verwendet wurde, beträgt 40 (Mio. GE). Die Investitionssumme wird nach den im Lande geltenden Rechnungslegungsvorschriften während der Nutzungsdauer von 4 Jahren linear abgeschrieben. Eine gesetzliche Verpflichtung, Rücklagen zu bilden, besteht nicht. Kann der ökonomische Gewinn des 1. Jahres laut a) auch bei Beachtung der geltenden Rechnungslegungsvorschriften ausgeschüttet werden?



 (377) \* **Aufgabe 109** *Besteuerung des ökonomischen Gewinns*




Bei dieser Aufgabe sollen Sie zeigen, dass Sie das Prinzip der Besteuerung des ökonomischen Gewinns verstanden haben. Aufgabe 109 wiederholt die Inhalte von Aufgabe 111.

Betrachten Sie das folgende Investitionsobjekt:

$t$	0	1	2	3	4
$Z_t$	-100 000	0	0	13 310	161 051

Der Marktzins betrage  $i = 10\%$ , der Steuersatz sei  $s = 40\%$ . Bestimmen Sie die Ertragswertabschreibungen, die Bemessungsgrundlagen, die Steuerzahlungen sowie die Netto-Einzahlungsüberschüsse dieser Investition, wenn das System der Besteuerung des ökonomischen Gewinns angewendet wird. Zeigen Sie durch einen Finanzplan, dass tatsächlich der aus der Investition resultierende ökonomische Gewinn mit dem Steuersatz  $s$  belastet wird.

 (379) \*\* **Aufgabe 110** *Zinsbereinigte Einkommensteuer und Verlustverrechnung*



Die Aufgabe zeigt die Irrelevanz von Periodisierungsregelungen und Verlustverrechnungsbeschränkungen bezüglich des Kapitalwerts nach Steuern im Steuerregime einer zinsbereinigten Einkommensteuer.


Angenommen eine Realinvestition generiert folgenden Zahlungsstrom vor Steuern (Werte in TEUR):

$t$	0	1	2	3
$Z_t$	-900	200	700	800

Der Kapitalmarktzins beträgt  $5\%$ . Der Grenzsteuersatz für Real- und Finanzinvestitionen beträgt  $30\%$ . Die Investition wird linear abgeschrieben.

- Ermitteln Sie den Kapitalwert vor Steuern!
- Ermitteln Sie den Kapitalwert nach Steuern im Fall einer zinsbereinigten Einkommensteuer mit sofortiger vollständiger Verlustverrechnung.
- In  $t = 2$  wird eine Rückstellung i. H. v. 200 TEUR gebildet, die steuerlich abzugsfähig ist. In  $t = 3$  wird die Rückstellung in gleicher Höhe erfolgswirksam aufgelöst. Es wird ein sofortiger vollständiger Verlustausgleich angenommen. Ermitteln Sie den Kapitalwert nach Steuern bei Anwendung einer zinsbereinigten Einkommensteuer.
- Ausgehend von c) findet eine beschränkte Verlustverrechnung dahingehend statt, dass Verluste bis zur Höhe des Gewinns der Periode abzugsfähig sind und ein zeitlich unbegrenzter Verlustvortrag besteht. Ermitteln Sie den Kapitalwert nach Steuern!



 (381) \*\* **Aufgabe 111** Besteuerung des ökonomischen Gewinns




Die Aufgabe soll die Niveauinvarianz des Kapitalwerts nach Steuern in Abhängigkeit des Steuersatzes zeigen. Der Kapitalwert nach Steuern wird vom Steuersatz dann nicht beeinflusst, wenn der Steuersatz über den Planungshorizont konstant bleibt.

Es gilt  $s = 35\%$ ,  $i = 4\%$  und folgender Zahlungsvektor:

$t$	0	1	2	3	4
$Z_t$	-1 600	500	200	700	400

Die Zahlungsüberschüsse nach Steuern werden am Ende jeder Periode entnommen.

- Ermitteln Sie den Kapitalwert vor Steuern!
- Ermitteln Sie den Kapitalwert nach Steuern im Fall der Besteuerung des ökonomischen Gewinns!
- Ausgehend von b): Ermitteln Sie den Kapitalwert nach Steuern für  $s = 50\%$ ! Erstellen Sie den zugehörigen Finanzplan!

 (382) \*\* **Aufgabe 112** Neutrale Steuersysteme und Vermögensrentabilität



Die Aufgabe zeigt die Auswirkungen der Besteuerung im Fall neutraler Steuersysteme sowie die Auswirkung der Besteuerung auf ausgewählte Renditemaße.

Sie sind als Unternehmer mit Eigenkapital in Höhe von 250 TEUR ausgestattet. Ihnen bietet sich eine Realinvestition mit den folgenden Zahlungsüberschüssen vor Steuern (Werte in TEUR):

$t$	0	1	2	3	4	5
$Z_t$	-250	80	112,5	150	180	200

Die Investition wird linear abgeschrieben. Der Kapitalmarktzins beträgt 9%. Ihr Grenzsteuersatz beträgt 45%. Zinserträge werden mit 25% besteuert. Am Ende jeder Periode werden die Zahlungsüberschüsse nach Steuern entnommen.

- Ermitteln Sie den Kapitalwert und die Baldwin-Rendite vor Steuern! Wird die Investition durchgeführt?
- Ermitteln Sie den Kapitalwert nach Steuern!
- Ermitteln Sie den Kapitalwert nach Steuern im Fall einer Cash-Flow-Steuer mit einem Steuersatz von 45%!
- Ermitteln Sie die Baldwin-Rendite nach Steuern auf Basis der Annahmen unter c)!
- Stellen Sie sich vor, Sie leben in einem Land, in dem eine zinsbereinigte Einkommensteuer mit einem Steuersatz von 45% angewendet wird. Stellen Sie den zugehörigen Finanzplan auf und ermitteln Sie den Kapitalwert nach Steuern! Der Finanzplan muss mindestens das gebundene Kapital und die steuerliche Bemessungsgrundlage in jeder Periode enthalten.
- Im Fall eines konsumbasierten Steuersystems spielt es keine Rolle, ob Zinserträge der Besteuerung unterliegen oder nicht. Erläutern Sie diese Aussage!



- 📍 (385) \* **Aufgabe 113** *Ökonomischer Gewinn und Baldwin-Rendite*  
 Bei dieser Aufgabe sollen Sie die Auswirkung des ökonomischen Gewinns auf die Rentabilität von Investitionen unter Verwendung der Baldwin-Rendite beschreiben.

Betrachten Sie eine Investition  $-I_0, Z_1, Z_2, \dots, Z_T$ . Der Marktzins sei  $i$ . Auf diese Investition werde das System der Besteuerung des ökonomischen Gewinns mit dem Steuersatz  $s$  angewendet. Welchen Einfluss hat dieses System auf die durchschnittliche Vermögensrentabilität der Investition?

- 📍 (385) \*\* **Aufgabe 114** *Zinsbereinigte Einkommensteuer*  
 Die zinsbereinigte Einkommensteuer stellt eine Möglichkeit der Verhinderung von Verzerrungen durch die Besteuerung dar. Die Aufgabe zeigt, wie Zinseffekte bei der Verlustverrechnung durch Anwendung der Zinsbereinigung vermieden werden können.

Ein Investor plant, im Rahmen einer Einzelunternehmung eine Investition durchzuführen. Dazu tätigt er in  $t=0$  eine Einlage i. H. v. 1 000 EUR und erwirbt sofort eine Maschine mit einer betriebsgewöhnlichen Nutzungsdauer von 4 Jahren. Der Zahlungsvektor ab  $t=1$  lautet  $Z = (460; 360; 260; 220)$ . Die Maschine wird in  $t=1$  zu 70% abgeschrieben, der Rest wird linear auf die verbleibende Nutzungsdauer verteilt. Der Kalkulationszinsfuß vor Steuern beträgt 8%. Der Steuersatz beträgt 50%. Gehen Sie davon aus, dass die Zahlungsüberschüsse nach Steuern am Ende jeder Periode entnommen werden.

- Ermitteln Sie den Kapitalwert vor Steuern der Investition!
- Ermitteln Sie den Kapitalwert nach Steuern unter der Annahme sofortiger vollständiger Verlustverrechnung!
- Ermitteln Sie den Kapitalwert nach Steuern, wenn Verluste erst in künftigen Perioden mit Gewinnen verrechnet werden können!
- Ermitteln Sie ausgehend von c) den Kapitalwert nach Steuern unter dem Regime einer zinsbereinigten Einkommensteuer! Wie könnte man in diesem Fall steuerliche Verluste buchhalterisch abbilden?

- 📍 (388) \*\* **Aufgabe 115** *Zinsbereinigte Einkommensteuer umfassend*  
 Die Aufgabe zeigt umfassend, welche Möglichkeiten der Herstellung von Neutralität hinsichtlich der Verhinderung von Rangfolgeänderungen durch die Besteuerung existieren. Es wird zudem gezeigt, in welchem Verhältnis jeweils der Kapitalwert vor Steuern zum Kapitalwert nach Steuern steht.

Der Unternehmer Alt hat die Möglichkeit, in einem südosteuropäischen Staat K eine Investition in der Textilindustrie zu tätigen. Zu Beginn von  $t=1$  erfolgt eine Einlage in das neue Unternehmen i. H. v. 900 TEUR, die sofort zum Barkauf einer Maschine verwendet wird. Die Bruttozahlungsüberschüsse  $Z_t$ , die zugleich erfolgswirksam sind, ergeben sich für die Perioden 1 bis 3 als  $Z_1 = 500$  TEUR,  $Z_2 = 200$  TEUR,  $Z_3 = 500$  TEUR.

Die Zahlungsüberschüsse  $Z_t$  entsprechen jeweils den Umsatzerlösen der Periode. Der einheitliche Soll- und Habenzinssatz beläuft sich auf  $i = 10\%$ . Der Steuersatz im Staat K beträgt  $s = 50\%$ .



- a) Berechnen Sie auf Basis einer Cash-Flow-Besteuerung den Kapitalwert der Investition nach Steuern. Gehen Sie davon aus, dass die Nettozahlungsüberschüsse am Periodenende jeweils entnommen werden.
- b) Berechnen Sie auf Basis einer zinsbereinigten Einkommensteuer den Kapitalwert der Investition nach Steuern. Gehen Sie dabei von folgenden Annahmen aus:
- Lineare Abschreibung des Investitionsobjektes,
  - vollständiger sofortiger Verlustausgleich,
  - Entnahme der Nettozahlungsüberschüsse am Ende jeder Periode.
- Geben Sie die Buchungssätze in  $t = 2$  an. Kontenabschlüsse brauchen nicht verbucht zu werden.
- c) Berechnen Sie auf Basis einer zinsbereinigten Einkommensteuer den Kapitalwert der Investition nach Steuern. Gehen Sie dabei von folgenden Annahmen aus:
- Sonderabschreibung von 60% der Investitionssumme in Periode 1; in Periode 2 und 3 werden jeweils 20% der Investitionssumme abgeschrieben, der Rest wird linear abgeschrieben
  - vollständiger sofortiger Verlustausgleich,
  - in  $t = 1$  und  $t = 2$  werden keine Entnahmen getätigt. Die interne Kapitalanlage verzinst sich mit dem Bruttozinssatz. In  $t = 3$  wird der maximal mögliche Betrag entnommen.
- d) Berechnen Sie auf Basis einer zinsbereinigten Einkommensteuer den Kapitalwert der Investition nach Steuern. Gehen Sie dabei von folgenden Annahmen aus:
- Lineare Abschreibung des Investitionsobjektes,
  - vollständiger sofortiger Verlustausgleich,
  - in  $t = 1$  und  $t = 2$  werden keine Entnahmen getätigt. Die interne Kapitalanlage verzinst sich mit dem Bruttozinssatz. In  $t = 3$  wird der maximal mögliche Betrag entnommen.
  - In  $t = 2$  wird eine Rückstellung für ungewisse Verbindlichkeiten in Höhe von 100 TEUR gebildet, die in  $t = 3$  wieder zahlungsunwirksam aufgelöst wird.
- e) Berechnen Sie mit Hilfe des Standardmodells den Kapitalwert der Investition nach Steuern. Gehen Sie dabei von folgenden Annahmen aus:
- Lineare Abschreibung des Investitionsobjektes,
  - vollständiger sofortiger Verlustausgleich,
  - Entnahme der Nettozahlungsüberschüsse am Ende jeder Periode.
- Stellen Sie für die Aufgabenteile 19 bis e) jeweils ausführlich den Rechengang unter Verwendung der üblichen Symbolik dar.
- f) Erklären Sie die Differenz der Kapitalwerte nach Steuern  $C_{0,s}$  der Aufgabenteile 20 bei zinsbereinigter Einkommensteuer und bei e) Anwendung des Standardmodells.



## 8 Anwendungsfälle für das Standardmodell mit Ertragsteuern

📍 (395) \*



### Aufgabe 116 Wahr oder falsch?

Dieser Aufgabentypus prüft im Antwort-Wahl-Verfahren, ob Sie den Anwendungsbezug des Standardmodells mit Ertragsteuern verstanden haben.

Sind die nachstehenden Aussagen wahr oder falsch?

Begründen Sie Ihre Antwort *kurz*!

	<i>wahr</i>	<i>falsch</i>
1. Ein klassischer Anwendungsfall des Standardmodells mit Ertragsteuern ist die Investition in vermietete Immobilien.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2. Eine degressive Abschreibung führt im Vergleich zur linearen Abschreibung immer zu einem höheren Kapitalwert nach Steuern.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3. Die Finanzierungswirkung von Rückstellungen basiert auf der Vorverlagerung von Aufwand; Steuern spielen dabei keine Rolle.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4. Ansammlungsrückstellungen führen in der Regel zu einem höheren Finanzierungseffekt als Rückstellungen, die im Kapitaldeckungsverfahren gebildet werden.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5. Entspricht die Emissionsrendite vor Steuern eines Zerobonds dem Kapitalmarktzins, ist der Kapitalwert des Zerobonds nach Steuern positiv.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6. Bei der vorgelagerten Besteuerung werden die Ansparleistungen und die eventuell anfallenden Ansparzinsen schon während der Ansparphase besteuert.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
7. Bei der nachgelagerten Besteuerung von Renten erfolgt die volle Besteuerung der Rentenzahlungen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
8. Als Grenzpreis wird der Preis bezeichnet, der zur Indifferenz zwischen Handlungs- und Unterlassungsalternative und damit zu einem Kapitalwert von null führt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
9. Beim »Operate-Leasing« kann es sein, dass der Leasinggegenstand beim Leasingnehmer bilanziert wird.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
10. Ist der Leasingnehmer wirtschaftlicher Eigentümer, muss die Leasingrate in einen Zins- und Tilgungsanteil aufgeteilt werden.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
11. Die Tilgungsart eines Darlehens beeinflusst den Kapitalwert des Darlehens nach Steuern nicht.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
12. Erfolgsteuern haben keinen Einfluss auf den Verkäufergrenzpreis von Personenunternehmungen, da Steuern grundsätzlich »Privatsache« sind.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
13. Die Berücksichtigung unterjähriger Zahlungen erhöht den Kapitalwert.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>





- |  | <i>wahr</i>              | <i>falsch</i>            |
|--|--------------------------|--------------------------|
| 14. Immobilien stellen eine Form der Investition dar, bei denen das Rechnen mit unterjährigigen Zahlungen sinnvoll sein kann.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 15. Wird bei Darlehen mit monatlichen Zinszahlungen gerechnet, anstatt der Annahme des Anfalls der Auszahlungen am Ende des Jahres, sinkt der Kapitalwert, wenn der Sollzins nach Steuern größer ist als der Habenzins nach Steuern. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 16. Ein Festgeld, das halbjährlich zu 8% angelegt wird, hat einen effektiven Festzins von 8,16%.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 17. Bei der Berücksichtigung unterjährigiger Zahlungen wird die Investitionsrechnung exakter und bewegt sich in Richtung Totalmodell.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 18. Durch die Berücksichtigung unterjähriger Einzahlungen steigt der Kapitalwert im Vergleich zu der Annahme, dass alle Einzahlungen am Ende einer Periode anfallen.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 19. Die Annahme unterjähriger Zahlungen erhöht den Planungsaufwand im Vergleich zur Annahme, dass alle Zahlungen am Ende einer Periode anfallen.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 20. Es kann sein, dass der Planungsaufwand die Vorteilhaftigkeit einer Investitionsalternative beeinflusst.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 21. Beim Tilgungsdarlehen finden keine unterjährigen Zahlungen statt.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 22. In der Investitionsrechnung wird i. d. R. mit unterjährigen Zahlungen gerechnet.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 23. Eine Modellerweiterung der Investitionsrechnung zur Ermittlung des Kapitalwert auf monatliche Zahlungen ist nicht möglich.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 24. Im Fall des vollkommenen Kapitalmarkts ist der Kapitalwert vor Steuern der Fremdfinanzierung null.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 25. Im Fall des vollkommenen Kapitalmarkts hängt der Kapitalwert vor Steuern von der Tilgungsstruktur ab.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 26. Im vollkommenen Kapitalmarkt beträgt der Kapitalwert nach Steuern der Fremdfinanzierung bei einem einheitlichen Steuersatz auf Soll- und Habenzinsen immer null.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 27. Ist der Sollzinssatz größer als der Habenzinssatz, so ist der Kapitalwert vor Steuern des Annuitätendarlehens größer als der Kapitalwert beim Fälligkeitsdarlehen bei sonst gleichen Parametern.                                 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 28. Ist der Habenzinssatz kleiner als der Sollzinssatz, so ist im Fall ohne Steuern der Kapitalwert der Fremdfinanzierungsalternative negativ.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |



	<i>wahr</i>	<i>falsch</i>
29. Der Sollzinssatz (Habenzinssatz) vor Steuern beträgt 10% (8%). Der Steuersatz auf Sollzinsen (Habenzinsen) beträgt 50% (25%). In diesem Fall ist der Kapitalwert der Fremdfinanzierung positiv.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
30. Die Aufnahme eines Kredits in einer Welt mit Steuern ist immer schlechter als die Eigenfinanzierung.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
31. Bei der klassischen Kreditfinanzierung kann der Kapitalwert der Finanzierung und der Kapitalwert der Investition nicht getrennt voneinander ermittelt werden.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
32. Entsprechen sich Soll- und Habenzinsen vor oder nach Steuern nicht, muss die Finanzierungsalternative explizit berücksichtigt werden, da diese einen positiven oder negativen Zielbetrag leisten kann.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
33. Im Fall eines vollkommenen Kapitalmarkts vor Steuern ist der Kapitalwert der Finanzierungsalternative negativ, wenn ein Disagio zur Anwendung kommt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 (397) \*\* **Aufgabe 117** *Standardmodell mit Ertragsteuern*




*Die Aufgabe zeigt anhand eines konkreten Beispiels wie Steuern in das Entscheidungskalkül integriert werden.*

Ein Investor kauft laufend erschlossene unbebaute Baugrundstücke, die attraktiv gelegen sind. Sein Ziel ist es, an den Preissteigerungen für Baugrundstücke zu verdienen. Zur Zeit wird dem Investor ein Baugrundstück zu einem Quadratmeterpreis von 50 EUR angeboten. Die Anschaffungskosten sollen zu 60% durch einen endfälligen Kredit zu einem Zinssatz von  $i = 5\%$  und einer Laufzeit von 5 Jahren finanziert werden. Der restliche Anteil wird eigenfinanziert. Am Ende des 5. Jahres wird das Grundstück verkauft.

Der Steuersatz beträgt 25%. Gehen Sie von einem sofortigen vollständigen Verlustausgleich aus.

- a) Wann ist die Annahme des sofortigen vollständigen Verlustausgleichs in der Realität erfüllt?
- b) Der Investor strebt eine Rendite für sein eingesetztes Kapital in Höhe von 7% nach Steuern an. Wie hoch müsste daher der am Ende des 5. Jahres erzielbare Verkaufspreis pro Quadratmeter für das Baugrundstück sein, damit das Ziel erreicht wird?
- c) Welche jährliche Wertsteigerung des Baugrundstücks ist erforderlich, damit der Investor sein angestrebtes Renditeziel erreicht?

 (398) \* **Aufgabe 118** *Entschädigungsfall*



*Die Aufgabe zeigt, wie der Betrag im Schadensfall zu ermitteln ist, der den Geschädigten finanziell gleich stellt zur Situation ohne Schaden.*




Aufgrund eines Verkehrsunfalls am 31. 12. 2018 wird Herr Meier für den Rest seines Lebens erwerbsunfähig sein. Vom Zeitpunkt des Unfalls bis zum Zeitpunkt seiner Pensionierung hätte Herr Meier noch 15 Jahre arbeiten können.

Sein Bruttogehalt für 2019 hätte 60 000 EUR betragen. Danach wäre es jährlich konstant um 5% gestiegen. Das Arbeitseinkommen unterliegt einem konstanten Steuersatz von 40%. Nehmen Sie vereinfachend an, dass das Gehalt jährlich nachschüssig gezahlt wird.

Herr Meier kann bei seiner Bank Geld zu 10% anlegen. Die Zinsen auf sein Guthaben unterliegen einer Steuer von 25%. Freibeträge sind nicht zu beachten.

- Wie hoch ist der Schadenersatzanspruch von Herrn Meier, falls dieser steuerfrei vereinnahmt werden kann?
- Wie hoch wäre der Schadenersatzanspruch, falls dieser einer Steuer in Höhe von 20% unterliegen sollte?

 (399) \*\* **Aufgabe 119** Süßwaren-Vertriebs-GmbH



Die vorliegende Aufgabe beschreibt die Vorgehensweise bei der Ermittlung der Vorteilhaftigkeit von Leasing und Kauf unter Berücksichtigung der Besteuerung.

Die Süßwaren-Vertriebs-GmbH hat Ärger mit 10 ihrer Automaten. Auf Grund der Störanfälligkeit der Geräte erhält sie laufend Reklamationen. Da das Automaten-geschäft sich in der Vergangenheit als gewinnbringend erwiesen hat und man aus absatzpolitischen Gründen auch nicht auf dieses Geschäft verzichten will, andererseits aber die alten Geräte auf Grund der Störanfälligkeit wirtschaftlich und im Hinblick auf das Firmenimage nicht mehr tragbar sind, sollen 10 neue Automaten angeschafft werden. In Frage kommen für diese Investition nur Geräte der Firma Y, mit der man die besten Erfahrungen gemacht hat. Zwar kosten die Automaten 1 120 EUR pro Stück, dafür zeichnen sie sich aber durch eine geringe Störanfälligkeit aus. Die steuerliche Nutzungsdauer der Automaten beträgt acht Jahre, die tatsächlich erwartete Nutzungsdauer zwölf Jahre. Die Automaten werden linear abgeschrieben.

Am Tag, als der Auftrag herausgehen soll, erscheint zufällig der Vertreter einer Leasinggesellschaft Z bei der Geschäftsleitung und bietet an, die in Frage kommenden Geräte der Süßwaren-Vertriebs-GmbH im Wege des Leasing zur Verfügung zu stellen. Die Leasingraten pro Jahr würden bei einer unkündbaren Laufzeit des Vertrages von sieben Jahren 20% der Anschaffungskosten der Geräte betragen. Die Süßwaren-Vertriebs-GmbH würde außerdem auf das Ende des siebten Jahres nach Vertragsbeginn eine Kaufoption zum steuerlichen Buchwert der Anlagen erhalten.

In dieser Situation werden Sie zur Beratung herangezogen und sollen die folgenden Fragen beantworten:



- Ist es unter investitionsrechnerischen Gesichtspunkten bei einem Zinssatz von 10% und einem Grenzsteuersatz von 40% günstiger, die Automaten zu kaufen oder zu leasen?
- Wie hoch ist die kritische Leasingrate, bei der Kauf und Leasing gleichwertig sind?
- Welche anderen betriebswirtschaftlichen Gesichtspunkte sprechen für und gegen das Leasen der Automaten?

📍 (402) \*\* **Aufgabe 120** *Leasing mal anders*



*Aufgabe 120 zeigt die Vorgehensweise bei der Bestimmung der Vorteilhaftigkeit von Leasing oder Kauf. Zur Lösung der Aufgabe müssen Sie die Grundlagen der steuerlichen Behandlung des Leasings beherrschen.*

Nachdem in letzter Zeit in der örtlichen Mensa vermehrt Defekte an der »Frittierstraße« aufgetreten sind, wird über eine Neuanschaffung nachgedacht. Der Vertreter der »Gastro-Service GmbH« macht Ihnen ein erstes Angebot, das er Ihnen zufaxt. Leider ist durch einen Übertragungsfehler auf dem Fax die Leasingrate nicht zu entziffern. Ihnen liegen jedoch folgende Daten vor:

- 4 Leasingraten (nachsüssig),
- Kaufoption am Ende des vierten Jahres ( $t = 4$ ) zum steuerlichen Restbuchwert i. H. v. 10 000 EUR,
- die steuerliche Nutzungsdauer beträgt 5 Jahre,
- es wird linear abgeschrieben.
- Zudem hat der Vertreter für Sie bereits den Barwert ( $C_0$ ) dieser Leasingvariante (4 Leasingraten, Ausübung der Kaufoption in  $t = 4$ ) berechnet, dieser beträgt in  $t = 0$  nach Steuern – 38 684,66 EUR.
- Der Vertreter ist bei seinen Berechnungen von einem konstanten Steuersatz von 30% sowie einem Kapitalmarktzins von  $i = 10\%$  ausgegangen.
- Gehen Sie bei Ihren Berechnungen davon aus, dass der Leasinggegenstand beim Leasinggeber bilanziert wird.

- Wie hoch ist die Ihnen angebotene Leasingrate?  
Daneben haben Sie sich auch im Internet umgeschaut und dort dasselbe Modell für Anschaffungskosten i. H. v. 50 000 EUR angeboten bekommen (steuerliche Nutzungsdauer 5 Jahre, lineare Abschreibung).
- Für welches der beiden Angebote – Leasing oder Kauf – entscheiden Sie sich? Gehen Sie bei Ihren Berechnungen ebenfalls von einem konstanten Steuersatz von 30% sowie einem Kapitalmarktzins von  $i = 10\%$  aus.

📍 (403) \*\* **Aufgabe 121** *Kaufäquivalente Leasingrate*



*Bei dieser Aufgabe sollen Sie einen investitionsrechnerischen Vergleich des Leasing und der fremdfinanzierten Anschaffung unter Berücksichtigung der Besteuerung durchführen.*



Eine GmbH überlegt, eine Maschine zu kaufen oder zu leasen. Die Anlage kostet 400 TEUR, hat eine Nutzungsdauer von 5 Jahren und wird linear abgeschrieben. Die Anlage kann mit einem in 4 gleichen Raten zu tilgenden Kredit zu einem Zinssatz von  $\rho = 10\%$  finanziert werden. Der Kalkulationszinssatz auf Unternehmensebene entspricht  $i = 8\%$ . Ermitteln Sie die kaufäquivalente Leasingrate, wenn die für einen Zeitraum von 5 Jahren zu leasende Maschine beim Leasinggeber bilanziert wird. Berücksichtigen Sie hierbei aus Vereinfachungsgründen nur die Unternehmensebene. Der Körperschaftsteuersatz beträgt 25%.

📍 (404) \*\* **Aufgabe 122** *Kauf versus Leasing*



Im Unterschied zu Aufgabe 121 sollen Sie hier die Vorteilhaftigkeit des fremdfinanzierten Kaufs und des Leasing bei unterschiedlichen Laufzeiten beurteilen.

Ein Einzelunternehmer steht vor der Alternative, zu Beginn von  $t = 1$  eine Produktionsmaschine mit Anschaffungskosten von 10 000 EUR für eine Nutzungsdauer von 5 Jahren entweder durch einen Kredit oder durch einen Leasingvertrag zu finanzieren.

- Die Laufzeit des Annuitätendarlehens beträgt 4 Jahre, die Kreditspesen belaufen sich auf 3% vom Auszahlungsbetrag, der Zinssatz beträgt 10%. Rechnen Sie die Spesen aus Vereinfachungsgründen der Periode 1 zu.
- Der Leasingvertrag wird für 5 Jahre abschlossen. Es sind 4 nachschüssig zu entrichtende Jahresraten zu 3 000 EUR und eine Restmietzahlung am Ende von  $t = 5$  von 1 000 EUR zu zahlen. Der Kalkulationszinssatz vor Steuern beträgt 10%.

Ermitteln Sie die vorteilhaftere Finanzierungsvariante unter Berücksichtigung von Steuern aus Sicht des Einzelunternehmers. Es soll ein Steuersatz von 50% gelten. Es wird linear abgeschrieben. Ermitteln Sie beim Leasing die Zinsanteile nach der Zinsstaffelmethode.

📍 (406) \*\* **Aufgabe 123** *Vorteilhaftigkeit und Verbuchung des Leasing*




Diese Aufgabe prüft, ob Sie in der Lage sind, Leasing aus buchhalterischer und investitionsrechnerischer Sicht abzubilden.

Ein Einzelunternehmer kann eine Investition realisieren, für die er eine Maschine leasen möchte. Er erhält von der Leasing-OHG folgendes Angebot: Leasing einer Maschine mit einer betriebsgewöhnlichen Nutzungsdauer von 8 Jahren und Anschaffungskosten in Höhe von 100 000 EUR. Das Leasing erfolgt über einen Zeitraum von 5 Jahren (unkündbare Grundmietzeit). Die jährlichen Leasingraten betragen 21 200 EUR. Der Investor hat am Ende von  $t = 5$  die Möglichkeit, die Maschine für 24 000 EUR zu erwerben. Der Kalkulationszins beträgt  $i = 10\%$ , der Steuersatz des Einzelunternehmers beträgt  $s = 50\%$ . Die Maschine wird linear abgeschrieben.



- a) Bei wem ist die Maschine steuerrechtlich zu bilanzieren?
- b) Berechnen Sie den Kapitalwert des Leasingangebots nach Steuern für den Leasinggeber und den Leasingnehmer im Fall, dass die Kaufoption ausgeübt wird.
- c) Geben Sie für die Perioden  $t=0, 1$  und  $5$  die Buchungssätze an!


 (409) \*\* **Aufgabe 124** *Leasing mit Kaufoption*



Die Aufgabe stellt eine Erweiterung von Aufgabe 122 dar. Es ist zusätzlich die Vorteilhaftigkeit der Ausübung der Kaufoption am Ende der Grundmietzeit zu prüfen.

Ein Einzelunternehmer beabsichtigt, zu Beginn 2019 eine neue Anlage mit Anschaffungskosten von 200 TEUR zu erwerben. Die Nutzungsdauer der Anlage beläuft sich auf 5 Jahre. Zur Finanzierung der Anlage soll in Höhe der Investitionskosten ein Kredit mit einer Laufzeit von 5 Jahren zu einem Zinssatz von 5% aufgenommen werden. Die konstanten Ratentilgungen und die Zinszahlungen erfolgen jeweils am Jahresende. Als Alternative zur Kreditfinanzierung überlegt der Unternehmer, die Anlage zu leasen. Die Grundmietzeit beträgt 3 Jahre. Die Leasingraten in Höhe von 49 TEUR p. a. sind jeweils am Jahresende zu bezahlen. Nach Ablauf des Leasingvertrags hat der Unternehmer die Option, die Anlage zu einem Restwert von 80 TEUR zu erwerben. Der Erwerb würde über 2 Jahre fremdfinanziert werden. Der Kredit würde nachschüssig mit Ratentilgung abbezahlt werden; der Zinssatz beträgt 5%. Die Anlage wird linear abgeschrieben. Es soll ein linearer Steuersatz von 50% unterstellt werden. Die Alternativanlage wird im Privatvermögen durchgeführt und ebenfalls mit 50% besteuert. Der Kalkulationszinssatz des Unternehmers (vor Steuern) beläuft sich auf 10%. Es wird sofortiger vollständiger Verlustausgleich angenommen.

- a) Wem ist die Anlage zuzurechnen?
- b) Welche Finanzierungsvariante ist vorteilhaft?

 (410) \*\* **Aufgabe 125** *Leasing umfassend*



Die Übungsaufgabe prüft, ob Sie Vorteilhaftigkeit des Leasing im Vergleich zum eigen- oder fremdfinanzierten Kauf beurteilen können. Bei der Fremdfinanzierung werden verschiedene Alternativen unterstellt. Gleichzeitig sollen Sie zeigen, dass Sie das Leasing buchhalterisch abbilden können.

Der Einzelunternehmer Donald Duck plant zum 1. 1. 2019 eine Produktionsanlage mit einer betriebsgewöhnlichen Nutzungsdauer von 5 Jahren im Rahmen seines Gewerbebetriebs zu erwerben. Die Anschaffungsauszahlung beläuft sich auf 1 500 TEUR. Das Investitionsobjekt hat den folgenden Zahlungsüberschussverlauf vor Steuern, wobei die Zahlungen jeweils am 31. 12. jeden Jahres erfolgen (Werte in TEUR):

$t$	0	1	2	3	4	5
$Z_t$	-1 500	350	450	450	500	550



Donald Duck legt die Zahlungsüberschüsse aus seiner Einzelunternehmung privat auf dem Kapitalmarkt an. Der Kalkulationszinssatz vor Steuern beträgt 8%. Es wird ein sofortiger vollständiger Verlustausgleich unterstellt. Die Produktionsanlage wird linear abgeschrieben. Der Steuersatz auf Erträge der Realinvestition beträgt  $s = 50\%$ . Zinsen werden mit 25% besteuert.

- a) Berechnen Sie unter der Annahme der vollständigen Eigenfinanzierung den Kapitalwert des Investitionsobjekts nach Steuern.

Gehen Sie nun davon aus, dass Donald Duck kein Eigenkapital zur Durchführung der Investition besitzt. Zur Finanzierung stehen ihm zwei sich gegenseitig ausschließende Finanzierungsalternativen zur Verfügung. Die Voraussetzung für die getrennte Berechnung der Kapitalwerte von Investitionsobjekt und Finanzierungsalternative ist erfüllt.

- b) Bei der ersten Finanzierungsalternative handelt es sich um eine Mischfinanzierung aus einem Kredit und einer stillen Beteiligung. Für 752 TEUR der Investitionssumme erhält Duck ein endfälliges Darlehen mit einem Nominalzinssatz bezogen auf die Kreditsumme in Höhe von 6%. Bei diesem Kredit wird ein Disagio in Höhe von 6% des Kreditbetrages fällig. Für weitere 748 TEUR der Investitionssumme stellt ihm Trick eine stille Beteiligung zur Verfügung, die Trick in seinem Privatvermögen hält. Am Ende von  $t = 5$  muss Duck die stille Beteiligung in gleicher Höhe zurückzahlen. Für die Gewährung der stillen Beteiligung erhält Trick eine jährlich am Periodenende anfallende Zahlung in Höhe von 10% der Beteiligungshöhe, die bei Duck steuerlich abzugsfähig ist. Berechnen sie den Barwert der Finanzierungsalternative nach Steuern.
- c) Bei der zweiten Finanzierungsalternative handelt es sich um ein Annuitätendarlehen mit einem Nominalzinssatz von 11%. Zins- und Tilgungszahlungen werden am Periodenende fällig. Berechnen Sie den Barwert der Finanzierungsalternative nach Steuern.
- d) Welche der beiden Finanzierungsalternativen wird Duck wählen? Wie hoch ist der Barwert des Investitionsobjekts unter Einbezug der besten Fremdfinanzierungsalternative? Gehen Sie auf das Vorzeichen des Kapitalwerts der Finanzierungsalternativen ein!

Kurz vor Unterzeichnung des Vertrags über die Fremdfinanzierung erhält Duck von der Leasing OHG ein Leasingangebot für die obige Produktionsanlage. Während der festen Grundmietzeit von 5 Jahren beträgt die jährliche Leasingrate 390 EUR. Es wird weder eine Kauf- noch eine Mietverlängerungsoption vereinbart. Nach Ablauf der Grundmietzeit wird die Anlage an die Leasing OHG zurückgegeben.

- e) Bei wem ist die Anlage steuerrechtlich zu bilanzieren?
- f) Berechnen Sie den Barwert des Investitionsobjekts bei Realisierung dieses Leasingvertrags nach Steuern von Donald Duck. Ist die Leasingalternative der besten Fremdfinanzierungsalternative vorzuziehen?



- g) Berechnen Sie die maximale jährliche Leasingrate, die Donald Duck bei Realisierung des Investitionsobjekts jährlich bezahlen kann.

📍 (415) \*\* **Aufgabe 126** *Leasing sehr umfassend*



*Die Aufgabe enthält Fragen der Zurechnung, der Vorteilhaftigkeit bei Kauf- und Verlängerungsoptionen und zur buchhalterischen Abbildung von Leasingverträgen.*

Markus kalkuliert mit sicheren künftigen Zahlungsüberschüssen für die Perioden  $t = 1, \dots, 6$  in Höhe von 170 TEUR, sofern er seine Geschäftsidee realisieren kann. Die Anschaffungskosten der Geschäftsidee in Form einer Maschine betragen  $I_0 = 750$  TEUR. Die Nutzungsdauer beträgt 8 Jahre, es wird linear abgeschrieben. Markus fragt Freddi, ob er die Maschine erwirbt und an ihn verleast. Markus wäre bereit, eine jährliche Leasingrate von  $LR = 140$  TEUR für die nächsten 6 Jahre zu zahlen. Markus und Freddi kalkulieren mit einem Kalkulationszinsfuß von  $i = 8\%$  sowie einem Grenzsteuersatz von  $s = 50\%$ . Die Zahlungsüberschüsse nach Steuern werden am Ende eines jeden Jahres entnommen.

- Wer muss die Maschine bilanzieren, wenn Markus und Freddi eine unkündbare Grundmietzeit von 6 Jahren vereinbaren?
- Ermitteln Sie den Kapitalwert nach Steuern für Markus und Freddi, wenn Freddi die Maschine in den Jahren  $t = 7, 8$  für jährlich 140 TEUR anderweitig verlesen kann, die Maschine in dieser Zeit bei ihm bilanziert wird und einen Schrottwert am Ende von  $t = 8$  von 0 EUR hat. Wird Freddi den Vertrag unterschreiben?
- Geben Sie die erforderlichen Buchungssätze für die Perioden  $t = 0$  und  $t = 1$  jeweils für den Leasingnehmer und Leasinggeber an!
- Angenommen Markus erhält eine Kaufoption am Ende der unkündbaren Grundmietzeit in  $t = 4$ , bei der er die Maschine für 380 TEUR von Freddi erwerben kann. Markus müsste den Kauf fremdfinanzieren. Seine Bank bietet ihm ein Fälligkeitsdarlehen mit einer Laufzeit von 2 Jahren und  $p = 10\%$  sowie  $d = 0\%$  an. Markus veräußert die Maschine in  $t = 6$  zum Buchwert. Wird der Leasingvertrag in diesem Fall von beiden unterschrieben?
- Geben Sie die Buchungssätze für Aufgabenteil d) sowohl für Markus als auch für Freddi für die Perioden  $t = 4, 5, 6$  an!

📍 (419) \*\* **Aufgabe 127** *Zinsanteil beim Leasing*



*Im Fokus dieser Aufgabe liegt die buchhalterische Behandlung des Zinsanteils der Leasingrate und die daraus resultierenden steuerlichen Auswirkungen.*


Ein Investor möchte eine Maschine mit einer betriebsgewöhnlichen Nutzungsdauer von 6 Jahren und Anschaffungskosten von 96 TEUR leasen. Die Grundmietzeit beträgt 6 Jahre und die jährlichen Leasingraten betragen 19,5 TEUR. Am Ende der Grundmietzeit veräußert der Leasinggeber die Maschine für 30 TEUR an eine dritte Person. Der Kapitalmarktzins beträgt  $i = 5\%$ , der Grenzsteuersatz beträgt  $s = 40\%$ .

- Wer muss die Maschine bilanzieren?





- b) Ermitteln Sie den Kapitalwert nach Steuern für den Leasinggeber und den Leasingnehmer im Fall der
1. Zinsstaffelmethode,
  2. exakten Methode!
- c) Geben Sie die Buchungssätze in  $t=0, 1$  sowohl für den Leasinggeber als auch für den Leasingnehmer im Fall der Zinsstaffelmethode an!
- d) Angenommen die Grundmietzeit beträgt nur 4 Jahre und der Planungshorizont beträgt unverändert 6 Jahre für den Leasingnehmer. Die jährlichen Leasingraten betragen nun 29,25 TEUR. Am Ende der Grundmietzeit hat der Leasingnehmer die Möglichkeit die Maschine für 30 TEUR zu erwerben. In  $t=6$  wird die Maschine vom Leasingnehmer für 30 TEUR verkauft. Es kommt die Zinsstaffelmethode zur Anwendung.
1. Wer muss die Maschine bilanzieren?
  2. Ermitteln Sie den Kapitalwert nach Steuern für den Leasingnehmer und den Leasinggeber wenn der Leasingnehmer die Maschine in  $t=4$  erwirbt! Gehen Sie davon aus, dass der Kaufpreis beim Käufer sofort abzugsfähig ist.
  3. Geben Sie die Buchungssätze für Aufgabenteil 2. jeweils für den Leasingnehmer und den Leasinggeber für die Perioden  $t=4, 5, 6$  an!

 (426) \*\* **Aufgabe 128** *Subventionswerte*



*Die Aufgabe zeigt die steuerlichen Auswirkungen alternativer Fördermaßnahmen wie Zuschüsse, Sonderkonditionen bei Krediten und schnellere Abschreibung.*

Geplant ist eine Produktionsanlage mit Anschaffungskosten von 800 TEUR und einer Nutzungsdauer von 4 Jahren. Die steuerliche Nutzungsdauer beträgt 4 Jahre, der Restwert in  $t=4$  betrage 200 TEUR; der jährliche Einzahlungsüberschuss beträgt 300 TEUR. Bei der Ermittlung der Abschreibung ist der Restwert zu berücksichtigen. Für die Investitionsmaßnahme stehen alternativ folgende Fördermöglichkeiten zur Verfügung:

1. (Steuerfreie) Investitionszulage mit Zufluss in  $t=1$  in Höhe von 10% der Anschaffungskosten.
2. Investitionszuschuss mit Zufluss in  $t=0$  in Höhe von 20% der Anschaffungskosten, der die steuerlichen Anschaffungskosten vermindert.
3. Sonderkredit in Höhe von 500 TEUR mit folgenden Konditionen:
  - Zins- und Tilgungsfreiheit im ersten Jahr,
  - in den Folgejahren 4% Verzinsung bei freier Tilgung, spätestens aber Tilgung in  $t=4$ .
4. Sofortabschreibung in voller Höhe im Zeitpunkt  $t=1$  und sofortige Steuererstattung.

Weiterhin gelten folgende Prämissen:

- Kapitalmarktzins 8%,
- Steuersatz 50% und



– vollständiger und sofortiger Verlustausgleich.

- Ermitteln Sie die Subventionswerte für die genannten Fördermaßnahmen!
- Sind die Fördermaßnahmen im Falle identischer Subventionswerte völlig gleichwertig?

📍 (428) \*\* **Aufgabe 129** Zeiteffekt der Besteuerung im Fall von Rückstellungen



Bei der vorliegenden Aufgabe sollen Sie den Vorteil der Bildung von Rückstellungen quantifizieren.

Rainer N. produziert im Rahmen einer Einzelunternehmung Schneeschaukeln. Im Jahr 2019 lieferte er eine große Charge an HOBI. Während des Jahres 2019 fiel jedoch auf, dass die Qualität der an HOBI gelieferten Schaukeln miserabel war. N. erwartet Prozesskosten in 2020 in Höhe von 75 000 EUR. Tatsächlich belaufen sich die Kosten in 2020 lediglich auf 10 000 EUR. Ermitteln Sie den Vorteil einer Rückstellung in 2019, die in 2020 teilweise erfolgswirksam aufgelöst wird, wenn der Grenzsteuersatz  $s = 40\%$  und der Kapitalmarktzins  $i = 8\%$  beträgt.

📍 (429) \*\* **Aufgabe 130** Steuerliche Wirkung von Rückstellungen



Die Aufgabe stellt einen Einstieg in die Berechnung der finanziellen Auswirkungen von Rückstellungen dar.

Gewöhnlich bieten große Unternehmen ihren Beschäftigten eine Betriebsrente an. Der Vorteil für ein Unternehmen besteht dabei in der steuerlichen Abzugsfähigkeit der Zuführungen zu den Pensionsrückstellungen heute, während die Auszahlungen erst in ferner Zukunft, nämlich ab dem Zeitpunkt des Renteneintritts, fällig werden. Dadurch entstehen enorme Zeiteffekte.

Angenommen, ein Unternehmen bildet jährlich nachschüssige Pensionsrückstellungen in Höhe von 10 000 EUR für einen 25-jährigen Beschäftigten. Die erste Rückstellung findet am Ende des Jahres 25 statt. Weiterhin sei angenommen, dass der Beschäftigte mit 65 in Rente geht.

Ermitteln Sie den Vorteil zu Beginn des Jahres 25 der Pensionsrückstellung bei Abzugsfähigkeit im Zeitpunkt der Rückstellung im Vergleich zur Abzugsfähigkeit eines nominell äquivalenten Betrags am Ende des 64. Lebensjahres, wenn der Grenzsteuersatz des Unternehmers  $s = 45\%$  beträgt und der Kapitalmarktzins 5% beträgt. Die erste Rückstellung findet am Ende des 25. Lebensjahres statt, die letzte Rückstellung am Ende des 64. Lebensjahres.

📍 (429) \*\* **Aufgabe 131** Finanzielle Wirkungen von Rückstellungen




Gezeigt wird, welche Auswirkungen alternative Rückstellungsformen unter Berücksichtigung der Besteuerung auf die Finanzierung der der Rückstellung zugrundeliegenden künftigen Auszahlung haben.



Angenommen, Sie als Unternehmer wissen mit Sicherheit, dass Sie in 20 Jahren eine Auszahlung i. H. v. 1 000 EUR zu leisten haben und dafür Rückstellungen bilden dürfen.

- Erläutern Sie kurz den wesentlichen Unterschied zwischen Rückstellungen und Rücklagen!
- Wie werden Rückstellungen verbucht? Beurteilen Sie den Buchungssatz hinsichtlich der finanziellen Zielgröße!
- Erläutern Sie kurz verbal, inwiefern Rückstellungen eine finanzielle Wirkung entfalten!
- Erläutern Sie kurz, welche grundlegenden Finanzierungskonzepte hinsichtlich der Finanzierung durch Rückstellungen existieren und ermitteln Sie jeweils formal das Endvermögen nach Steuern.
- Ermitteln Sie für eine erwartete Auszahlung von 1 000 EUR in  $t = 20$  bei einem Steuersatz von 40% und einem Zinssatz vor Steuern von 6% das Endvermögen nach Steuern bei Anwendung
  - des deckungslosen Zahlungsverfahrens.
  - der Kapitaldeckung ohne Diskontierung.
  - der Kapitaldeckung mit Diskontierung, wenn für die Diskontierung ein Zinssatz von 5,5% unterstellt wird.
  - der Ansamlungsdeckung ohne Diskontierung.
  - der Ansamlungsdeckung mit Diskontierung, wenn für die Diskontierung ein Zinssatz von 5,5% unterstellt wird.

Gehen Sie davon aus, dass – sofern erforderlich – die erste Rückstellung am Ende von  $t = 1$  erfolgt!

 (432) \*\* **Aufgabe 132** Rückstellungen und Verlustverrechnungsbeschränkungen



Die Aufgabe zeigt die Auswirkung von Verlustverrechnungsbeschränkungen im Zusammenspiel mit Rückstellungen.


Es sei eine Realinvestition mit folgendem Zahlungsvektor angenommen:

$t$	0	1	2	3
$Z_t$	-90 000	30 000	28 200	80 000

Die Investition wird linear abgeschrieben. Der Zinssatz beträgt  $i = 6\%$  und der Grenzsteuersatz beträgt  $s = 30\%$ .

- Ermitteln Sie das Endvermögen nach Steuern im Fall der Realinvestition!
- Ermitteln Sie das Endvermögen nach Steuern im Fall der Realinvestition, wenn in  $t = 2$  eine Rückstellung in Höhe von 10 000 EUR gebildet wird, die in  $t = 3$  in gleicher Höhe erfolgswirksam aufgelöst wird, wenn eine Steuererstattung auf Verluste nicht sofort erfolgt, sondern die Verluste nur mit künftigen Gewinnen verrechnet werden können! Interpretieren Sie das Ergebnis im Vergleich zu a)!



 (433) \*\* **Aufgabe 133** *Alternative Steuersysteme*



Die Aufgabe zeigt die Auswirkung alternativer Steuerregime auf die Rangfolge der Vorteilhaftigkeit von Investitionen.

In  $t=0$  entstehe ein Aufwand, der in  $t=T$  zu einer Auszahlung  $X$  führe. Betrachten Sie alternativ die folgenden steuerlichen Regelungen:

*Variante 1*

In  $t=0$  darf eine Rückstellung in Höhe von  $X$  gebildet und als steuerlicher Aufwand angesetzt werden. In  $t=T$  ist diese Rückstellung aufzulösen und mit der anfallenden Auszahlung  $X$  zu verrechnen.


*Variante 2*

In  $t=0$  darf eine Rückstellung gebildet und als steuerlicher Aufwand angesetzt werden. Die Höhe der Rückstellung entspricht der Auszahlung, abgezinst auf  $t=0$  mit einem Verrechnungszins  $k$ . In  $t=T$  ist diese Rückstellung aufzulösen und mit der anfallenden Auszahlung  $X$  zu verrechnen.

*Variante 3*

Auf den Vorgang wird das System der Besteuerung des ökonomischen Gewinns angewendet.

- Bestimmen Sie formal die jeweiligen nachsteuerlichen Barwerte der durch diesen Vorgang erzeugten Belastung, wenn der Marktzins  $i$  und der Steuersatz  $s$  beträgt.
- Setzen Sie  $X = 100$ ,  $i = 10\%$ ,  $s = 40\%$  und  $k = 5,5\%$  und berechnen Sie die nachsteuerlichen Barwerte alternativ für  $T = 2, 5$ , und  $10$ .

 (433) \*\* **Aufgabe 134** *Mitarbeiterbeteiligung*




Das Beispiel skizziert den Finanzierungseffekt von Rückstellungen anhand von Bonuszahlungen an Mitarbeiter. Es wird gezeigt, dass in Abhängigkeit von der Laufzeit ein Großteil der Bonuszahlungen durch die Finanzierungswirkung vorgelagerter Rückstellungen getragen wird.

Aus Anlass eines Firmenjubiläums soll an die Mitarbeiter am 31. 12. 2019 ein Sonderbonus zugewendet werden, der allerdings nicht sofort ausbezahlt wird, sondern auf einem Sonderkonto gesammelt und mit einer Verzinsung von 3% ausgestattet erst in zehn Jahren zur Auszahlung an die Mitarbeiter kommen soll. Die steuerliche Behandlung dieses Sonderbonus als aufgeschobene Zahlung (deferred payment) sei anerkannt. Das Unternehmen nehme langfristig eine Kreditlinie mit 7% Zins in Anspruch. Für die Steuerbelastung des Unternehmens und der Mitarbeiter wird gleichermaßen ein fiktiver – im Zeitablauf konstanter – Steuersatz von einheitlich 40% angenommen.

Es stellen sich folgende Fragen, die an einem Zuwendungsbetrag von 10 000 EUR beispielhaft darzustellen sind:



- a) Über welchen Betrag kann ein Mitarbeiter bei dieser Modellgestaltung in  $t = 11$  (31. 12. 2029) verfügen?
- b) Wie hoch wäre sein Endbetrag in 10 Jahren, wenn er den Sonderbonus sofort erhalten, besteuert und ebenfalls zu 3% in einer Normalanleihe oder in eine Nullkupon-Anleihe (Zerobond) mit einer Emissionsrendite von 3% angelegt hätte?
- c) Mit welcher Belastung haben die Eigentümer des Unternehmens, die den Sonderbonus gewähren, im Jahre der Auszahlung ( $t = 11$ ) zu rechnen?

 (435) \*\* **Aufgabe 135** Zero-GmbH



Die Aufgabe zeigt anhand eines konkreten Beispiels, wie sich die Vorteile eines Zerobonds berechnen lassen. Es wird zudem gezeigt, welche Ausgestaltungen vorliegen müssen, um den Steuervorteil dem Emittenten zukommen zu lassen.

Nullkupon-Anleihen weisen nach dem Hörensagen steuerliche Vorteile auf.

- a) Erläutern Sie diesen Steuervorteil am Beispiel einer fünfjährigen Nullkupon-Anleihe mit 10% Emissionsrendite unter der Annahme, dass der Emittent einem Spitzensteuersatz von 40% unterliegt und die Zinsen beim Anleger mit 25% besteuert werden.
- b) Welche Konditionen sind zu vereinbaren, wenn der »Steuervorteil« einerseits allein dem Anleger oder andererseits allein dem Emittenten zugutekommen soll?

Übertragen Sie die Ergebnisse der Teilaufgaben a) und b) in nachstehende Ergebnistabelle:

	Betrieblicher Emittent		Privater Anleger	
	Rendite vor Steuern (1)	Rendite nach Steuern (2)	Rendite vor Steuern (3)	Rendite nach Steuern (4)
a) Normalanleihe ( $i = 10\%$ )				
b1) Nullkupon-Anleihe (Vorteil beim Anleger)				
b2) Nullkupon-Anleihe (Vorteil beim Emittenten)				

- c) Das Zinsniveau fällt nach einem Jahr von 10% auf 7%. Wie erfolgt die Besteuerung im Falle eines Verkaufs beim Verkäufer im Veräußerungszeitpunkt  $t = 1$  und beim Käufer im Rückzahlungszeitpunkt ( $t = 5$ )? Unterstützen Sie Ihre Darstellung mit einer graphischen Veranschaulichung!



📍 (438) \*\* **Aufgabe 136** *Vorteilhaftigkeit von Finanzanlagen*



Nachstehend wird gezeigt, welche Auswirkung die Besteuerung auf alternative Finanzanlage hat, die im Fall ohne Steuern einen Kapitalwert von null aufweisen.

Nachstehend soll die Vorteilhaftigkeit alternativer Finanzanlagen untersucht werden. Dabei wird jeweils von einem Anlagebetrag i. H. v. 10 000 EUR ausgegangen, der über 6 Jahre angelegt wird. Der Kapitalmarktzins vor Steuern beträgt 6%. Der Steuersatz wird mit 25% angenommen.

- Ermitteln Sie den Kapitalwert nach Steuern einer festverzinslichen Finanzanlage, bei der die Zinsen jährlich nachschüssig ausbezahlt werden!
- Gehen Sie nun von einer Anlage aus, bei der der Nominalzins über die Laufzeit ansteigt (Bundesschatzbrief Typ A). Der Startzins beträgt  $i_0 = 5,3009\%$ . Die Steigerung beträgt 0,3%-Punkte jährlich.
- Berechnen Sie nun den Kapitalwert nach Steuern einer Kombizinsanleihe, bei der in den ersten drei Jahren keine Zinsen bezahlt werden. Ermitteln Sie zunächst die Verzinsung in den Jahren 4 bis 6 unter der Prämisse, dass der Kapitalwert vor Steuern der Kombizinsanleihe dem Kapitalwert vor Steuern der festverzinslichen Anlage aus Aufgabenteil a) entspricht!
- Ermitteln Sie jetzt den Kapitalwert nach Steuern eines Zerobonds, bei dem der Kapitalwert vor Steuern demjenigen der festverzinslichen Anlage aus Aufgabenteil a) entspricht!

📍 (439) \*\* **Aufgabe 137** *Altersvorsorge*




Die Aufgabe zeigt die Auswirkung der Besteuerung alternativer Finanzanlagen auf.

Sie erzielen in  $t = 1$  ein zusätzliches Bruttoeinkommen von 2 000 EUR. Ihr persönlicher Einkommensteuersatz beträgt gleichbleibend 25%. Aufgrund der aktuellen Diskussionen um die Rentenbesteuerung machen Sie sich Gedanken über Ihre Altersvorsorge und würden Ihr in  $t = 1$  erzielt zusätzliches Einkommen gerne zum Aufbau eines Kapitalstocks in 12 Jahren ( $t = 13$ ) verwenden. Folgende Anlagemöglichkeiten stehen Ihnen zur Auswahl:

- Eine Anleihe mit laufender Zinszahlung von 6% Zinsen. Die Zinsen werden wieder verzinslich angelegt.
  - Ein Zerobond mit 12-jähriger Laufzeit und einer Emissionsrendite von 6%.
  - Eine Kapitallebensversicherung, deren Zinsen steuerfrei bleiben. Die garantierte Verzinsung beträgt 6%. Ihr Sonderausgabenabzug ist bereits ausgeschöpft.
  - Eine Kapitallebensversicherung, deren Zinsen nur hälftig steuerfrei bleiben. Die garantierte Verzinsung beträgt 6%. Die Zinsbesteuerung erfolgt dabei am Ende der Laufzeit.
  - Die Anlage in einer neuen grundsätzlich nachgelagert besteuerten Anlageform zu 6%.
- a) Welche Anlageform wählen Sie unter der Zielsetzung eines möglichst hohen Kapitalstocks in  $t = 13$  nach Steuern?



- b) Veranschaulichen Sie Ihre Ausführungen an Hand einer schematischen Zeichnung.
- c) Angenommen in  $t=13$  beträgt Ihr persönlicher Einkommensteuersatz nur noch 20%. Würde sich Ihre Entscheidung bezüglich der Anlageform ändern und falls ja, welche Anlage würden Sie dann vorziehen?
- d) Wie würde sich das Ergebnis der Kapitallebensversicherung (Variante: steuerfreie Zinsen) verändern, wenn keine einmalige Prämienzahlung erfolgen würde, sondern die Prämienzahlung über 5 Jahre jeweils vorzuschüssig in gleich hohen Raten erfolgen würde (Zeitpunkte  $t=1$  bis  $t=5$ )? Freie Mittel können dabei jederzeit zu 5% (vor Steuern) angelegt werden. Es gelte wieder ein Steuersatz von 25%.

 (441) \*\* **Aufgabe 138** *Xaver Luck*




*Die Aufgabe zeigt die Auswirkung der Besteuerung auf verschiedene Anlageformen.*

Xaver Luck hat von seiner Großtante ein ansehnliches Kapitalvermögen geerbt. Nun plagen ihn Anlagesorgen. Nach sorgfältiger Prüfung zahlreicher Angebote zieht er folgende Geldanlagen in Betracht:

- a) Eine Kapitallebensversicherung mit 12 Jahren Laufzeit und 5 Prämienzahlungen jeweils zu Beginn der ersten 5 Jahre. Die erste Prämienzahlung erfolgt zu Beginn von  $t=0$ . Die erwartete Ablaufrendite sei 4,78%. Der Ertrag aus der Lebensversicherung in  $t=12$  wird nur zur Hälfte besteuert.
- b) Eine Nullkupon-Anleihe mit 12 Jahren Laufzeit und einer Emissionsrendite von  $r=5,1\%$ .
- c) Eine Anleihe mit im Zeitablauf steigenden Zinsen, wobei die Anfangsverzinsung 3% beträgt und die jährliche Verzinsung ab dem 3. Jahr bis zum Ablauf im 12. Jahr jährlich um 0,5%-Punkte ansteigt.

Sein disponibler Anlagebetrag ist 1 000 EUR, freies Kapital kann jederzeit banküblich zu 4% angelegt werden. Der Steuersatz ist 25%.

Sind die Alternativen vergleichbar und was würden Sie Xaver Luck empfehlen?

 (443) \* **Aufgabe 139** *Effektivverzinsung*



*Das Beispiel zeigt, welchen Einfluss die unterjährige Verzinsung auf den Effektivzins und damit auf die Rangfolge von Krediten haben kann.*

Sie erhalten von Ihrer Hausbank zwei Angebote für endfällige Kredite:

1. Kredit I weist einen effektiven Jahreszins von 6% auf.
  2. Kredit II beinhaltet einen nominellen Zinssatz von 5,9%. Die Sollzinsen sind halbjährlich zu entrichten.
- a) Für welchen Kredit entscheiden Sie sich?
  - b) Was wäre, wenn die Zinsen bei Kredit II vierteljährlich zu entrichten sind?



📍 (443) \*\* **Aufgabe 140** Genau oder ungenau?



Bei Investitionsrechnungen wird grundsätzlich davon ausgegangen, dass alle unterjährig anfallenden Zahlungen nachschüssig am Ende eines jeden Jahres anfallen. Welche Auswirkung diese Annahme haben kann, zeigt das nachstehende Beispiel, bei dem es um die Investition in ein Mietobjekt geht. Bei Mietobjekten fallen die Zahlungen traditionell am Ende eines jeden Monats an.

Einem Privatinvestor bietet sich die Möglichkeit der Investition in eine Immobilie, die er an fremde Dritte vermieten möchte. Die monatlichen nachschüssigen Mietzahlungen werden mit 1 500 EUR angegeben. Der Planungshorizont beträgt 20 Jahre. Der Zinssatz vor Steuern wird mit 5% angenommen.

- Angenommen, der Investor rechnet auf Basis nachschüssiger Jahresmieten. Kauft er die Immobilie in einer Welt ohne Steuern, wenn der Verkäufer 225 000 EUR verlangt?
- Was wäre, wenn der Investor auf Basis monatlicher Mieten rechnet, die unterjährige Verzinsung also mitberücksichtigt?
- Angenommen der Verkäufer verlangt 230 000 EUR, wobei 90% des Kaufpreises auf das Gebäude entfallen. Weitere Kosten fallen nicht an. Das Objekt wird über 50 Jahre linear abgeschrieben. Berechnen Sie den Grenzpreis des Käufers, wenn der Steuersatz 50% beträgt und der Investor in  $t = 20$  die Immobilie zum Restbuchwert veräußert. Berücksichtigen Sie die unterjährige Verzinsung der Mietzahlungen und beachten Sie, dass die Steuerzahlungen *jährlich* nachschüssig anfallen.

📍 (444) \* **Aufgabe 141** Fremdfinanzierung



Das Beispiel zeigt, wie sich der Kapitalwert eines Annuitätendarlehens ermittelt und wie sich der Gesamtkapitalwert aus dem Kapitalwert der eigenfinanzierten Investition und dem Kapitalwert der Finanzierungsalternative ermittelt.

Einem Investor bietet sich die Möglichkeit der Investition in ein Projekt mit dem Zahlungsvektor (in TEUR)  $Z = (-900; 400; 370; 280)$ . Der Zinssatz beträgt 5%.

- Ermitteln Sie den Kapitalwert vor Steuern!
- Ermitteln Sie den Kapitalwert nach Steuern bei einem Steuersatz von 50%. Das Projekt wird linear abgeschrieben.
- Angenommen die Investition muss zu 100% fremdfinanziert werden. Es bietet sich ein Annuitätendarlehen mit einer Laufzeit von 3 Jahren und einem Sollzinssatz von 10%. Das Darlehen wird zu 100% ausbezahlt! Ermitteln Sie die jährliche Annuität und den Kapitalwert des Darlehens nach Steuern!
- Ausgehend von c): Ermitteln Sie den Kapitalwert nach Steuern des Gesamtprojekts bei Fremdfinanzierung.

📍 (446) \*\* **Aufgabe 142** Alternative Darlehensformen nach Steuern



Bei dieser Aufgabe sollen Sie die Auswirkungen der Besteuerung bei alternativen Darlehensformen berechnen.





Der Einzelunternehmer Bickens plant zum 1. 1. 2019 eine Maschine im Rahmen seines Gewerbebetriebs mit Sitz in Magdeburg zu erwerben. Die Maschine, deren betriebsgewöhnliche und optimale Nutzungsdauer 4 Jahre beträgt, führt zu folgenden Zahlungsüberschüssen vor Steuern, wobei die Zahlungen jeweils am 31. 12. jeden Jahres erfolgen (Werte in TEUR):

t	0	1	2	3	4
$Z_t$	-600	400	350	310	390

Bickens legt die Zahlungsüberschüsse aus seiner Einzelunternehmung privat am Kapitalmarkt an. Der Kalkulationszinssatz vor Steuern beträgt 10%. Das Investitionsobjekt wird linear abgeschrieben. Für zusätzlich erzielte Einkünfte soll ein Grenzsteuersatz von 50% unterstellt werden. Es wird ein sofortiger vollständiger Verlustausgleich unterstellt. Die Anschaffungskosten für die Maschine betragen 600 TEUR. Bickens verfügt über Eigenkapital in Höhe von 400 TEUR und muss 200 TEUR fremdfinanzieren (Nominalbetrag). Zur Finanzierung der Investition erhält er von fünf Banken folgende Darlehensangebote, bei denen Zins- und Tilgungszahlungen jeweils am Jahresende erfolgen:

- Darlehen mit linearem Tilgungsverlauf, Laufzeit 4 Jahre. Nominalzinssatz 12,125%, Auszahlung zu 100%.
- Darlehen mit linearem Tilgungsverlauf, Laufzeit 4 Jahre. Nominalzinssatz 10,0%, Auszahlung zu 95%. Das Disagio ist digital abzuschreiben. Gehen Sie davon aus, dass Bickens nominell 200 TEUR aufnimmt!
- Annuitätendarlehen, Laufzeit 4 Jahre, Nominalzinssatz 12,11%, Auszahlung zu 100%. Ermitteln Sie zunächst die Zins- und Tilgungszahlungen.
- Fälligkeitsdarlehen, Laufzeit 4 Jahre, Nominalzinssatz 11,5%, Auszahlung zu 100%.
- Fälligkeitsdarlehen, Laufzeit 4 Jahre, Nominalzinssatz 10,5%, Auszahlung zu 97%. Das Disagio wird linear abgeschrieben. Gehen Sie davon aus, dass Bickens nominell 200 TEUR aufnimmt!

Berechnen Sie die Kapitalwerte der Darlehen nach Ertragsteuern und geben Sie die Rangfolge der Finanzierungsalternativen an. Was raten Sie Bickens?

📍 (449) \*\* **Aufgabe 143** *Vorteilhaftigkeit von Finanzierungsalternativen*



*Aufgabe 143 beinhaltet eine Wiederholung der Inhalte von Aufgabe 142.*

Angenommen, eine Realinvestition liefert folgenden Zahlungsstrom (in TEUR):

t	0	1	2	3	4
$Z_t$	-300	80	90	95	110

Der Kapitalmarktzins beträgt  $i = 8\%$ . Der Grenzsteuersatz beträgt  $s = 40\%$ . Die Anschaffungsauszahlung wird linear abgeschrieben. Die Zahlungsüberschüsse nach Steuern werden jährlich am Jahresende entnommen.



- Ermitteln Sie das relative zusätzliche Konsumpotential bei Durchführung der Realinvestition in einer Welt ohne Steuern!
- Ermitteln Sie den Kapitalwert nach Steuern bei einfacher Gewinnsteuer!
- Nehmen Sie nun an, dass der Investor 50% der Anschaffungskosten fremdfinanzieren muss. Die Bank bietet ihm folgende Finanzierungsalternativen:
  - Fälligkeitsdarlehen mit  $\rho = 11\%$  und  $d = 0\%$ .
  - Tilgungsdarlehen mit konstanten jährlichen Raten,  $\rho = 12\%$  und  $d = 0\%$ .
  - Tilgungsdarlehen mit konstanten jährlichen Raten und  $\rho = 9\%$  sowie  $d = 6,25\%$ . Das Disagio wird linear abgeschrieben.
  - Annuitätendarlehen mit  $\rho = 9,76\%$  und  $d = 0\%$ .
 Ermitteln Sie die Rangfolge der Vorteilhaftigkeit der Finanzierungsalternativen nach Steuern. Welche Alternative wird der Investor wählen?
- Ausgehend von c): Was geschieht, wenn Zinserträge mit  $s = 25\%$  besteuert werden und die Rückflüsse aus der Realinvestition mit  $s = 40\%$ ?

📍 (452) \*\* **Aufgabe 144** *Disagio*



Im Fokus dieser Aufgabe steht die buchhalterische Behandlung des Disagios und die damit einhergehende Steuerwirkung der Aufwandsverrechnung. Die Aufgabenstellung ist angelehnt an Aufgabe 9.12 auf Seite 383 in Schanz/Schanz 2011.

Es sei ein Tilgungsdarlehen mit  $T = 4$  angenommen. Die Darlehenssumme beträgt 600 TEUR, das Disagio beträgt  $d = 5\%$ . Der Sollzins beträgt  $\rho = 8\%$ , der Habenzins ist  $i = 6\%$ . Der Grenzsteuersatz beträgt  $s = 30\%$ . Ermitteln Sie für das Darlehen den Kapitalwert

- vor Steuern!
- nach Steuern, wenn das Disagio linear abgeschrieben wird!
- nach Steuern bei Abschreibung des Disagios nach der Zinsstaffelmethode!
- nach Steuern bei Abschreibung des Disagios nach der exakten Methode!

📍 (455) \*\* **Aufgabe 145** *Immobilienfinanzierung*



Die Aufgabe bildet die Entscheidungssituation zwischen Kauf und Miete einer Immobilie unter Berücksichtigung der Besteuerung ab.

Ein Investor möchte Grundvermögen in Form eines Mietshauses erwerben. Die Nutzungsdauer beträgt 10 Jahre, die Anschaffungskosten betragen 500 TEUR, wobei 40% auf den Grund und Boden entfallen. Das Gebäude wird linear abgeschrieben. Die Mieten sind konstant und betragen jährlich nachschüssig 72 TEUR. In  $t = 10$  wird das Mietshaus für 40% der ursprünglichen Anschaffungskosten veräußert. Der Kapitalmarktzins beträgt 10%. Der Grenzsteuersatz beträgt  $s = 25\%$ . Der Investor muß 50% der Anschaffungskosten fremdfinanzieren. Seine Bank bietet ihm ein Fälligkeitsdarlehen mit einem Zinssatz von  $\rho = 11\%$  ohne Disagio mit einer Laufzeit von 10 Jahren an.

- Ermitteln Sie den Kapitalwert der Investition, wenn die Sollzinsen abzugsfähig sind!



- b) Nehmen Sie nun an, dass es sich bei dem Investor um einen Familienvater handelt, der mit seiner Familie in das Mietshaus einziehen möchte. Wenn er das Mietshaus nicht kaufen würde, hätte er jährliche Mietausgaben i. H. v. 72 TEUR. Sollzinsen sind nicht abzugsfähig. Wird der Familienvater das Gebäude erwerben?
- c) Ausgehend von a): Ermitteln Sie den Kapitalwert nach Steuern, wenn Sollzinsen lediglich zu 80% abzugsfähig sind!

📍 (456)\*\* **Aufgabe 146** Fremdfinanzierung



Bei dieser Aufgabe sollen Sie zeigen, dass Sie die Steuerwirkungen verschiedener Finanzierungsalternativen ermitteln und interpretieren können. Die Aufgabenstellung ist angelehnt an Aufgabe 9.13 auf Seite 383f in Schanz/Schanz 2011.

Eine Realinvestition verspricht folgenden Zahlungsstrom (Werte in TEUR):

$t$	0	1	2	3	4
$Z_t$	-320	80	90	95	120

Der Kapitalmarktzins beträgt  $i = 4\%$ , der Grenzsteuersatz beträgt  $s = 20\%$ . Es gilt:  $AfA_t = AfA = 80$  TEUR für  $t = 1, \dots, 4$ .

- a) Ermitteln Sie den Kapitalwert nach Steuern, wenn die Investition vollständig eigenfinanziert wird!
- b) Eine Finanzierungsrestriktion zwingt Sie, 90% der Anschaffungskosten mit Fremdmitteln zu finanzieren. Eine Bank bietet Ihnen zwei Möglichkeiten:
1. Fälligkeitsdarlehen mit  $\rho = 6,5\%$  und  $d = 0\%$ .
  2. Tilgungsdarlehen mit  $\rho = 7,9\%$ ,  $d = 0\%$ .

Im Fall 1.

- i) Ermitteln Sie den Kapitalwert nach Steuern des Fälligkeitsdarlehens!
- ii) Ermitteln Sie den Kapitalwert nach Steuern der Realinvestition und der Finanzierungsalternative unter Verwendung eines einzigen Finanzplans!
- iii) Ermitteln Sie das Endvermögen der Realinvestition und der Finanzierungsalternative in einem einzigen Finanzplan!

Im Fall 2.

- i) Ermitteln Sie den Kapitalwert nach Steuern für das Darlehen!
- ii) Was wäre, wenn der Sollzinssatz für kurzfristige Kredite (ein Jahr)  $\rho^{short} = 18\%$  beträgt?

📍 (460)\*\* **Aufgabe 147** Vorfälligkeitsentschädigung



Vorfälligkeitsentschädigungen werden fällig, wenn Kredite vorzeitig getilgt werden. Die Aufgabe bildet die Entscheidungssituation der vorzeitigen Rückzahlung ab. Die Aufgabenstellung ist angelehnt an Aufgabe 9.14 auf Seite 384 in Schanz/Schanz 2011.

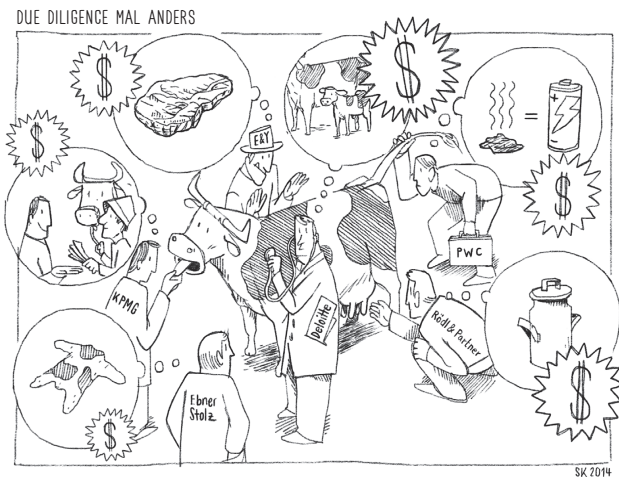


Manchmal möchten Investoren Verbindlichkeiten frühzeitig tilgen, z. B. um sich mit einem niedrigeren Sollzins zu refinanzieren. Angenommen eine Reinvestition führt zu folgenden Zahlungsüberschüssen vor Steuern (in TEUR):

$t$	0	1	2	3	4
$Z_t$	-200	90	68	55	50

Der Kapitalmarktzins beträgt  $i=6\%$ , der Grenzsteuersatz beträgt  $s=40\%$ . Zahlungsüberschüsse nach Steuern werden am Ende jeder Periode entnommen.

- a) Ermitteln Sie den Kapitalwert nach Steuern im Fall der vollständigen Eigenfinanzierung! Wird die Investition durchgeführt?
- b) Angenommen 60% der Anschaffungskosten müssen fremdfinanziert werden. Der Investor bekommt ein Angebot für ein Tilgungsdarlehen mit konstanten Tilgungsraten zu den folgenden Konditionen:  $\rho = 12\%$  und  $d = 0\%$ . Wird die Reinvestition immer noch durchgeführt?
- c) Der Investor möchte den Kredit vorzeitig tilgen. Die vorzeitige Tilgung kann entweder in Höhe von  $2 \times TIL_1$  in  $t=2$  oder in Höhe von  $2 \times TIL_1$  in  $t=3$  erfolgen. Die Bank ist bereit, unter den folgenden Bedingungen eine frühzeitige Tilgung zu akzeptieren: Bei vorzeitiger Tilgung in  $t=2$  beträgt die Vorfälligkeitsentschädigung 3,5 TEUR, bei vorzeitiger Tilgung in  $t=3$  beträgt die Vorfälligkeitsentschädigung 1,5 TEUR. Wird der Investor vorzeitig tilgen? Wenn ja, wann?



Quelle: Schanz, Sebastian/Koschmieder, Simon (2014): Humoristische Zeichnungen zum Betrieblichen Rechnungswesen, Selbstverlag, Bayreuth, ISBN 978-3-00-047631-0, Seite 29.



## 9 Standardmodell für Kapitalgesellschaften und Grenzpreisermittlung

🔔 (463) \*



### Aufgabe 148 Wahr oder falsch?

Dieser Aufgabentypus prüft im Antwort-Wahl-Verfahren, ob Sie die Grenzpreisbestimmung mit Steuern und das Standardmodell mit Ertragsteuern für Kapitalgesellschaften verstanden haben.

Sind die nachstehenden Aussagen wahr oder falsch?

Begründen Sie Ihre Antwort *kurz*!

	<i>wahr</i>	<i>falsch</i>
1. Bei Personenunternehmungen existieren Privatkonten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2. Bei Personengesellschaften ist die Entnahme an den handelsrechtlichen Gewinn gekoppelt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3. Die Selbstfinanzierung ist eine Form der Außenfinanzierung bzw. Beteiligungsfinanzierung.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4. Kreditfinanzierung und Beteiligungsfinanzierung gehören zur Außenfinanzierung.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5. Bei Kapitalgesellschaften werden Entnahmen über das Privatkonto verbucht.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6. Bei Kapitalgesellschaften findet die Besteuerung auf zwei Ebenen statt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
7. Aus juristischer Sicht liegt bei der Besteuerung von Kapitalgesellschaften keine Doppelbesteuerung vor.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
8. Aus ökonomischer Sicht liegt bei der Besteuerung von Kapitalgesellschaften eine Doppelbesteuerung vor.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
9. Sofern der interne und externe Zinsfuß nach Steuern bei Kapitalgesellschaften identisch ist, hat der Zeitpunkt der Ausschüttung keinen Einfluss auf den Kapitalwert.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
10. Auf dem vollkommenen Kapitalmarkt ohne Steuern hat die Art der Eigenfinanzierung bei Kapitalgesellschaften keine Auswirkungen auf den Kapitalwert.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
11. Auf einem vollkommenen Kapitalmarkt ohne Steuern hat der Zeitpunkt der Ausschüttung keinen Einfluss auf den Kapitalwert.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
12. Es ist vorteilhaft, die Kapitalgesellschaft als »Spardose« zu verwenden, wenn der Steuersatz auf Zinsen auf privater Ebene höher ist als die Steuerbelastung auf Ebene der Kapitalgesellschaft.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
13. Wird bei Investitionsrechnungen in Kapitalgesellschaften die Besteuerung auf privater Ebene vernachlässigt, wird implizit unterstellt, dass die Steuerbelastung auf privater Ebene null beträgt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



	<i>wahr</i>	<i>falsch</i>
14. Wird bei Investitionsrechnungen in Publikumskapitalgesellschaften die Besteuerung auf privater Ebene pauschal, z. B. mit 25%, angenommen, ist das aus Sicht der Investitionsrechnung besser, als die Besteuerung auf privater Ebene gänzlich zu vernachlässigen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
15. Dividendenzahlungen stellen auf Ebene der Kapitalgesellschaft keinen steuerlich abzugsfähigen Aufwand dar. Insofern entsteht kein »tax shield«.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
16. Zinszahlungen an Fremdkapitalgeber stellen auf Ebene der Kapitalgesellschaft steuerlich abzugsfähige Aufwendungen dar.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
17. Bei der Beteiligungsfinanzierung müssen für die Investition Rücklagen in ausreichender Höhe vorhanden sein.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>




(464) \*\* **Aufgabe 149** Maximale Ausschüttung und Entnahme



Bei der Durchführung von Investitionen in Kapitalgesellschaften greifen gesellschaftsrechtliche Regelungen, die den Zahlungsstrom von der Gesellschaft an die Anteilseigner regeln. Das nachstehende Beispiel zeigt, dass dies im Fall ohne Steuern keinen Einfluss auf den Kapitalwert hat. Im Fall nach Steuern wird gezeigt, inwieweit alternative Finanzierungsformen bei der Kapitalgesellschaft sich auf den Kapitalwert nach Steuern auswirken. Das vorliegende Beispiel verknüpft zudem das Themengebiet des externen Rechnungswesens mit seinen Modellen Bilanz und Gewinn- und Verlustrechnung mit dem Themengebiet der Investitionsrechnung.

Es bietet sich Ihnen eine Investitionsalternative mit dem Zahlungsvektor  $Z = (-1\ 000; 250; 300; 350; 400)$  an. Die Investition wird linear über 4 Jahre abgeschrieben. Der Kalkulationszinsfuß vor Steuern beträgt 10%.

- a) Ermitteln Sie in einer Welt ohne Steuern für den Fall der Investition im Rahmen einer Kapitalgesellschaft und Vernachlässigung von Kapitalherabsetzungen die Auskehrungen und den Kapitalwert bei
  - 1. Beteiligungsfinanzierung und Sofortausschüttung,
  - 2. Beteiligungsfinanzierung und Thesaurierung,
  - 3. Selbstfinanzierung und Sofortausschüttung und bei
  - 4. Selbstfinanzierung und Thesaurierung.
 Zeigen Sie Ihre Rechenwege ausführlich auf!
- b) Ermitteln Sie den Kapitalwert vor Steuern im Fall der Investition im Rechtskleid einer Personenunternehmung!
- c) Berechnen Sie jetzt für a) und b) die Kapitalwerte nach Steuern, wenn der Körperschaftsteuersatz 30% beträgt, Zinsen und Dividenden außerhalb des Unternehmens mit 25% besteuert werden und alle anderen Erträge mit 45% besteuert werden.

 (475) \*\* **Aufgabe 150** Grenzpreis des Käufers und Besteuerung




Bei dieser Aufgabe sollen Sie zeigen, dass Sie die Besteuerung in die Investitionsrechnung souverän integrieren können. Das Beispiel skizziert die Bewertung von Unternehmen anhand eines stark vereinfachten Beispiels.

Der Vorstand hat ein Angebot über den Erwerb des Unternehmens eines kleineren Konkurrenten vorliegen. Aus dem zu übernehmenden Unternehmen werden noch Rückflüsse für 4 Jahre erwartet:

$t$	0	1	2	3	4
Erwartete Rückflüsse		+50	+70	+80	+100

Am Ende des 4. Jahres wird außerdem erwartet, das Unternehmen zu 30 wieder weiter veräußern zu können. Weiterhin gelten folgende Bedingungen:

- Der Kalkulationszins (vor Steuern) beträgt 10%.
  - Ein möglicher Veräußerungsgewinn in  $t=4$  ist voll steuerpflichtig.
  - Der Vorstand rechnet mit einem Steuersatz von 40%.
  - Falls Verluste auftreten, können Sie von einem sofortigen und vollständigen Verlustausgleich ausgehen.
- a) Berechnen Sie das maximale Kaufangebot, das der Vorstand abgeben kann. Vernachlässigen Sie zunächst die Steuern.
  - b) Beziehen Sie jetzt die Besteuerung in Ihre Betrachtung mit ein. Gehen Sie davon aus, dass der gezahlte Kaufpreis linear über die Nutzungsdauer von 4 Jahren abgeschrieben werden kann. Berechnen Sie wieder den maximal möglichen Kaufpreis.
  - c) Wie verändert sich das mögliche Kaufangebot tendenziell, wenn
    - der Kaufpreis bereits in den ersten beiden Perioden voll abgeschrieben werden kann?
    - der mögliche Veräußerungsgewinn in  $t=4$  nur ermäßigt besteuert wird?
 Betrachten Sie die beiden Veränderungen getrennt voneinander. Eine Berechnung ist jeweils nicht erforderlich, lediglich eine kurze Begründung.

 (477) \*\* **Aufgabe 151** Ermittlung von Käufergrenzpreisen




Aufgabe 151 wiederholt die Inhalte von Aufgabe 150. Des Weiteren sollen Sie zeigen, dass Sie die Voraussetzung, bei der das Steuerparadoxon auftritt, konkret berechnen können.

Gegeben sei ein Unternehmen mit den nachstehenden künftigen Zahlungsüberschüssen:  $t=0$ : 0 EUR,  $t=1$ : 0 EUR,  $t=2$ : 30 EUR,  $t=3$ : 200 EUR. Nach  $t=3$  fallen keine Zahlungen mehr an. Der Kapitalmarktzins vor Steuern beträgt 10%, der Steuersatz beträgt 50%.

- a) Ermitteln Sie den Grenzpreis des Käufers vor Steuern!



- b) Ermitteln Sie den Grenzpreis des Käufers nach Steuern, wenn der Grenzpreis linear über drei Perioden abgeschrieben wird! Runden Sie Zwischenergebnisse kaufmännisch auf vier Nachkommastellen!
- c) Interpretieren Sie Ihre Ergebnisse aus a) und b)! Welches »Phänomen« liegt vor? Zeigen Sie anhand dieses konkreten Beispiels, dass dieses »Phänomen« unter den gegebenen Annahmen auftreten muss!

 (478) \*\* **Aufgabe 152** Grundlagen der Grenzpreisermittlung



Bei dieser Aufgabe sollen Sie zeigen, dass Sie die formalen Voraussetzungen der Grenzpreisermittlung für Personenunternehmen beherrschen und anwenden können.

- a) Erläutern Sie formal, warum der Firmenwert eine grenzpreisabhängige und gleichzeitig eine grenzpreisbeeinflussende Variable bei der Ermittlung des Grenzpreises für Personenunternehmen darstellt!
- b) Leiten Sie formal den Käufer- und Verkäufergrenzpreis im Fall  $GP^K > TW$  für ein Personenunternehmen im Fall konstanter Zahlungsüberschüsse her! Nehmen Sie dabei an, dass der Teilwert den Buchwert übersteigt. Nehmen Sie weiterhin an, dass die Buchwertaufstockung über  $T$  Perioden linear abgeschrieben wird und die jährlichen Investitionen den planmäßigen Abschreibungen der vorhandenen Wirtschaftsgüter entspricht.
- c) Ermitteln Sie für die folgenden Parameter den Grenzpreis des Käufers und des Verkäufers:  $Z = \text{const.} = 100 \text{ TEUR}$ ,  $TW = 750 \text{ TEUR}$ ,  $BW = 500 \text{ TEUR}$ ,  $s = 30\%$ ,  $i = 10\%$ ,  $T = 5 \text{ Jahre}$ ,  $T_F = 15 \text{ Jahre}$  und  $GP^K > TW$ . Kommt die Transaktion zustande? Begründen Sie Ihre Antwort!
- d) Zeigen Sie für konstante Zahlungsüberschüsse vor Steuern und ( $GP^V > BW$ ) formal, wie sich der Grenzpreis des Verkäufers bei steigendem Steuersatz entwickelt.

 (482) \*\* **Aufgabe 153** Grenzpreis im Fall  $TW = BW < GP$



Bei dieser Aufgabe sollen Sie für ein konkretes Beispiel den Käufer- und Verkäufergrenzpreis berechnen.

Ein Unternehmer  $V$  betreibt eine Einzelunternehmung. Da  $V$  bereits über 60 Jahre alt ist, überlegt er, die Unternehmung aus Altersgründen zu verkaufen. Als Interessent meldet sich  $K$ . Der Buchwert der Unternehmung beträgt 500 TEUR. In der Bilanz sind ausschließlich nicht abschreibungsfähige Aktiva verzeichnet, bei denen der Teilwert dem Buchwert entspricht, also keine stillen Reserven vorhanden sind. Die Unternehmung erwirtschaftet konstante jährliche Zahlungsüberschüsse in Höhe von 200 TEUR für alle Perioden ( $t = 1, \dots, \infty$ ).

- a) Leiten Sie die Formel für die Ermittlung der Grenzpreise sowohl aus Käufer- als auch aus Verkäufersicht her. Sowohl für  $V$  als auch für  $K$  ist davon auszugehen, dass die jeweiligen Grenzpreise den Buchwert der Unternehmung übersteigen.
- b) Ermitteln Sie beide Grenzpreise für die angegebenen Zahlenwerte und bestimmen Sie den Einigungskorridor von  $V$  und  $K$ . Sowohl die Einkünfte





von Vals auch die von Kunterliegen dem Einkommensteuersatz von  $s = 50\%$ . Zinsen werden mit  $s = 25\%$  besteuert. Der Bruttozinssatz beträgt  $i = 10\%$ .

- Stellen Sie zur Probe den unvollständigen Finanzplan aus Sicht des Käufers auf und bestimmen Sie den Grenzpreis.
- Wie ändert sich das Ergebnis aus b), wenn Veräußerungsgewinne, die beim Verkauf von Unternehmen anfallen, nur zur Hälfte besteuert werden?

 (484) \*\* **Aufgabe 154** Grenzpreis im Fall  $GP > TW$




Im Vergleich zur vorherigen Aufgabe soll nun der Grenzpreis bestimmt werden im Fall, dass der Grenzpreis den Teilwert übersteigt. In diesem Fall resultiert ein Firmenwert, dessen Auswirkung auf den Grenzpreis im Fokus der vorliegenden Aufgabe liegt.

Die junge Unternehmerin Silvia P. betreibt eine Einzelunternehmung. Nachdem sie innerhalb von nur acht Jahren ein erfolgreiches Geschäft aufgebaut hat, möchte sie ihre Unternehmung verkaufen und eine Weltreise unternehmen. Der Buchwert der Unternehmung beträgt 450 TEUR. Er entsteht ausschließlich durch Maschinen, bei denen jährlich Ersatzinvestitionen getätigt werden. Die Ersatzinvestitionen entsprechen genau den jährlichen Abschreibungen und sind bereits in den folgenden Zahlungsüberschüssen enthalten. Der aktuelle Maschinenbestand hat noch eine Restnutzungsdauer von 5 Jahren. Der Teilwert der Maschinen beträgt 750 TEUR. Die Unternehmung erwirtschaftet die folgenden jährlichen Zahlungsüberschüsse (in TEUR):

$t$	1	2	3	4	5	6
$Z_t$	250	250	50	200	100	150

Vom Jahr  $t = 7$  an geht Silvia davon aus, dass jährlich konstante Zahlungsüberschüsse in Höhe von 100 TEUR erzielt werden können ( $t = 7, \dots, \infty$ ).

- Leiten Sie die Formel für die Ermittlung der Grenzpreise sowohl aus Silvias Sicht als auch aus der Sicht einer potentiellen Käuferin Vera P. her. Sowohl für Silvia als auch für Vera ist davon auszugehen, dass die jeweiligen Grenzpreise den Buchwert der Unternehmung übersteigen.
- Ermitteln Sie beide Grenzpreise für die angegebenen Zahlenwerte und bestimmen Sie den Einigungskorridor von Silvia und Vera. Sowohl die Einkünfte von Silvia als auch die von Vera unterliegen dem Einkommensteuersatz von  $s = 50\%$ . Zinseinkünfte werden mit  $s = 25\%$  besteuert. Es kann ein sofortiger vollständiger Verlustausgleich angenommen werden. Der Bruttozinssatz beträgt  $i = 10\%$ .
- Stellen Sie zur Probe den unvollständigen Finanzplan für die Investition des Käufers und des Verkäufers auf. Kommt der Verkauf zustande? Begründen Sie Ihre Antwort!

 (486) \*\* **Aufgabe 155** Grenzpreis des Käufers und Verkäufers



Neben der ertragswertverfahrensbasierten Ermittlung des Käufer- und Verkäufergrenzpreises sollen die verwendeten Grenzpreisformeln formal hergeleitet werden.




Der 63-jährige Unternehmer Ubetreibt eine Einzelunternehmung, die er aus Altersgründen aufgeben möchte. Er hat im Unternehmen eine Produktionsanlage, die mit 300 TEUR in der Bilanz steht. Laut einem Gutachten könnte Udie Anlage einzeln zu 450 TEUR verkaufen. Ihre Restnutzungsdauer beträgt 6 Jahre. Die Unternehmung erwirtschaftet nachstehende, jährlich nachschüssig anfallende Zahlungsüberschüsse (in TEUR):

$t$	1	2	3	4	5	6
$Z_t$	100	125	65	185	100	90

Ab dem Jahr  $t=7$  bis zum Jahr  $t=12$  beträgt der Zahlungsüberschuss jeweils  $Z=50$ . Da die produzierten Güter langsam aus der Mode geraten, ist U sicher, dass die Unternehmung nach  $t=12$  keine Zahlungsüberschüsse mehr generiert.

- a) Leiten Sie die Formel für die Ermittlung der Grenzpreise sowohl aus Verkäufer- als auch aus Käufersicht her.
- b) Es ist davon auszugehen, dass die jeweiligen Grenzpreise den Buchwert der Unternehmung übersteigen. Ermitteln Sie beide Grenzpreise für die angegebenen Zahlenwerte und bestimmen Sie den Einigungskorridor von U und dem Käufer. Sowohl die Einkünfte von U als auch von dem Käufer unterliegen dem Einkommensteuersatz von  $s=50\%$ . Zinseinkünfte werden mit  $s=25\%$  besteuert. Es kann ein sofortiger vollständiger Verlustausgleich angenommen werden. Der Bruttozinssatz beträgt  $i=8\%$ .
- c) Stellen Sie zur Probe den vollständigen Finanzplan für die Investition des Käufers auf. Kommt der Verkauf zustande? Begründen Sie Ihre Antwort

 (488) \*\* **Aufgabe 156** Grenzpreisermittlung und Transaktionshemmnisse



*Der Fokus dieser Aufgabe liegt in der Berücksichtigung steuerlicher Regelungen, die die Hemmnisse bei der Unternehmenstransaktion verhindern sollen.*


John ist Rechtsanwalt und geht auf die 70 zu. John ist der Meinung genug gearbeitet zu haben und möchte seinen Lebensabend mit Reisen in die Karibik verbringen. Deshalb sucht er einen Käufer für seine Kanzlei. Da er als Rechtsanwalt nicht mit Zahlen umgehen kann, bittet er seinen Enkel Julian, für ihn, den Grenzpreis seiner Kanzlei zu bestimmen. Julian erhält für seine Dienstleistung kein Geld. Der Grenzsteuersatz von John beträgt  $s=35\%$ . Der Kapitalmarktzins beträgt  $8\%$ . Realinvestition und Finanzanlage werden jeweils mit  $s=35\%$  besteuert. Ersatzinvestitionen für die Büroausstattung (Computer, Schreibtische, Aktenschränke) entsprechen den jährlichen Abschreibungen. Der Buchwert der Kanzlei beträgt 800 TEUR. Der Teilwert beträgt 3 000 TEUR. Die aufgestockten Buchwerte werden über einen Zeitraum von 5 Jahren linear abgeschrieben. Da Julian sehr clever ist, erkennt er sofort, dass kein Firmenwert entsteht. Die künftigen Zahlungsüberschüsse (durch langfristige Verträge mit den Mandanten) betragen (in TEUR):



$t$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	...	$\infty$
$Z_t$	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	...	150


- Ermitteln Sie den Verkäufergrenzpreis von John!
- Ihr Freund Eddi interessiert sich für die Kanzlei und bittet Sie, seinen Käufergrenzpreis zu bestimmen. Der Grenzsteuersatz von Eddi beträgt ebenfalls 35%! Wie hoch ist die Buchwertaufstockung? Findet die Transaktion statt?
- Was geschieht, wenn Johns Grenzsteuersatz 25% c. p. wäre?
- Findet die Transaktion statt, wenn der Grenzsteuersatz von John 35% beträgt und der Steuersatz auf Veräußerungsgewinne 20% c. p. beträgt?
- Ausgehend von **b)**: Ermitteln Sie den maximalen Steuersatz auf Veräußerungsgewinne, sodass die Transaktion gerade noch stattfindet!
- Ausgehend von **b)**: Wie hoch müsste der Freibetrag auf Veräußerungsgewinne sein, damit die Transaktion gerade noch stattfindet?
- Ausgehend von **c)**: Wie hoch ist der maximale Betrag, den John seinem Enkel für die Ermittlung des Grenzpreises bezahlen könnte, damit er gerade noch bereit wäre, der Transaktion zuzustimmen?


 (492) \*\* **Aufgabe 157** Einfache Grenzpreisermittlung im Fall  $GP > TW$

 Die Aufgabe stellt eine vereinfachte Variante von Aufgabe 154 dar.

Georg besitzt eine kleine Einzelunternehmung im Rahmen derer er Metalle bearbeitet. Er besitzt lediglich eine CNC-Maschine. Da er künftig nicht mehr in der Branche arbeiten will, möchte er seinen Betrieb veräußern. Er bittet Sie um Rat bei der Ermittlung des Preises, den er mindestens verlangen sollte, um nicht schlechter gestellt zu sein als bei der Weiterführung des Unternehmens. Er erzählt Ihnen, dass die jährlichen Zahlungsüberschüsse 50 TEUR betragen und er sich sicher ist, dass die Höhe der Zahlungsüberschüsse bis in alle Unendlichkeit konstant bleibt. Sein Grenzsteuersatz beträgt 25%. Der Kapitalmarktzins beträgt 4%. Der Buchwert der Maschine beträgt 300 TEUR. Ein Gutachten über den Wert der Maschine besagt, dass er beim sofortigen Verkauf der Maschine nicht mehr als den Buchwert Erlösen könnte. Die Ersatzinvestitionen entsprechen den jährlichen Abschreibungen.

Ermitteln Sie den Grenzpreis für Georg und einen potenziellen Käufer, der den gleichen Grenzsteuersatz hat. Nehmen Sie an, dass der Grenzpreis den Teilwert übersteigt und der Firmenwert über 15 linear abgeschrieben wird.

 (494) \*\* **Aufgabe 158** Unbestimmte Lage des Grenzpreises

 In den vorigen Aufgaben wurde meist ein Hinweis auf die Lage des Grenzpreises gegeben. Je nachdem, ob der Grenzpreis über oder unter dem Teilwert liegt, sind andere formale Zusammenhänge zu berücksichtigen. Bei dieser Aufgabe ist die Lage des Grenzpreises nicht gegeben, so dass beide Varianten gerechnet werden müssen und auf Basis der Ergebnisse der korrekte Grenzpreis identifiziert werden muss.



Sophie ist als erfolgreiche Geschäftsfrau in der Energiebranche tätig. Ihr Anteil an der Personengesellschaft »Electricity 4-ever« beträgt 30%. Da sie mehr Zeit mit ihren Kindern verbringen möchte, ist sie auf der Suche nach jemandem, der ihren Anteil an der Personengesellschaft kauft. Die Bilanz der Gesellschaft weist einen Gesamtbuchwert von 600 TEUR aus. Der Gesamteilwert beträgt 1 000 TEUR. Ihr Grenzsteuersatz beträgt 40% und bleibt über die Zeit konstant. Der Kapitalmarktzins beträgt 6%. Da die Gesellschaft nur langfristige Verträge abgeschlossen hat, lassen sich die künftigen Zahlungsüberschüsse für die Perioden  $t = 1, \dots, \infty$  mit Sicherheit auf 100 TEUR bestimmen. Für Kapitalerträge gilt ebenfalls ein Grenzsteuersatz von 40%. Ersatzinvestitionen entsprechen den jährlichen Abschreibungen. Buchwertaufstockungen werden über 4 Jahre linear abgeschrieben. Der Firmenwert wird über 15 Jahre linear abgeschrieben.

- Ermitteln Sie Sophies Grenzpreis!
- Ermitteln Sie den Käufergrenzpreis, wenn
  - $GP^K < TW$ ,
  - $GP^K > TW$ .

Wie hoch ist der korrekte Käufergrenzpreis? Wird die Transaktion durchgeführt? Begründen Sie Ihre Antwort kurz!

- Ermitteln Sie den Käufergrenzpreis, wenn der Firmenwert über 6 Jahre linear abgeschrieben werden kann!

 (496) \*\* **Aufgabe 159** Grenzpreisermittlung für Helmut



*Aufgabe 159 stellt eine Erweiterung von Aufgabe 158 dar. Neben der Ermittlung der Grenzpreise ohne Kenntnis der Lage des Preises wird hier zusätzlich unterstellt, dass die Ersatzinvestitionen nicht der jährlichen Abschreibungen entsprechen.*

Helmut beendete sein Studium der Ingenieurwissenschaften Ende der 50er Jahre. Nach seinem Studium gründete er eine Einzelunternehmung, in der er Kopierer produziert. Da er der Meinung ist, genug gearbeitet zu haben, möchte er sein Unternehmen verkaufen. Die ursprünglichen Anschaffungskosten seiner Fertigungsstraße, die sein einziges Anlagevermögen darstellt, lagen bei umgerechnet 500 TEUR. Der derzeitige Buchwert beträgt 275 TEUR. Die derzeitige Produktionsstraße wurde vor 9 Jahren erworben. Die betriebsgewöhnliche Nutzungsdauer beträgt 20 Jahre. Helmut hat keine Verbindlichkeiten. Wenn er die Fertigungsanlage verkaufen würde, würde er 400 TEUR Erlösen. Sein Grenzsteuersatz beträgt 30%. Der Kapitalmarktzins beträgt 6%. Die künftigen Zahlungsüberschüsse gibt Helmut mit 75 TEUR für  $t = 1, \dots, \infty$  an.

- Ermitteln Sie den Grenzpreis für Helmut!
- Angenommen Helmut findet in Chris einen passenden Käufer. Chris Grenzsteuersatz beträgt 30%, Buchwertaufstockungen werden über 5 Jahre linear abgeschrieben. Der Firmenwert wird über 15 Jahre linear abgeschrieben. Ermitteln Sie den Grenzpreis für Chris!



(497) \* **Aufgabe 160** Grenzpreisermittlung mal einfach



*Aufgabe 160 stellt eine vereinfachte Variante von Aufgabe 154 dar. Neben konstanten Zahlungsüberschüssen, entsprechen die Ersatzinvestitionen den jährlichen Abschreibungen und die Lage des Grenzpreises ist bekannt.*

Nach ihrem Studium der Wirtschaftswissenschaften in Österreich und Italien hatte es Hillary satt, in ihrem Heimatland USA schlechten Filterkaffee zu trinken. Aus diesem Grund eröffnete Sie ein paar Coffee Shops im Rahmen einer Einzelunternehmung, in denen sie österreichische und italienische Kaffeespezialitäten anbietet.

Hillary denkt darüber nach, ihre Coffee Shops zu verkaufen, und sucht nach einem geeigneten Investor. Der Buchwert ihres Unternehmens beträgt 150 TEUR. Wenn Hillary ihre Wirtschaftsgüter einzeln veräußern würde, würde sie 200 TEUR Erlösen können. Die Ersatzinvestitionen entsprechen den jährlichen Abschreibungen. Buchwertaufstockungen werden über 5 Jahre abgeschrieben. Sowohl Hillary als auch der potenzielle Käufer und Kaffeespezialist Harald schätzen die künftigen jährlichen Zahlungsüberschüsse auf 50 TEUR für  $t = 1, \dots, \infty$ . Gehen Sie davon aus, dass der Käufergrenzpreis den Teilwert übersteigt.

Ermitteln Sie Haralds Grenzpreis wenn sein Grenzsteuersatz 50% beträgt. Zinserträge werden mit 25% besteuert. Der Kapitalmarktzins beträgt  $i = 6\%$ . Nehmen Sie einen sofortigen vollständigen Verlustausgleich an!



## 10 Wachstum, Inflation, optimale Nutzungsdauer und Ersatzzeitpunkt

📍 (498) \*



### Aufgabe 161 Wahr oder falsch?

Dieser Aufgabentypus prüft im Antwort-Wahl-Verfahren, ob Sie die grundlegenden Auswirkungen von Preissteigerungen bzw. Wachstum in der Investitionsrechnung verstanden haben.

Sind die nachstehenden Aussagen wahr oder falsch?

Begründen Sie Ihre Antwort *kurz*!

	<i>wahr</i>	<i>falsch</i>
1. Unter Inflation versteht man den »Prozess anhaltender Preisniveausenkungen bzw. anhaltender Geldwertsteigerung«.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2. Der Nominalzins liegt im Fall von Inflation unter dem Realzins.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3. Bei realer Rechnung sind die kaufkraftbereinigten Zahlungen dem realen Kapitalzins gegenüberzustellen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4. Das Maßgeblichkeitsprinzip ist Grund für die inflatorische Lücke, da durch die Maßgeblichkeit die Prinzipien des Handelsrechts (wie etwa die Abschreibung von den historischen Anschaffungskosten) auf die steuerliche Gewinnermittlung übergehen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5. Scheingewinne entstehen dann, wenn Erträge zeitlich vor der Einzahlung liegen, da dann Steuern auf Beträge zu zahlen sind, die noch gar nicht eingegangen sind.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6. Die Inflatorische Lücke entsteht durch eine zu hohe Besteuerung. Durch die Besteuerung von Scheingewinnen wird die Substanz geschmälert.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
7. Durch den Abzug der Wiederbeschaffungskosten anstatt der historischen Anschaffungskosten kann das Auftreten der inflatorischen Lücke verhindert werden.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
8. Bei vollständiger Überwälzung der Inflation auf den Zinssatz erfolgt bei der zinsbereinigten Einkommensteuer eine automatische Inflationskorrektur.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
9. Bei unveränderter Inflationsrate bleibt die Finanzierungslücke konstant hoch.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
10. Nicht-monetäre Zielgrößen werden explizit in den gängigen Investitionsrechenverfahren implementiert.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
11. Die Anwendung der klassischen Verfahren zur Investitionsrechnung setzt die Quantifizierbarkeit aller rechen-technischen Eingangsgrößen voraus.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
12. Das Ziel unikriterieller Entscheidungsverfahren besteht in der Bestimmung der optimalen Alternative.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



- |   | <i>wahr</i>              | <i>falsch</i>            |
|---|--------------------------|--------------------------|
| 13. Die Nutzwertanalyse gehört zu den eindimensionalen (unikriteriellen) Entscheidungsverfahren.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 14. Ein wesentliches Problem der Nutzwertanalyse ist deren Schein-Genauigkeit bzw. deren Schein-Objektivität.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 15. Unikriterielle Entscheidungsverfahren liegen nur eindimensionale Zielgrößen zugrunde.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 16. Bei der Kapitalwertmethode handelt es sich um ein multikriterielles Entscheidungsverfahren.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 17. Bei multikriteriellen Entscheidungsverfahren liegen mindestens zweidimensionale Zielgrößen zugrunde.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 18. Entscheidungstechnologische Ansätze gehören zu den multikriteriellen Entscheidungsverfahren.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 19. Die Amortisationsrechnung gehört zu den multikriteriellen Entscheidungsverfahren.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 20. Die Nutzwertanalyse hat die Auswahl der optimalen Alternative zum Ziel.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 21. Multiobjektive Entscheidungsverfahren haben die Berechnung der optimalen Alternative zum Ziel.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 22. Gehen nicht-monetäre Zielgrößen nicht explizit in die Berechnung ein, so wird damit implizit ihre Irrelevanz gefolgert.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 23. Die Transformation nicht-monetärer Zielgrößen in monetäre Größen ist empfehlenswert, da Objektivität gewährleistet ist.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 24. Wirtschaftlich wird die Nutzungsdauer durch die Erschöpfung des Nutzungspotentials limitiert.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 25. Bei einer zeitlich begrenzten Betriebserlaubnis wird die Nutzungsdauer vertraglich begrenzt.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 26. Rechtlich differenziert man zwischen der vertraglich und der wirtschaftlich begrenzten Nutzungsdauer.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 27. Wirtschaftlich ist die optimale Nutzungsdauer durch den Zeitpunkt festgelegt, ab dem ein Weiterführen der Investition zu einer Verschlechterung der bestehenden Vermögensposition des Investors führen würde. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 28. Unabhängig von der Struktur der Rückflüsse führt ein negativer Kapitalwertzuwachs zur Beendigung der Investition.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 29. Die Bestimmung der optimalen Nutzungsdauer anhand des Kapitalwertkriteriums und anhand der zeitlichen Grenznettozahlungen (zeitliche Grenzgewinne) führt zu äquivalenten Ergebnissen.                         | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 30. Es existieren Investitionsobjekte, deren Nutzungsdauer aus technischer Sicht unendlich ist.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |




	<i>wahr</i>	<i>falsch</i>
31. Eine Investition ist dann zu beenden, wenn erstmals ein negativer zeitlicher Grenzgewinn auftritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
32. Eine Randlösung bei der Bestimmung der optimalen Nutzungsdauer bedeutet, dass die Investition entweder gar nicht durchgeführt werden sollte oder die optimale Nutzungsdauer an der technischen/rechtlichen/wirtschaftlichen Kapazitätsgrenze liegt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
33. Lokales Optimum bedeutet, dass die Kapitalwertfunktion innerhalb des Lösungsbereichs kurzfristig maximal ist, aber zu einem anderen Zeitpunkt (z. B. am Ende der maximalen Nutzungsdauer) höher ist.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
34. Die optimale Nutzungsdauer kann davon abhängig sein, ob die Investition ersetzt werden soll oder nicht.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
35. Eine Altanlage ist durch den Nachfolger zu ersetzen, wenn bei Fortführung der Altanlage der zusätzliche Kapitalwert der Altanlage geringer wäre als der Kapitalwertverlust des Nachfolgers infolge der zeitlichen Verschiebung der Ersatzinvestition.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
36. Ex-ante Problem bedeutet, dass die Entscheidung über die Altanlage schon gefällt wurde, und jetzt entschieden werden muss, wann die Altanlage durch die neue Anlage zu ersetzen ist.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
37. Ex-post Problem bedeutet, dass im Entscheidungszeitpunkt zunächst die optimale Nutzungsdauer der Ersatzinvestition bestimmt werden muss und im Anschluss die optimale Nutzungsdauer der Altanlage bestimmt wird.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
38. Zum Verhältnis von optimaler Nutzungsdauer mit und ohne Nachfolger ist festzuhalten, dass die optimale Nutzungsdauer einer Anlage ohne Nachfolger im Regelfall größer ist als die optimale Nutzungsdauer einer Anlage mit (vorteilhaftem) Nachfolger.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
39. Stille Reserven resultieren aus dem Anschaffungskostenprinzip wonach die Bewertungsuntergrenze des Vermögens die historischen Anschaffungskosten darstellen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
40. Stille Reserven bestehen dann nicht, wenn der Buchwert dem Marktwert entspricht.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
41. Aus steuerlicher Sicht ist die Liquidation bzw. Veräußerung des Investitionsobjekts irrelevant.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
42. Liegt der Restbuchwert unter dem Liquidationserlös, resultiert ein Veräußerungsverlust.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
43. Die optimale Nutzungsdauer einer Anlage ist in dem Zeitpunkt erreicht, ab dem der zeitliche Grenzgewinn letztmalig positiv ist.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>





- |   | <i>wahr</i>              | <i>falsch</i>            |
|---|--------------------------|--------------------------|
| 44. Stille Reserven werden auf der Passivseite der Bilanz unter der Position »Gewinnrücklagen« ausgewiesen.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 45. Der zeitliche Grenzgewinn nach Steuern kann größer sein als der zeitliche Grenzgewinn vor Steuern.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 46. Wenn der Resterlös größer ist als der Buchwert, führt der »Lock-in-Effekt« der Besteuerung tendenziell zur Verlängerung der Nutzungsdauer.          | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 47. Ohne die Existenz von stillen Reserven hat die Besteuerung keinen Einfluss auf die optimale Nutzungsdauer.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 48. Stille Reserven entstehen durch das Realisationsprinzip bzw. Niederstwertprinzip.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 49. Bei der Veräußerung einzelner Wirtschaftsgüter, bei Tauschgeschäften oder bei der Betriebsaufgabe werden typischerweise stille Reserven aufgedeckt. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |


 (500) \* **Aufgabe 162** *Nominalzins und Realzins*



Die Aufgabe zeigt den Zusammenhang zwischen realem und nominellem Zinssatz.

Der reale Zinssatz beträgt  $i_{\text{nom}} = 8\%$ . Die Inflationsrate beträgt  $\rho = 3\%$ .

- Unter welcher Voraussetzung lässt sich aus den gegebenen Parametern der reale Zinssatz ermitteln?
- Ermitteln Sie den realen Zinssatz!


 (501) \*\* **Aufgabe 163** *Investitionsrechnung mit Inflation*



Die Aufgabe zeigt, dass Nominal- und Realrechnung zum selben Ergebnis führen, wenn die Inflationsrate voll auf die Zinsen überwälzt wird.

Gegeben sei der Zahlungsvektor  $Z = (-500; 200; 300; 400)$ . Der Kalkulationszinsfuß betrage  $i_{\text{real}} = 10\%$ . Zudem beträgt die Inflationsrate über den Planungszeitraum konstant  $\rho = 5\%$ . Ermitteln Sie den Kapitalwert vor Steuern auf Basis

- einer Nominalrechnung bzw.
- einer Realrechnung!

 (501) \*\* **Aufgabe 164** *Kalte Progression*



Die »kalte Progression« ist eine Folge der Inflation bei progressiven Steuertarifen. Die Aufgabe zeigt die Auswirkung der kalten Progression anhand eines konkreten Beispiels, bei dem ein Konsument zu zwei unterschiedlichen Zeitpunkten einen gegebenen Warenkorb konsumieren möchte und die Verteuerung des Warenkorbs mit der Erhöhung des Bruttogehalts einhergeht.



Der Steuerpflichtige Karl Otto (O) hat im Jahr 1 ein zahlungsgleiches jährliches Einkommen von 30 000 EUR. Da er das Leben in vollen Zügen genießt, verkonsumiert er das gesamte Einkommen nach Steuern.

- a) Ermitteln Sie das Einkommen nach Steuern, wenn der Steuertarif mit  $E = \text{Einkommen}$  als

$$S = \left( 300 \times \frac{E - 15\,000}{10\,000} + 3\,000 \right) \times \frac{E - 15\,000}{10\,000} + 1\,000 \quad (1)$$

definiert ist.

- b) Ermitteln Sie den Betrag, den O für den Konsum in Jahr 2 benötigt, wenn das Nettoeinkommen aus Aufgabenteil a) den Warenkorb darstellt und die Inflationsrate 5% beträgt.
- c) Angenommen O erhält ausgehend von seinem Einkommen in Jahr 1 eine Gehaltssteigerung in Höhe der Inflationsrate von 5%. Sofern der Steuertarif aus Gleichung (1) auch in Jahr 2 gilt, kann sich O den inflationsangepassten Warenkorb aus Jahr 1 im Jahr 2 noch leisten?

📍 (502) \*\* **Aufgabe 165** *Inflatorische Lücke*



Das Beispiel zeigt, welche Probleme durch die Inflation bei der klassischen Gewinnermittlung und dessen Besteuerung auftreten. Zudem wird gezeigt, welche Methode existieren, um diese Probleme zu vermeiden.

Angenommen ein Zimmermann kauft mit eigenen Mitteln Holz in  $t = 1$  für 1 500 EUR, das er für einen Dachstuhl benötigt, der in  $t = 2$  von ihm gebaut wird. Für den Bau des Dachstuhls in  $t = 2$  bekommt der Zimmermann 1 700 EUR, die in  $t = 2$  in bar an ihn ausgezahlt werden. Dieses Szenario wiederholt sich zweimal. Unter Berücksichtigung der Inflation führt dies zu folgenden Werten:

$t$	0	1	2	3
$\rho_t$		10%	20%	5%
$AZ_t$	-1 500	-1 650	-1 980	
$EZ_t$		1 700	2 040	2 142

- a) Ermitteln Sie den buchhalterischen Gewinn, den Substanzgewinn und den Scheingewinn in jeder Periode!
- b) Kann sich der Zimmermann bei einem Steuersatz von 50% auf den buchhalterischen Gewinn die Auszahlungen in  $t = 1$  und  $t = 2$  leisten?
- c) Ermitteln Sie die Nettozahlungen in jeder Periode in dem Fall, dass anstatt der historischen Anschaffungskosten die Wiederbeschaffungskosten zum Abzug gebracht werden dürfen! Interpretieren Sie das Ergebnis!
- d) Ermitteln Sie nun die Nettozahlungen in jeder Periode, wenn zusätzlich zu den historischen Anschaffungskosten kalkulatorische Kosten auf die Kapitalbindung zum Abzug gebracht werden dürfen. Der reale Kapitalmarktzins betrage  $i_{real} = 0\%$ .
- e) Ermitteln Sie jetzt die Steuersätze, die alternativ gelten müssten, damit dasselbe Ergebnis wie unter c) bzw. d) erreicht wird!



- f) Der Kalkulationszinsfuß betrage  $i_{real} = 0\%$ . Ermitteln Sie den Kapitalwert vor Steuern auf Basis einer Nominalrechnung bzw. einer Realrechnung bei vollkommener Inflationsüberwälzung!
- g) Ermitteln Sie im Fall von b) den Kapitalwert nach Steuern bei einem Kalkulationszinsfuß von  $i_{real} = 0\%$  bei vollkommener Inflationsüberwälzung und Nominalrechnung.
- h) Ermitteln Sie im Fall von d) den Kapitalwert nach Steuern bei einem Kalkulationszinsfuß von  $i_{real} = 0\%$  bei vollkommener Inflationsüberwälzung und Nominalrechnung.

📍 (506) \* **Aufgabe 166** Immobilienfinanzierung



Die Aufgabe beschreibt das Verhältnis von Eigen- und Fremdfinanzierung in den Fällen mit und ohne Steuern.

Ruland Wasteh (W) hat von seiner Erbtante reichlich geerbt. Sein liquides Vermögen für Investitionen beträgt 1 Mio EUR. Zufällig bietet sich ihm eine Kapitalanlage in Form einer exklusiven Immobilie am »Grünen Hügel« in Bayreuth mit Blick auf das Festspielhaus. Der Preis für die Immobilie beträgt inklusive aller Nebenkosten 1 Mio EUR. Der Kapitalmarktzins beträgt 8% vor Steuern. Fremdmittel kann W bei seiner Hausbank für 10% aufnehmen.

- a) Wie wird W die Immobilie in einer Welt ohne Steuern im Fall eines unbeschränkten Kapitalmarkts finanzieren? Begründen Sie Ihre Antwort!
- b) Angenommen der Steuersatz auf Habenzinsen beträgt 25% und der Steuersatz auf alle sonstigen Einkünfte beträgt 45%, wobei die Sollzinsen als Werbungskosten abzugsfähig sind. Wie wird W seine Immobilie jetzt finanzieren? Begründen Sie Ihre Antwort ausführlich.
- c) Ermitteln Sie ausgehend von b) den kritischen Sollzinssatz, ab dem W indifferent zwischen Eigen- und Fremdfinanzierung ist!

📍 (507) \*\* **Aufgabe 167** Fremdfinanzierung und Inflation



Die Aufgabe zeigt die Auswirkungen des Niveaus der Annuität auf und unterstreicht den nominellen Charakter der Fremdfinanzierung. Das bedeutet, dass im Fall der Inflation der Tilgungsbetrag gleich bleibt, während z. B. das Einkommen steigt.

Der Familienvater Gustav Sorglos (S) möchte sich den Traum eines Eigenheims verwirklichen. Konkret bietet sich ihm die Möglichkeit der Investition in eine Immobilie, die Anschaffungskosten von 300 000 EUR verursacht. Da er über keine Eigenmittel verfügt, muss S die gesamten Anschaffungskosten fremdfinanzieren. Eine berühmte deutsche Großbank bietet ihm ein Annuitätendarlehen mit einer Laufzeit von 20 Jahren und einem Zinssatz von 7,75469% an.

- a) Ermitteln Sie die jährliche nachschüssige Annuität! Wie hoch ist in diesem Fall die verbleibende Schuld am Ende von  $t = 20$ ?
- b) Leider kann sich S die unter a) ermittelte Annuität nicht leisten. Die maximale jährliche Annuität, die er zahlen kann, beträgt 23 500 EUR. Wie hoch ist die verbleibende Schuld am Ende von  $t = 20$ ?



c) Welche Laufzeit msste der Kredit haben, damit er bei einer Annuität von 23 500 EUR vollständig zurückgezahlt werden kann? Diskutieren Sie, unter welchen Umständen Sden Kredit schneller zurückzahlen könnte.

📍 (508) \* **Aufgabe 168** *Wachsende Mieterträge*



Die Aufgabe zeigt, welche Auswirkungen wachsende Mieterträge auf den Kapitalwert haben können.

Einem Investor bietet sich die Möglichkeit einer Investition in eine Immobilie. Die Anschaffungskosten betragen  $a_0 = 100\,000$  EUR. Die Mietzahlungen im Zeitpunkt  $t = 1$  betragen 9 000 EUR, fallen nachschüssig an und steigen ab  $t = 2$  planmäßig mit  $w = 5\%$  pro Periode. Der Kalkulationszinsfuß beträgt  $i = 10\%$ . Der Planungshorizont beträgt  $n = 10$  Perioden.

- a) Ermitteln Sie den Barwert der Mietzahlungen.
- b) Lohnt sich die Investition, wenn der Investor das Objekt in  $t = 10$  für 100 000 EUR veräußert?
- c) Ermitteln Sie ausgehend von b) den Kapitalwert der Investition für den Fall  $w = 10\%$ !

📍 (508) \* **Aufgabe 169** *Bestimmung der optimalen Nutzungsdauer*



Bei dieser Aufgabe sollen Sie zeigen, dass Sie das Entscheidungskriterium zur Ermittlung der optimalen Nutzungsdauer konkret berechnen können.

Gegeben seien die drei nachstehenden Investitionsprojekte mit entsprechenden Zahlungsüberschüssen  $z_t$  und Resterlösen  $RE_t$ .

$t$	0	1	2	3	4	5
<i>Investition A</i>						
$z_t$	-100	50	40	30	20	10
$RE_t$	100	80	60	40	20	0
<i>Investition B</i>						
$z_t$	-100	10	20	30	40	50
$RE_t$	100	80	60	40	20	0
<i>Investition C</i>						
$z_t$	-100	40	50	10	30	30
$RE_t$	100	80	60	40	20	0

Der Kalkulationszinsfuß beträgt  $i = 10\%$ . Ermitteln Sie für jede Investition

- a) die zeitlichen Grenzgewinne,
- b) den Grenzkapitalwert,
- c) die Kapitalwerte für  $n^* = 0$  bis  $n^* = n$  sowie
- d) die optimale Nutzungsdauer.

Welcher Typus von Investition liegt jeweils vor?



📍 (511) \*\* **Aufgabe 170** *Optinutz-GmbH*



Auch wenn eine Investition nicht durch eine Anschlussinvestition ersetzt wird, muss die optimale Nutzungsdauer der Investition bestimmt werden. Bei der vorliegenden Aufgabe sollen Sie zeigen, dass Sie die optimale Nutzungsdauer im Fall ohne Anschlussinvestition sowie im Fall unendlich vieler identischer Anschlussinvestitionen ermitteln können.

Der Geschäftsführer der Optinutz-GmbH hat zwei Investitionsmöglichkeiten (A und B) zu beurteilen, für die aufgrund sorgfältiger Planungen nachfolgende Anschaffungsauszahlungen und Zahlungsüberschüsse geschätzt wurden; bekannt sind auch die in den verschiedenen Perioden möglichen Restverkaufserlöse.

$t$		0	1	2	3	4	5	6
A	$a_0$	-1 000						
	$Z_t$		+500	+350	+250	+100	+50	
	$RE_t$		+600	+400	+200	+100	+50	
B	$a_0$	-1 000						
	$Z_t$		+400	+350	+300	+200	+100	+80
	$RE_t$		+750	+550	+400	+250	+150	+80

Die GmbH verfügt über ausreichende finanzielle Mittel. Der Kalkulationszinssatz beträgt  $i = 10\%$ .

- Sind die Investitionsprojekte (bei maximaler Nutzungsdauer) vorteilhaft?
- Wie lange sollten die Projekte jeweils durchgeführt werden, wenn nur eine einmalige Investition geplant ist?
- Ermitteln Sie den optimalen Ersatzzeitpunkt, wenn die Investitionen zeitlich nacheinander beliebig oft durchgeführt werden können. Unterstellen Sie dabei jeweils die unter **b)** ermittelten optimalen Nutzungsdauern der Ersatzinvestitionen.

📍 (513) \*\* **Aufgabe 171** *Optimale Nutzungsdauer und optimaler Ersatzzeitpunkt*



Die Aufgabe soll zeigen, dass die optimalen Nutzungsdauern in den Fällen mit und ohne Ersatzinvestition unterschiedlich sein können.

Einem Investor bietet sich eine Investitionsalternative mit nachstehenden Anschaffungskosten ( $a_0$ ), periodischen Zahlungsüberschüssen ( $Z_t$ ) sowie den Resterlösen ( $RE_t$ ) in den jeweiligen Perioden:


$t$		0	1	2	3	4
$a_0$		-100				
$Z_t$			60	35	20	10
$RE_t$		100	90	70	60	50

Der Kapitalmarktzins vor Steuern beträgt  $10\%$ .

- Ermitteln Sie den Kapitalwert bei maximaler Nutzungsdauer!



- b) Ermitteln Sie den Kapitalwert bei optimaler Nutzungsdauer!
- c) Ermitteln Sie den optimalen Ersatzzeitpunkt, wenn die Investition einmal identisch ersetzt wird!
- d) Ermitteln Sie den optimalen Ersatzzeitpunkt, wenn die Investition beliebig oft hintereinander durchgeführt werden kann! Unterstellen Sie dabei eine optimale Nutzungsdauer der Ersatzinvestition von drei Perioden!

 (515) \*\* **Aufgabe 172** *Optimaler Ersatzzeitpunkt mit Steuern*



Bei dieser Aufgabe sollen Sie die optimale Nutzungsdauer mit und ohne Besteuerung berechnen und die Unterschiede interpretieren.

Um bei auswärtigen Terminen einen bleibenden Eindruck zu hinterlassen, hat sich der pfiffige Unternehmer Udo einen nagelneuen Pkw für 30 TEUR angeschafft. Hierdurch spart sich Udo die teuren Fahrten mit dem Zug. Die jährlichen Kosteneinsparungen seien mit  $KE_t$  beschrieben. Außerdem hat Udo die Möglichkeit, den Pkw nach jeder Periode zum Restverkaufserlös  $RE_t$  zu veräußern. Die Nutzungsdauer des Pkw wird voraussichtlich fünf Jahre betragen. Der Buchwert in jeder Periode beträgt  $BW_t$ . Zusammenfassend lässt sich die Situation wie folgt darstellen (Werte in TEUR):

t	0	1	2	3	4	5
$a_0$	-30					
$KE_t$		10	9	5,8	4,9	4,2
$RE_t$	30	25	19	15	10	0
$BW_t$		20	16	12	6	0

Der Kalkulationszinssatz beträgt 10%.

- a) Sollte der Pkw angeschafft werden, wenn er über die gesamte Nutzungsdauer benutzt wird?
- b) Wie lange sollte der Pkw aus finanzwirtschaftlicher Sichtweise genutzt werden? Wie hoch sind jeweils Grenzgewinn, Grenzkapitalwert und der Kapitalwert in der letzten vorteilhaften Periode?
- c) Nun befindet sich Udo im Zeitpunkt 31. 12. 2 und er überlegt, den Pkw zu veräußern. Außerdem sind nun Steuern i. H. v. 50% bei einem einfachen Gewinnsteuersystem zu berücksichtigen. Soll Udo den Pkw am 31. 12. 2 veräußern?
- d) Vergleichen Sie Ihre Ergebnisse aus b) und c). Wie erklären Sie sich die Unterschiede?



## 11 Optimales Investitionsprogramm

📍 (517)\* **Aufgabe 173** Wahr oder falsch?



Dieser Aufgabentypus prüft im Antwort-Wahl-Verfahren die Grundlagen des optimalen Investitionsprogramms auf vollkommenen Kapitalmärkten.

Sind die nachstehenden Aussagen wahr oder falsch?

Begründen Sie Ihre Antwort kurz!

- |  | <i>wahr</i>              | <i>falsch</i>            |
|--|--------------------------|--------------------------|
| 1. Vollkommener Kapitalmarkt bedeutet, dass alle Marktteilnehmer über dieselben Informationen verfügen.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 2. Die Bestimmung des optimalen Investitionsprogrammes ist eine Frage der simultanen Investitions- und Finanzplanung.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 3. Bei abhängigen Investitionsalternativen hängt deren Durchführung von der Finanzierbarkeit ab.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 4. Sich ausschließende Handlungsalternativen bedeutet, dass sie von vornherein keine Berücksichtigung im Alternativenraum finden.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 5. Das kapitalwertmaximierende Investitionsprogramm wird auf dem vollkommenen Kapitalmarkt dann realisiert, wenn alle Investitionen durchgeführt werden, deren Rendite über dem Habenzinssatz liegt.             | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 6. Beim <i>vollständigen</i> bzw. <i>unbeschränkten</i> Kapitalmarkt gilt, dass jeder der möchte Zugang zum Kapitalmarkt hat.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 7. Beim »Dean-Modell« werden ausschließlich die zur Verfügung stehenden Investitionsalternativen in eine Rangfolge nach ihrer Rendite sortiert.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 8. Probleme bei Unteilbarkeit von Investitionen treten bei unbeschränktem Kapitalmarkt nur im Mehrperiodenfall auf.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 9. Ist davon auszugehen, dass die (Fremd-)Kapitalkosten mit steigender Verschuldung steigen, so ist das »Dean-Modell« nicht direkt anwendbar.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 10. Die Anwendung des <i>Dean-Modells</i> führt im Mehrperiodenfall nicht zwingend zum optimalen Investitionsprogramm.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 11. Auf einem unvollkommenen Kapitalmarkt entsprechen sich Soll- und Habenzins.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 12. Bei der Ermittlung des optimalen Investitionsprogramms bei sich technisch gegenseitig ausschließenden Investitionen können diese direkt miteinander verglichen werden.                                       | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 13. Weist eine der sich technisch ausschließenden Investitionen eine höhere Rendite bei höherem Kapitaleinsatz auf, ist sie der Alternative absolut überlegen und damit in das Investitionsprogramm aufzunehmen. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |



📍 (517) \* **Aufgabe 174** *Optimales Investitionsprogramm*



Bei dieser Aufgabe sollen Sie das optimale Investitionsprogramm auf einem vollkommenen und unbeschränkten Kapitalmarkt formal und graphisch bestimmen.

Gegeben seien die nachstehenden einperiodigen Investitionsalternativen A – G (Werte in TEUR). Der Kapitalmarkt sei vollkommen und unbeschränkt. Fremdmittel können zu einem Zinssatz von 6% aufgenommen werden.

t	A	B	C	D	E	F	G
0	-15	-12	-20	-25	-14	-16	-20
1	17,25	14,04	24	26,25	14,84	16,64	25

- a) Ermitteln Sie die Renditen der Investitionsalternativen und bestimmen Sie die Rangfolge der Vorteilhaftigkeit!
- b) Stellen Sie das Ergebnis aus a) graphisch dar und ermitteln Sie das optimale Investitionsprogramm!
- c) Ermitteln Sie den Kapitalwert und die interne Rendite des optimalen Investitionsprogramms, wenn voll fremdfinanziert wird!

📍 (519) \*\* **Aufgabe 175** *Simultane Investitions- und Finanzierungsplanung*



Bei dieser Übungsaufgabe sollen Sie das simultane Investitions- und Finanzierungsprogramm bei unvollkommenem und beschränkten Kapitalmarkt formal und graphisch im Einperiodenfall ermitteln.


Einem Investor mit einem Planungshorizont von einer Periode bieten sich nachstehende Investitionen A–E sowie die Finanzierungsalternativen F<sub>I</sub>–F<sub>VI</sub>. Investitionen und Finanzierungsalternativen sind voneinander unabhängig sowie beliebig teilbar.

Investitionsprojekte						Finanzierungsalternativen						
t	A	B	C	D	E	t	F <sub>I</sub>	F <sub>II</sub>	F <sub>III</sub>	F <sub>IV</sub>	F <sub>V</sub>	F <sub>VI</sub>
0	-100	-60	-30	-20	-40	0	+40	+20	+20	+70	+80	+20
1	+106	+75	+39	+23	+44	1	-48	-21	-22	-91	-108	-23

- a) Ermitteln Sie die interne Rendite bzw. den Sollzinssatz der Investitionsprojekte und der Finanzierungsalternativen und bestimmen sie jeweils die Rangfolge!
- b) Ermitteln Sie graphisch die *cut-off-rate*!
- c) Ermitteln Sie die *cut-off-rate* anhand einer geeigneten Tabelle!
- d) Ermitteln Sie den Kapitalwert der Investitionsprojekte und der Finanzierungsalternativen unter Verwendung der *cut-off-rate*! Interpretieren Sie Ihr Ergebnis!
- e) Ermitteln Sie das Endvermögen des optimalen Investitions- und Finanzierungsprogramms!





 (5±1)\*\* **Aufgabe 176** Optigramm AG



Im Vergleich zu Aufgabe 175 geht es bei Aufgabe 176 um die simultane Ermittlung des optimalen Investitions- und Finanzierungsprogramms auf einem unvollkommenen und beschränkten Kapitalmarkt im Mehrperiodenfall.

Der Optigramm-AG stehen folgende, unabhängig wählbare Investitions- und Finanzierungsprojekte zur Auswahl. Die Tilgungszahlungen sind jeweils frei wählbar. Spätestens bis zum Ende der 2. Periode muss das aufgenommene Fremdkapital getilgt sein.

Investitionsprojekte					Finanzierungsalternativen		
t	0	1	2	r	t	0	r
A	-120 000	110 000	50 000	25%	F <sub>I</sub>	200 000	3%
B	-200 000	30 000	230 000	15%	F <sub>II</sub>	120 000	5%
C	-100 000	12 000	112 000	12%	F <sub>III</sub>	100 000	13%

- Ermitteln Sie anhand der Kapitalangebots- und Kapitalnachfragefunktion (sog. *Dean-Modell*) dieser Projekte das rentabilitätsoptimale Investitions- und Finanzierungsprogramm sowie den Kalkulationszinsfuß als *cut-off-rate*.
- Untersuchen Sie, ob das *Dean-Modell* gemäß a) zum maximalen Endvermögen nach zwei Perioden, also zu einem maximalen Einzahlungsüberschuss des gesamten Investitions- und Finanzierungsprogramms in  $t=2$  führt, oder ob ein anderes realisierbares Investitions- und Finanzierungsprogramm existiert, dessen Endvermögen das des optimalen Programms gemäß a) übertrifft.
- Erörtern Sie kurz die Vor- und Nachteile des *Dean-Modells* gegenüber den finanzmathematischen Investitionsrechnungsmethoden.



## 12 Investitionsrechnung unter Unsicherheit

📍 (524) \* **Aufgabe 177** Wahr oder falsch?



Dieser Aufgabentypus prüft im Antwort-Wahl-Verfahren, ob Sie die Grundfragen der Unsicherheit in der Investitionsrechnung verstanden haben.

Sind die nachstehenden Aussagen wahr oder falsch?

Begründen Sie Ihre Antwort *kurz*!

	<i>wahr</i>	<i>falsch</i>
1. Im Fall des Risikos fehlen jegliche Wahrscheinlichkeitsvorstellungen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2. Im Fall von »Quasi-Sicherheit« bestehen objektive Wahrscheinlichkeiten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3. Bei Ungewissheit fehlen jegliche Wahrscheinlichkeitsvorstellungen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4. Die <i>Laplace</i> -Regel stellt einen Ansatz zur Entscheidung unter Risiko dar.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5. Im Gegensatz zur Maximax-Regel handelt es sich bei der <i>Hurwicz</i> -Regel um ein Entscheidungsmodell unter Sicherheit.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6. Bei einer Sensitivitätsanalyse findet ausschließlich eine Variation der erwarteten Zahlungsüberschüsse statt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
7. Im Falle der Unsicherheit kann das Entscheidungsverhalten der Investoren allgemeingültig abgeleitet werden.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
8. Die Unsicherheit beim Informationsstand über künftige Ereignisse kann in Risiko und Ungewissheit unterschieden werden.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
9. Die Begriffe <i>Ungewissheit</i> und <i>Unsicherheit</i> können als Synonyme verwendet werden.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
10. Korrekturverfahren stellen einen Ansatz zur expliziten Berücksichtigung des Risikos dar.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
11. Dominanzprinzipien stellen einen traditionellen Ansatz zur Risikohandhabung dar.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

📍 (524) \* **Aufgabe 178** Wahr oder falsch?



Dieser Aufgabentypus prüft im Antwort-Wahl-Verfahren, ob Sie die Grundverfahren zur Berücksichtigung der Ungewissheit verstanden haben.


Sind die nachstehenden Aussagen wahr oder falsch?

Begründen Sie Ihre Antwort *kurz*!

	<i>wahr</i>	<i>falsch</i>
1. Ungewissheit liegt vor, wenn mehrere Umweltsituationen eintreten können und die entsprechenden Eintrittswahrscheinlichkeiten bekannt sind.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2. Bei der <i>Laplace</i> -Regel wird Risikoaversion unterstellt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



- |   | <i>wahr</i>              | <i>falsch</i>            |
|---|--------------------------|--------------------------|
| 3. Bei der Maximin-Regel wird nach dem höchsten Minimum entschieden.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 4. Bei der Laplace-Regel wird eine Gleichverteilung der Umweltzustände angenommen.                                      | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 5. Bei der Maximax-Regel wird unterstellt, dass der Entscheider Risikoneutral ist.                                      | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 6. Die Hurwicz-Regel versucht, die optimistischste Minimax-Regel und die pessimistischste Maximax-Regel zu kombinieren. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 7. Die Minimax-Regret-Regel kann auch als Regel des maximalen Frohlockens bezeichnet werden.                            | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

 (525) \*\* **Aufgabe 179** Ungewiss AG




Bei dieser Aufgabe sollen Sie zeigen, dass Sie die klassischen Entscheidungsregeln unter Unsicherheit anwenden können. Zudem sollen Sie die Entscheidungsregeln teilweise kritisch diskutieren.

Gegeben sei ein Entscheidungsproblem, dessen Aktionsraum aus 5 Aktionen  $a_i$  ( $i = 1, \dots, 5$ ) und dessen Zustandsraum aus 4 Zuständen  $s_j$  ( $j = 1, \dots, 4$ ) besteht, wobei den Zuständen keine Wahrscheinlichkeiten zugeordnet werden können. Die Ergebnismatrix dieses Problems ist nebenstehend dargestellt.

	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$
$a_1$	15	20	30	35
$a_2$	35	1	68	17
$a_3$	14	13	44	30
$a_4$	16	0	39	18
$a_5$	7	3	23	29

- Die Höhenpräferenz des Entscheidungsträgers sei streng monoton steigend in den angegebenen Ergebnissen. Können Sie bereits alleine mit dieser Information das obige Problem zumindest teilweise einer Lösung näher bringen?
- Bestimmen Sie die jeweils optimale Entscheidung auf Basis folgender Entscheidungsregeln: Maximin; Maximax; Hurwicz-Regel mit einem Optimismus-Parameter  $\lambda = 0,3$ ; Laplace-Regel; Regel des kleinsten Bedauerns (»Decision Regret«).

 (526) \* **Aufgabe 180** Dominanzprinzipien



Dominanzregeln sind allgemeingültige Entscheidungsregeln, die zum Teil unabhängig vom Vorliegen bestimmter Wahrscheinlichkeitsvorstellungen anwendbar sind. Bei dieser Aufgabe sollen Sie zeigen, dass Sie die gängigen Dominanzregeln anwenden können.



Gegeben sind zwei Handlungsalternativen mit zustandsabhängigen Ergebnissen für drei Umweltzustände.


	$Z_1$ ( $w_1 = 0,1$ )	$Z_2$ ( $w_2 = 0,3$ )	$Z_3$ ( $w_3 = 0,6$ )
$A_1$	3	4	0
$A_2$	4	5	3

- a) Beurteilen Sie, ob starke / schwache absolute Dominanz bzw. Zustandsdominanz vorliegt! Für welche Alternative würden Sie sich entscheiden?
- b) Bestimmen Sie die Realisierungswahrscheinlichkeiten der Ergebnisse zwischen 0 und 6 und beurteilen Sie, ob Wahrscheinlichkeitsdominanz vorliegt. Für welche Alternative würden Sie sich entscheiden?

Angenommen, es gelten nun folgende Werte

	$Z_1$ ( $w_1 = 0,4$ )	$Z_2$ ( $w_2 = 0,2$ )	$Z_3$ ( $w_3 = 0,4$ )
$A_1$	4	3	2
$A_2$	3	4	1

- c) Welche Alternative würden Sie nach der absoluten Dominanz bzw. der Zustandsdominanz durchführen.
- d) Bestimmen Sie die Realisierungswahrscheinlichkeiten der Ergebnisse zwischen 1 und 5 und beurteilen Sie, ob Wahrscheinlichkeitsdominanz vorliegt. Welche Alternative würden Sie durchführen?
- e) Welchen Mehrwert liefern die Ergebnisse aus d) im Vergleich zu den Ergebnissen aus c)?

 (527) \* **Aufgabe 181** Wahr oder falsch?



Dieser Aufgabentypus prüft im Antwort-Wahl-Verfahren, ob Sie die Grundfragen traditioneller Ansätze zur Risikoberücksichtigung verstanden haben.


Sind die nachstehenden Aussagen wahr oder falsch?

Begründen Sie Ihre Antwort kurz!

	<i>wahr</i>	<i>falsch</i>
1. Bei den Korrekturverfahren erfolgt ein »Abschlag« auf die Basisdaten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2. Die Korrektur der Zahlungsreihe bzw. die Korrektur des Zinssatz können jeweils zu unterschiedlichen Ergebnissen führen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3. Eine Sensitivitätsanalyse beantwortet die Frage, wie empfindlich der Zielwert einer Investition auf die prozentuale Änderung einer Einflussgröße bei Konstanz der anderen Einflussgrößen reagiert.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4. Die Reagibilitätsanalyse und die Sensitivitätsanalyse können als traditionelle Ansätze der Risikoberücksichtigung bezeichnet werden.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



- |   | <i>wahr</i>              | <i>falsch</i>            |
|---|--------------------------|--------------------------|
| 5. Im Rahmen des Korrekturverfahrens kann es bei nicht fachgemäßer Anwendung dazu kommen, dass Investitionsprojekte »totgerechnet« werden.                              | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 6. Die Sensitivitätsanalyse stellt einen Ansatz zur expliziten Berücksichtigung der Ungewissheit dar.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 7. Eine Sensitivitätsanalyse beantwortet die Fragen, wie empfindlich die zugrunde gelegte Zielgröße einer Investition auf eine Veränderung von Einflussgrößen reagiert. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 8. Das Problem der Sensitivitätsanalyse ist, dass sie nicht zur Lösung von Entscheidungsprobleme unter Unsicherheit geeignet ist.                                       | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |


 (528) \*\* **Aufgabe 182** *Wind-Energent*



Die Übungsaufgabe zeigt, wie man mit einer beschränkt numerischen Sensitivitätsanalyse eine Einschätzung über die Vorteilhaftigkeit von Investitionsalternativen unter Unsicherheit erhält.

Klaas Watt (W) erhält durch seinen Jobwechsel eine Abfindung i. H. v. 2,5 Mio. EUR. Sein Steuerberater rät ihm, von diesem Betrag eine Windkraftanlage von der Wind-Energent GmbH zu kaufen. Die Anlage kostet 2,5 Mio. EUR. Im Verkaufsprospekt wird von einem über den Planungshorizont konstant bleibender Erlös von 0,2 EUR pro kW/h gerechnet. Die Jahresleistung der Anlage wird mit konstant 1,1 Mio. kW/h veranschlagt. Der Planungshorizont beträgt 20 Jahre. Der Kalkulationszinsfuß soll 5% betragen.

- Wird W die Anlage kaufen, wenn er auf Basis der prospektierten Daten rechnet?
- Wie weit kann der Ertrag pro kW/h c. p. sinken, damit sich die Anlage gerade noch lohnt?
- Wie weit kann die Jahresleistung c. p. sinken, damit sich die Anlage gerade noch lohnt?
- Angenommen der Steuersatz beträgt 40% und W muss die Abfindung voll versteuern. Lohnt sich die Investition nach Steuern, wenn die Anlage über 20 Jahre linear abgeschrieben wird, der Liquidationswert null beträgt und ein vollkommener und unbeschränkter Kapitalmarkt unterstellt wird?
- Ausgehend von d): Wie weit kann der Ertrag pro kW/h c. p. sinken, damit sich die Anlage gerade noch lohnt?
- Ausgehend von d): Wie weit kann die Jahresleistung c. p. sinken, damit sich die Anlage gerade noch lohnt?

 (529) \*\* **Aufgabe 183** *Reagibilitätsanalyse*



Der Immobilienspekulant Carsten Hai möchte in Nürnberg eine Immobilie in Form eines unbebauten Grundstücks erwerben. Die Anschaffungskosten



betragen 100 TEUR. Die künftigen, jährlich nachschüssigen, Pachteinzahlungen betragen nach seinen Schätzungen 20 TEUR. Sein Planungshorizont beträgt 10 Jahre. Am Ende des Planungshorizonts rechnet er mit einem Verkaufserlös von 120 TEUR. Der Kalkulationszinsfuß beträgt 5%.

a) Ermitteln Sie den Kapitalwert!

Hai möchte nun wissen, welchen Einfluss künftige Änderungen der Ausgangsparameter auf den Kapitalwert haben. Berechnen Sie die Änderung des Kapitalwerts formal, wenn ...

- b) die Anschaffungskosten um 1 TEUR steigen.
- c) der Veräußerungserlös um 1 TEUR steigt.
- d) die Jährlichen Pachtzahlungen um 1 TEUR steigen.
- e) der Zinssatz um 1%-Punkt steigt.
- f) er den Planungshorizont um eine Periode erweitert.

 (530) \*\* **Aufgabe 184** *Unsichere Zahlungsüberschüsse*




Die Aufgabe zeigt die Auswirkung der Besteuerung unter Unsicherheit auf die Vorteilhaftigkeit von Investitionen. (Die Aufgabe stammt von Prof. Dr. Rolf König, Universität Bielefeld.)

Einem Investor bietet sich eine Realinvestition mit den folgenden sicheren Zahlungsüberschüssen in  $t = 1, 2$  und unsicheren Zahlungsüberschüssen in  $t = 3$  wobei  $\phi$  die Wahrscheinlichkeit des Eintritts repräsentiert:

$t$	0	1	2	3
$Z_t$	-90 000	33 000	36 300	$\phi \times 43\,923 + (1 - \phi) \times 35\,937$

Der Investor ist risikoneutral und trifft seine Entscheidung nach dem erwarteten Kapitalwert. Der Zinssatz beträgt  $i = 10\%$ , der Grenzsteuersatz – mit dem sowohl Real- als auch Finanzinvestitionen besteuert werden – beträgt  $s = 40\%$ . Die Zahlungsüberschüsse werden am Ende jeder Periode entnommen.

- a) Ermitteln Sie den Wert für  $\phi$ , bei dem der Investor vor Steuern gerade indifferent ist zwischen der Ausführung der Realinvestition und der Unterlassungsalternative!
- b) Ermitteln Sie den Wert für  $\phi$ , bei dem der Kapitalwert nach Steuern gerade null beträgt, wenn die Investition linear abgeschrieben wird!
- c) Wirkt die Besteuerung in diesem Fall benachteiligend auf Realinvestitionen? Begründen Sie Ihre Antwort!

 (531) \* **Aufgabe 185** *Wahr oder falsch?*



Dieser Aufgabentypus prüft im Antwort-Wahl-Verfahren, ob Sie die grundlegenden Ansätze zur expliziten Berücksichtigung des Risikos verstanden haben.



Sind die nachstehenden Aussagen wahr oder falsch?

Begründen Sie Ihre Antwort *kurz*!

	<i>wahr</i>	<i>falsch</i>
1. Bei der <i>Regel der absoluten Dominanz</i> handelt es sich um ein Entscheidungsprinzip, das unabhängig ist von der Risikopräferenz des Entscheiders.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2. Werden Präferenzwerte aus Verteilungsparameter abgeleitet, liegt eine Entscheidungsregel vor, die abhängig von der Risikopräferenz ist.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3. Weniger restriktiv als die Zustandsdominanz ist die absolute Dominanz.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4. Starke Dominanz im Sinne der absoluten Dominanz liegt dann vor, wenn Alternative A in ihrer schlechtesten Ausprägung eine höhere Zielerreichung aufweist als die beste Ausprägung gegenüber Alternative B.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5. Das Problem von Dominanz-Regeln besteht in der möglichen Nichtexistenz einer Lösung.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6. Eine Möglichkeit der Entscheidungsfindung unter Unsicherheit besteht in der Entscheidung auf Basis von allgemeinen statistischen Verteilungsparametern.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
7. Der Mittelwert, Median oder der Modalwert stellen Verteilungsparameter zur Entscheidungsfindung dar.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
8. Im Vergleich zum Median ist der Mittelwert weniger sensitiv in Bezug auf Ausreißer.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
9. Der Modalwert ist der am häufigsten auftretende Wert einer Verteilung.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
10. Die Simulation versucht, den Risikogehalt einer Investition dadurch transparent zu machen, dass die aus dem Zusammenspiel aller Einflussfaktoren möglichen Auswirkungen auf die Zielgröße rechnerisch ermittelt und graphisch dargestellt werden.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
11. Die Simulation unterstellt, dass einige bzw. alle Einflussgrößen der Investition innerhalb bestimmten Bandbreiten schwanken können und für die jeweiligen Wertausprägungen die entsprechenden Wahrscheinlichkeiten bekannt bzw. abschätzbar sind.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

📍 (532) \*\* **Aufgabe 186** Fernweh AG



In Aufgabe 186 sollen Sie eine Vorteilhaftigkeitsrechnung unter Unsicherheit durchführen. Dazu sind u. A. die Zahlungsströme für alternativ eintretende Situationen zu bestimmen.

Die Fluggesellschaft Fernweh-AG plant wegen des erhöhten Urlaubsreiseverkehrs die Ergänzung ihrer Flotte um einen Airbus A 340 für zwei Jahre. Hierzu



liegt ein Leasingangebot mit nachschüssigen Leasingraten von 1,2 Mio. EUR pro Jahr sowie einer Einmalzahlung von 400 TEUR am Planungsbeginn ( $t=0$ ) vor. Durch Wartung und höheren Personaleinsatz müsste mit zusätzlichen jährlichen Auszahlungen von 250 TEUR gerechnet werden. Zudem wird ein Treibstoffverbrauch von 400 000 Litern Kerosin während eines Jahres bei einem Preis von 1,50 EUR/Liter erwartet. Sonstige Kosten fallen nicht an. Das Fahrgastaufkommen wird mit 2 000 Passagieren pro Jahr geschätzt. Der Erlös pro Fahrgast beträgt im Durchschnitt 1 200 EUR. Die Ein- und Auszahlungen im Verlaufe eines Jahres werden stets auf das Jahresende bezogen. Die Fernweh-AG rechnet mit einem Kalkulationszinssatz von 10% p. a.

- Wird die Fernweh-AG den Airbus leasen, wenn sie sich nach dem Kapitalwertkriterium entscheidet?
- Um wie viel dürfte sich ceteris paribus der Kerosin-Preis zu Beginn des zweiten Jahres ändern, sodass die Entscheidung aus a) gerade noch dieselbe bleibt?
- Bei näherer Betrachtung ihrer Fahrgastprognose stellt die Fernweh AG fest, dass 20% des jährlichen Fahrgastaufkommens auf geschätzten Buchungen über das insolvenz-gefährdete Reiseunternehmen Etzel AG beruhen. Da diese Buchungen bei einem Konkurs der Etzel AG wegfallen würden, soll die Investitionsrechnung von neuem unter den folgenden Annahmen durchgeführt werden:
  - Mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,4 geht die Etzel AG bereits zu Beginn des ersten Jahres ( $t=0$ ) – unmittelbar nach Abschluss des Leasingvertrages durch die Fernweh-AG – in Konkurs. In diesem Fall stünden der Fernweh-AG zwei Reaktionen, wegen Anpassungsschwierigkeiten jedoch nur für das zweite Jahr, offen: Zunächst könnte zusätzlich Frachtgut transportiert werden. Bei unveränderten laufenden Kosten müssten dann für die Erweiterung der Lagerkapazitäten zu Beginn des zweiten Jahres ( $t=1$ ) einmalig 200 TEUR aufgewendet werden. Hierdurch könnte allerdings am Ende des zweiten Jahres ( $t=2$ ) ein zusätzlicher Erlös von 500 TEUR erzielt werden. Alternativ zum Gütertransport könnten die verbleibenden Fluggäste durch eine Änderung des Flugtaktes mit geringeren Kosten befördert werden. Dadurch wären Einsparungen von 80 000 Litern Kerosin sowie von 50 TEUR bei den Personalkosten möglich.
  - Zu berücksichtigen ist ferner der Fall, dass die Etzel AG am Ende des ersten Jahres ( $t=1$ ) in Konkurs geht. Die Wahrscheinlichkeit hierfür beträgt 0,5 in  $t=1$ . Reaktionsmöglichkeiten, beispielsweise zur Kosteneinsparung, bestünden in diesem Fall nicht.

Stellen Sie die Entscheidungssituation der Fernweh AG in  $t=0$  mittels eines Entscheidungsbaumes dar. Wird die Fernweh AG nun den Airbus leasen, wenn sie sich nach dem Erwartungswert des Kapitalwertes richtet? Erläutern Sie Ihre Vorgehensweise.



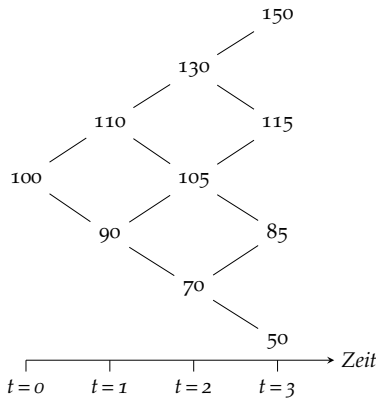


536)\*\* **Aufgabe 187** *Investitionsrechnung unter Unsicherheit*



Bei dieser Aufgabe sollen Sie unter Verwendung des Binomialmodells den Unternehmenswert ermitteln.

Uli H., Vorstandsvorsitzender der Kaiser Franz GmbH, ist zum Ende des Geschäftsjahres  $t=0$  um seine Bonuszahlungen besorgt und möchte daher die Kaiser Franz GmbH für den Zeitpunkt  $t=0$  bewerten. Uli H. hat gehört, dass ein Weg der Unternehmensbewertung das Diskontieren zukünftiger Zahlungen darstellt. Aufgrund der dynamischen Umwelt, in der die Kaiser Franz GmbH operiert, können die Zahlungen des Unternehmens jedoch nicht als sicher unterstellt werden. Jedoch weiß Uli H., dass der Zahlungsstrom heute ( $t=0$ ) 100 beträgt. Die weiteren Zahlungen können nachstehender Abbildung entnommen werden. Es ist zu beachten, dass andere Zahlungen, als die in der Abbildung angegebenen, nicht möglich sind.




Hierbei existieren Wahrscheinlichkeiten für eine Erhöhung ( $p_u$ ) bzw. eine Senkung ( $p_d$ ) der Zahlungen in den folgenden Perioden. Bitte beachten Sie, dass diese Wahrscheinlichkeiten im Zeitablauf konstant bleiben. Die Wahrscheinlichkeit für eine Erhöhung des Zahlungsstroms in der folgenden Periode betrage  $p_u = 0,2$ . Aufgrund der Sonderstellung der Kaiser Franz GmbH sind Steuern zu vernachlässigen.

- In welchem Intervall dürfen sich die Auszahlungsverpflichtungen in den einzelnen Perioden bewegen, damit sich für die Kaiser Franz GmbH kein Liquiditätsrisiko in den Perioden  $t=0$  bis  $t=3$  ergibt?
- Ermitteln Sie die Erwartungswerte der Zahlungsströme  $E(Z_t)$  für  $t=0,1,2,3$ ! Bestimmen Sie hierfür zuerst die Wahrscheinlichkeit  $p_d$ .
- Nun sei der risikoäquivalente Zinssatz gegeben durch  $i=10\%$  und der risikolose Zinssatz durch  $r_f=5\%$ . Bestimmen Sie den Unternehmenswert der Kaiser Franz GmbH zuerst unter Anwendung der in **b)** ermittelten Erwartungswerte. Gehen Sie nun davon aus, dass die im Aufgabenteil **b)** ermittelten Erwartungswerte sichere Größen darstellen. Wie hoch wäre



in diesem Fall der Unternehmenswert? Welche Kapitalkosten sind jeweils anzuwenden und warum?

- d) Gehen Sie nun davon aus, dass die Kaiser Franz GmbH aufgrund einer Steuerreform einer einfachen Gewinnsteuer unterliegt. Diskutieren Sie die Einflüsse dieser Steuer auf die Bewertung des Unternehmens (ohne wertmäßige Berechnungen)!

 (537) \*\* **Aufgabe 188** Grenzpreisermittlung unter Unsicherheit



Bei dieser Aufgabe sollen Sie Grenzpreise unter Unsicherheit bestimmen.

Aufgrund des anhaltenden Erfolges des Bayreuther Fußball-Clubs erwägt der Vorstand des Clubs im Jahr 1 den Zukauf eines größeren Stadions, um den steigenden Strom begeisterter Fans gerecht zu werden. Zufälligerweise hat die Stadion-GmbH erst kürzlich ein Stadion fertiggestellt, das in das Anforderungsprofil des Bayreuther Fußball-Clubs passt. Jedoch haben sich gleich mehrere Interessenten um den Kauf des Stadions beworben. Im Raum steht ein Kaufpreis von 400 000 EUR.

Der Vorstand beauftragt Sie als Kenner der Investitionsrechnung damit, den maximal möglichen Preis zu ermitteln, den der Vorstand aus reinen finanzwirtschaftlichen Gesichtspunkten akzeptieren sollte.

Der Vorstand rechnet damit, dass das Stadion in  $t = 0$  100 000 EUR erwirtschaftet und in den folgenden Jahren bis  $t = 4$  die Zahlungsüberschüsse jeweils um 6% pro Jahr wachsen werden. Der risikobehaftete Kalkulationszinssatz beträgt 8%.

Gehen Sie vereinfachend davon aus, dass der Bayreuther Fußball-Club ab  $t = 5$  keine weiteren Zahlungen durch das Stadion generieren kann. Steuern sind nicht zu berücksichtigen.

- Für die Berechnung des Grenzpreises vor Steuern unter Sicherheit ist es notwendig, einen geeigneten Diskontierungszinssatz zu bestimmen. Wählen Sie für dieses Vorhaben einen für das Jahr 1 realistischen Zinssatz. Begründen Sie Ihre Antwort.
- Berechnen Sie den Grenzpreis vor Steuern unter Sicherheit unter Anwendung des in Aufgabenteil a) gewählten Zinssatzes.
- Durch den zunehmenden Konkurrenzdruck und die Kurzlebigkeit im Fußball wissen Sie, dass es ratsam ist, Unsicherheit in das Entscheidungskalkül zu integrieren. In Ihrem konkreten Fall können die Zahlungen in jedem Jahr entweder um 4% steigen oder um 5% fallen. Die Wahrscheinlichkeit, dass die Zahlungen in einem Jahr steigen, beträgt 40%. Bitte gehen Sie davon aus, dass diese Wahrscheinlichkeit für alle Zeitpunkte konstant ist. Stellen Sie für diesen Fall den zugehörigen 4-Perioden-Binomialbaum graphisch dar. Berechnen Sie hierfür die Zahlungsüberschüsse für jeden einzelnen Knotenpunkt.



- d) Berechnen Sie nun den Grenzpreis vor Steuern unter Unsicherheit, indem Sie auf die erwartenden Zahlungsüberschüsse der einzelnen Perioden zurückgreifen.
- e) Nennen Sie je zwei konkrete Konstellationen aus c), in denen der Vorstand das Stadion kaufen und nicht kaufen würde. Berechnen Sie für die konkreten Fälle die Grenzpreise. Mit welcher Wahrscheinlichkeit treten diese Konstellationen auf?

📍 (539) \*\* **Aufgabe 189** Mode AG



Bei dieser Aufgabe wird anhand konkreter Parameter gezeigt, wie eine einfache Simulationsrechnung durchgeführt wird.

Die Mode AG plant eine neue Produktlinie mit folgenden gleichverteilten und stochastisch unabhängigen Eingangsdaten:

Anschaffungsauszahlung [EUR]	-12 000	-15 000	-18 000		
Preis pro Stück [EUR/Stück]	5,-	6,-	7,-	8,-	
Variable Kosten [EUR/Stück]	2,-	4,-	6,-	8,-	
Menge [Stück]	1 000	1 200	1 500	1 700	
Laufzeit [Jahre]	4	6			

- a) Welche Methode empfehlen Sie bei der Beurteilung des Investitionsprojekts zur Berücksichtigung des Risikos? Skizzieren Sie die grundsätzliche Vorgehensweise!
- b) Zielgröße sei der Kapitalwert; der Kalkulationszins beträgt 8%. Berechnen Sie den besten, schlechtesten und einen durchschnittlichen Wert!
- c) In welcher Form würden Sie Ihre Ergebnisse graphisch darstellen und wie würden Sie Ihre Abbildung interpretieren?





TEIL III  
ÜBUNGSKLAUSUREN



SICH VERBUCHEN (METAMORPHOSE STYLE)



Quelle: Schanz, Sebastian/Koschmieder, Simon (2014): *Humoristische Zeichnungen zum Betrieblichen Rechnungswesen*, Selbstverlag, Bayreuth, ISBN 978-3-00-047631-0, Seite 22.



# ÜBUNGSKLAUSUR 1

## Schwerpunkte der Klausur

Die Klausur prüft die Grundlagen der Finanzmathematik mit Fragen zur Zins-, Renten-, Tilgungs- und Ertragswertrechnung.

## Bearbeitungshinweise

Die Bearbeitungszeit der Klausur beträgt 60 Minuten, dabei kann eine Gesamtpunktzahl von 60 Punkten erreicht werden. Eine zusätzliche Einarbeitungszeit wird nicht gewährt. Die Aufgabenstellung umfasst 3 Aufgaben. Es sind alle Aufgaben zu bearbeiten. Die Klausur ist mit Tinte oder Kugelschreiber zu bearbeiten. Mit Bleistift bearbeitete Klausuren werden nicht gewertet. Der Lösungsweg muss deutlich erkennbar, nachvollziehbar und lesbar sein. Runden Sie kaufmännisch auf zwei Nachkommastellen!

## Zulässige Hilfsmittel

Zur Lösung der Klausur darf ein nicht programmierbarer Taschenrechner verwendet werden.

### 📍 (543) **Aufgabe 1** Zinsrechnung (15 Punkte)



- a) Am 12. Mai 2019 überzieht Sepp Tember sein Girokonto bei seiner ortsansässigen Bank um 1 000 EUR. Der Kontokorrentzins beträgt 15% p. a. Am 14. Juni gleicht er das Konto wieder aus. Wie hoch sind die Zinsen, wenn die Bank nach der
- 1) act / 365 Methode
  - 2) act / 360 Methode bzw.
  - 3) 30 / 365 Methode
- rechnet?
- b) Rainer Tutnix legt 100 EUR bei seiner Hausbank zu 5% p. a. an. Wie lange dauert es im Fall der Zinseszinsrechnung bei jährlicher Wertstellung der Zinsen, bis sich das eingelegte Kapital verdoppelt hat?
- c) Was versteht man unter einer Ereignisfrist, was unter einer Beginnfrist? Geben Sie jeweils ein Beispiel an!

### 📍 (544) **Aufgabe 2** Tilgungsrechnung (30 Punkte)




Anna Lühse veräußert in  $t = 0$  ihren Betrieb, in dem sie Motoren für Elektrofahräder herstellt. Mit dem Käufer, Karl Kulator, vereinbart sie, dass der Kaufpreis in 20 gleichen Raten zu jeweils 25 TEUR am Ende jeder Periode (nachsüssig), beginnend mit  $t = 1$ , zu zahlen ist. Zum Zeitpunkt des Verkaufs hat die Bilanz ihres als Einzelunternehmung geführten Betriebs folgendes Aussehen (Werte in TEUR):




Aktiva	Bilanz Anna Lühse e. Kffr.	Passiva	
Grundstücke	90	Eigenkapital	150
Technische Anlagen	120	Fremdkapital	86
Beteiligungen	5		
Rohstoffe	3		
Fertige Erzeugnisse	10		
Bank	8		
Summe	<u>236</u>	Summe	<u>236</u>

Der Zinssatz beträgt 5%.

- Ermitteln Sie den Barwert der Rente in  $t=0$ ! Wie hoch ist der Veräußerungsgewinn für Lühse?
- Angenommen, Lühses Steuersatz beträgt 40%. Wie hoch ist die Steuerzahlung, die auf den Veräußerungsgewinn im Fall der 1) Sofortversteuerung bzw. 2) Zuflussbesteuerung (undiskontiert) entfällt?
- In welcher Periode entsteht im Fall der Zuflussbesteuerung der erste zu versteuernde Veräußerungsgewinn?
- Wie hoch ist die Steuerzahlung für Lühse in  $t=15$  im Fall der Zuflussbesteuerung, wenn Lühses Steuersatz weiterhin 40% beträgt?

 (545) **Aufgabe 3 Ertragswertrechnung** (15 Punkte)

 Gegeben sei folgende Zahlungsreihe

t	0	1	2	3	4
$Z_t$		2 600	-600	2 500	3 300

Der Zinssatz beträgt 10%.

- Ermitteln Sie den Ertragswert und die Ertragswertabschreibung in jeder Periode!
- Ermitteln Sie den ökonomischen Gewinn als konstante Größe, die in jeder Periode für Konsumzwecke entnommen werden kann, ohne das künftige Entnahmepotenzial zu schmälern.
- Gehen Sie davon aus, dass der ökonomische Gewinn in jeder Periode entnommen wird. Wie hoch sind die liquiden Mittel in dem Fall am Ende von  $t=4$ ? Zeigen Sie Ihren Rechenweg anhand eines Finanzplans auf!
- Zeigen Sie, dass der Ertragswert in jeder Periode konstant bleibt, wenn der ökonomische Gewinn entnommen wird.
- Welcher Vermögensbegriff wird bei der Ermittlung des ökonomischen Gewinns unterstellt? Grenzen Sie den Vermögensbegriff zu demjenigen ab, der bei der handelsrechtlichen Gewinnermittlung verwendet wird.







## ÜBUNGSKLAUSUR 2

### Schwerpunkte der Klausur

Die Klausur befasst sich mit den statischen und dynamischen Entscheidungskriterien der Investitionsrechnung unter Vernachlässigung von Steuern.

### Bearbeitungshinweise

Die Bearbeitungszeit der Klausur beträgt 60 Minuten, dabei kann eine Gesamtpunktzahl von 60 Punkten erreicht werden. Eine zusätzliche Einarbeitungszeit wird nicht gewährt. Die Aufgabenstellung umfasst 3 Aufgaben. Es sind alle Aufgaben zu bearbeiten. Die Klausur ist mit Tinte oder Kugelschreiber zu bearbeiten. Mit Bleistift bearbeitete Klausuren werden nicht gewertet. Der Lösungsweg muss deutlich erkennbar, nachvollziehbar und lesbar sein. Runden Sie kaufmännisch auf zwei Nachkommastellen!

### Zulässige Hilfsmittel

Zur Lösung der Klausur darf ein nicht programmierbarer Taschenrechner verwendet werden.

📍 (546)



### Aufgabe 1 Profitabilitätsrechnung

(20 Punkte)

Sepp Tember ist stolzer Besitzer der Color Flex AG. Die Color Flex AG produziert ein innovatives Waschmittel. Der Nachteil dieses innovativen Waschmittels liegt darin, dass es bisher stets von Hand hergestellt werden musste. Jedoch ist es Sepp gelungen, ein innovatives Start-Up-Unternehmen aufzutreiben, das eine Maschine entwickelt hat, um die Produktion zu vereinfachen.

Durch die Maschine können 10 000 Einheiten des Waschmittels mehr produziert werden, als dies von Hand möglich gewesen wäre. Es kann davon ausgegangen werden, dass die Color Flex AG als Innovator stets die komplette Produktionsmenge absetzen kann. Der Verkaufserlös pro Einheit Waschmittel beträgt 90 EUR und die variablen Kosten betragen 75 EUR. Die Nutzungsdauer beträgt 5 Jahre und die fixen Kosten (Ohne Abschreibung) betragen 124 500 EUR.

Der Zinssatz beträgt 10%.

Als Sepp den Finanzmanager um Rat fragen möchte, ist dieser unglücklicherweise nicht da. Aus einem früheren Gespräch mit dem Finanzmanager kann er sich daran erinnern, dass der Finanzmanager bereits eine Gewinnvergleichsrechnung aufgestellt hat.

- a) Sepp erinnert sich daran, dass sich der Finanzmanager unschlüssig bei der Ermittlung des *Kapitaldienstes* und der angenommenen Kapitalbindung war. Er weiß jedoch, dass es die Möglichkeit des einfachen und des stufenförmigen Kapitalbindungsverlaufs gibt. Bitte erläutern Sie die zwei gängigen Kapitalbindungsverläufe anhand geeigneter Grafiken.



- b) Leider kann Sepp in den Unterlagen nicht die *Anschaffungsauszahlung* der Maschine finden. Er weiß lediglich, dass der Kapitaldienst beim stufenförmigen Kapitalverlauf 26 000 EUR beträgt. Wie hoch ist die Anschaffungsauszahlung?
- c) Nun möchte Sepp gerne in Erfahrung bringen, ob sich der Kauf dieser Maschine lohnt. Hierfür möchte er eine *Gewinnvergleichsrechnung* durchführen. Hierbei möchte er die Rechnung sowohl auf Basis des einfachen als auch auf Basis des stufenförmigen Kapitalbindungsverlaufs durchführen. Der Resterlös betrage annahmegemäß null. Wie würde er sich in Abhängigkeit des Kapitalbindungsverlaufs entscheiden?
- d) Sepp hat gehört, dass neben der Gewinnvergleichsrechnung eine *Profitabilitätsrechnung* auf Basis der *Annuitätenmethode* erfolgen kann. Beschreiben Sie kurz das Vorgehen bei der Annuitätenmethode. Sollte er die Investition auf Basis der Annuitätenmethode durchführen?
- e) Wie erklären Sie sich den Unterschied der Ergebnisse bei Annahme eines *stufenförmigen Verlaufs der Kapitalbindung* und der *Annuitätenmethode*?



📍 (548) **Aufgabe 2** *Grundlagen der Investitionsrechnung* (20 Punkte)

📄 Einem Investor bietet sich die Möglichkeit der Investition in folgende Zahlungsreihe

$t$	0	1	2	3
$Z_t$	-120	44	50	72

Die Zahlungen fallen jeweils am Ende jeder Periode an. Der Kapitalmarkt sei vollkommen. Der Kapitalmarktzins beträgt 10%. Die Finanzierung der Anschaffungsauszahlung erfolgt mit Eigenmitteln.

- a) Ermitteln Sie
  - den Kapitalwert,
  - das Endvermögen,
  - den Endwert und
  - den ökonomischen Gewinn der Investition.
 Wird die Investition durchgeführt? Begründen Sie Ihre Antwort kurz!
- b) Was versteht man unter absoluten bzw. relativen Vorteilhaftigkeitskriterien? Bei welchen der in a) genannten Vorteilhaftigkeitskriterien handelt es sich um absolute bzw. relative Vorteilhaftigkeitskriterien? Berechnen Sie jeweils bei den absoluten Vorteilhaftigkeitskriterien den Wert der Unterlassungsalternative.
- c) Der Sollzinssatz betrage  $\rho = 20\%$ . Welchen Betrag kann der Investor in  $t = 2$  maximal konsumieren? Ermitteln Sie den Kapitalwert unter dieser Prämisse. Interpretieren Sie den Kapitalwert in diesem Fall. Ist die Investition vorteilhaft? Begründen Sie Ihre Aussage!
- d) Ausgehend von c). Ermitteln Sie den maximalen Betrag, den der Investor in  $t = 0$  konsumieren kann, wenn er die Investition durchführt. Wird er

die Investition unter der Prämisse der Maximierung des Konsums in  $t=0$  durchführen?

📍 (550) **Aufgabe 3** *Optimale Handlungsalternative* (20 Punkte)



Einem Investor stehen zwei sich gegenseitig ausschließende Realinvestitionen  $A$  und  $B$  sowie eine Kapitalmarktanlage ( $KMA$ ) zur Verfügung. Es soll gelten:

- $C_0^A$  : Kapitalwert der Investition  $A$  vor Steuern  
 $C_0^{A-B}$  : Kapitalwert der Differenzinvestition  $A - B$  vor Steuern  
 $C_0^{B-A}$  : Kapitalwert der Differenzinvestition  $B - A$  vor Steuern  
 $i$  : Kapitalmarktzins vor Steuern  
 $r_B^A, r_B^B$  : Baldwin-Rendite vor Steuern  
 $SUM^B$  : nicht diskontierte Summe der Zahlungsüberschüsse vor Steuern

Die Superskripte repräsentieren die jeweilige Realinvestition!

Wenn der Investor an der Kapitalwertmaximierung interessiert ist, welche Investition wird er in einer Welt ohne Steuern ausführen ( $A$ ,  $B$  oder  $KMA$ ; das »?« steht für nicht genügend Informationen für eine Entscheidung)?

Kreuzen Sie die entsprechende Alternative an und begründen Sie Ihre Entscheidung *kurz!*

	$A$	$B$	$KMA$	?
1. $r_B^B > i > r_B^A$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2. $C_0^A > SUM^B > 0$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3. $r_B^B > r_B^A > i$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4. $C_0^{A-B} > 0$ und $C_0^A > 0$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5. $C_0^{B-A} < 0$ und $C_0^A > 0$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>





## ÜBUNGSKLAUSUR 3

### Schwerpunkte der Klausur

Die Klausur befasst sich mit Steuern in der Investitionsrechnung. In den Aufgabenstellungen sind die Anwendung des Standardmodells mit Ertragsteuern, neutrale Steuersysteme und die Beurteilung der Vorteilhaftigkeit von Leasing eingearbeitet.

### Bearbeitungshinweise

Die Bearbeitungszeit der Klausur beträgt 60 Minuten, dabei kann eine Gesamtpunktzahl von 60 Punkten erreicht werden. Eine zusätzliche Einarbeitungszeit wird nicht gewährt. Die Aufgabenstellung umfasst 3 Aufgaben. Es sind alle Aufgaben zu bearbeiten. Die Klausur ist mit Tinte oder Kugelschreiber zu bearbeiten. Mit Bleistift bearbeitete Klausuren werden nicht gewertet. Der Lösungsweg muss deutlich erkennbar, nachvollziehbar und lesbar sein. Runden Sie kaufmännisch auf zwei Nachkommastellen!

### Zulässige Hilfsmittel

Zur Lösung der Klausur darf ein nicht programmierbarer Taschenrechner verwendet werden.

📍 (551) **Aufgabe 1** Investitionsrechnung mit Steuern (20 Punkte)



Gegeben sei folgender Zahlungsvektor:

$t$	$0$	$1$	$2$	$3$
$Z_t$	$50$	$50$	$50$	

Die Zahlungen fallen jährlich nachschüssig an. Der Kapitalmarkt sei vollkommen. Der Kapitalmarktzins beträgt 10%

- a) Bestimmen Sie den Grenzpreis der Investition!
- b) Bestimmen Sie den Grenzpreis bei Annahme einer einfachen Gewinnsteuer mit linearer Abschreibung. Der Steuersatz beträgt 50%. Interpretieren Sie Ihr Ergebnis im Vergleich zu Aufgabenteil a)!
- c) Angenommen, die Anschaffungsauszahlung beträgt 120. Der Steuersatz beträgt einheitlich 50%. Es wird linear abgeschrieben. In  $t=1$  und  $t=2$  erfolgen die Umsätze auf Ziel, die in  $t=3$  zufließen. Ermitteln Sie den Kapitalwert vor Steuern! Ermitteln Sie den Kapitalwert nach Steuern im Fall der zinsbereinigten Einkommensteuer. Unterstellen Sie einen sofortigen vollständigen Verlustausgleich. Legen Sie dazu Ihre Berechnungen in einem unvollständigen Finanzplan offen.
- d) Aufgrund von Inflation ändert sich die ursprüngliche Zahlungsreihe wie folgt:



$t$	0	1	2	3
$Z_t$	-120	60	72	86,4

- Ermitteln Sie die Inflationsrate und den nominellen Zinssatz bei vollständiger Überwälzung der Inflation!  
Die Zahlungen gehen jeweils in den einzelnen Perioden ein. Der Steuersatz beträgt 50%. Es wird linear abgeschrieben.
- Ermitteln Sie den Kapitalwert vor Steuern!
- Ermitteln Sie den Kapitalwert nach Steuern im Fall der zinsberechtigten Einkommensteuer unter Offenlegung Ihrer Berechnungen im Rahmen eines unvollständigen Finanzplans. Es gilt weiterhin eine sofortige vollständige Verlustverrechnung. Interpretieren Sie das Ergebnis im Vergleich zu Aufgabenteil a).

 (553) **Aufgabe 2 Leasing** (10 Punkte)



Die NiHao GmbH möchte mit Ihrem neuartigen Konzept der chinesischen Küche voll durchstarten. Hierfür benötigt der Geschäftsführer, Herr Dr. Zhou, eine neue Maschine. Die Maschine hat eine Nutzungsdauer von fünf Jahren.

Da die Maschine mit einer Anschaffungsauszahlung von 100 000 EUR sehr teuer ist, kann er die Maschine nicht direkt kaufen. Als Finanzierungsmöglichkeiten kommen ein Kreditkauf und Finanzierungsleasing in Betracht.


Der Nennbetrag des Kredites entspricht der Anschaffungsauszahlung. Ein Disagio liegt nicht vor. Die Laufzeit entspricht der Nutzungsdauer. Die Tilgung erfolgt endfällig.

Der Leasingvertrag beträgt drei Jahre. Hierfür müssen drei Leasingraten erbracht werden von jeweils 30 000 EUR. Nach drei Jahren wird die Maschine zum Restbuchwert erworben. Es wird linear abgeschrieben. Die Leasingraten stellen in voller Höhe Aufwand dar.

Der Sollzins beträgt 10% und entspricht dem Habenzins. Der Kapitalmarkt ist unbeschränkt und der Planungshorizont beträgt fünf Jahre.

- Nennen Sie jeweils zwei Vor- und Nachteile der Leasingfinanzierung.
- Sollte Dr. Zhou die Maschine per Kredit oder per Leasing finanzieren, wenn die Maschine die vollen fünf Jahre genutzt werden soll? Steuern sind nicht zu berücksichtigen.
- Nun gehen Sie davon aus, dass der Sollzins 12% beträgt, der Habenzins beträgt nach wie vor 10%. Was für ein Kapitalmarkt liegt jetzt vor? Wie verändert sich das Ergebnis aus Aufgabenteil b)?
- Die NiHao GmbH muss nun aufgrund einer schlechten Verhandlungsposition ein Disagio entrichten. Welches Disagio kann Herr Zhou bei einem Sollzinssatz von 10% maximal akzeptieren, damit die Kreditfinanzierung bezogen auf Aufgabenteil b) bevorzugt wird?



 (554) **Aufgabe 3 Neutrale Steuersysteme** (30 Punkte)



Eine Investorin verfügt über 840 EUR an Eigenmitteln. Ihr bietet sich die Möglichkeit der Investition in folgenden Zahlungsvektor:

$t$	0	1	2	3
$Z_t$	-1 200	450	500	600

Die fehlenden Mittel werden durch ein Tilgungsdarlehen mit einer Laufzeit von drei Perioden und konstanter jährlicher Tilgung finanziert. Die Auszahlung des Darlehens erfolgt zu 100%. Der Kapitalmarktzins beträgt 10%. Der Kapitalmarkt ist vollkommen.

- a) Ermitteln Sie den Kapitalwert vor Steuern!
- b) Ermitteln Sie den Kapitalwert nach Steuern, wenn die Investition linear abgeschrieben wird und der Steuersatz 50% beträgt. Die betriebsgewöhnliche Nutzungsdauer beträgt 3 Perioden. Unterstellen Sie ein einfaches Gewinnsteuersystem mit sofortigem und vollständigem Verlustausgleich.
- c) Ermitteln Sie den Kapitalwert nach Steuern im Fall einer zinsbereinigten Einkommensteuer. Der Steuersatz beträgt weiterhin 50%. Es wird linear über die betriebsgewöhnliche Nutzungsdauer abgeschrieben. Unterstellen Sie sofortigen und vollständigen Verlustausgleich!
- d) Ermitteln Sie den Kapitalwert im Fall der Besteuerung des ökonomischen Gewinns. Gehen Sie davon aus, dass die Investition vollständig mit Eigenmitteln finanziert wird.
- e) Ermitteln Sie jetzt den Kapitalwert im Fall der Besteuerung des ökonomischen Gewinns unter der Annahme der Finanzierungsmodalitäten im Ausgangsfall (teilweise Fremdfinanzierung).





## ÜBUNGSKLAUSUR 4

### Schwerpunkte der Klausur

Die Klausur befasst sich im Wesentlichen mit Steuern in der Investitionsrechnung. In den Aufgabenstellungen sind die Anwendung des Standardmodells mit Ertragsteuern und die Investitionsrechnung mit Gewinnen verarbeitet. Zudem werden Grundkenntnisse der Investitionsrechnung abgefragt.

### Bearbeitungshinweise

Die Bearbeitungszeit der Klausur beträgt 60 Minuten, dabei kann eine Gesamtpunktzahl von 60 Punkten erreicht werden. Eine zusätzliche Einarbeitungszeit wird nicht gewährt. Die Aufgabenstellung umfasst 3 Aufgaben. Es sind alle Aufgaben zu bearbeiten. Die Klausur ist mit Tinte oder Kugelschreiber zu bearbeiten. Mit Bleistift bearbeitete Klausuren werden nicht gewertet. Der Lösungsweg muss deutlich erkennbar, nachvollziehbar und lesbar sein. Runden Sie kaufmännisch auf zwei Nachkommastellen!

### Zulässige Hilfsmittel

Zur Lösung der Klausur darf ein nicht programmierbarer Taschenrechner verwendet werden.

### 📍 (557) Aufgabe 1 Aussagenüberprüfung (10 Punkte)



- a) Ein Topmanager einer berühmigten Deutschen Großbank wirbt damit, dass sein Unternehmen nur dann investiere, wenn mindestens eine Rendite von 25% zu erwarten ist. Beurteilen Sie die Aussage des Managers!
- b) Ein Politiker sagt, eine Unternehmung, die aus einer Investitionsalternative »schwarze Zahlen« schreiben würde (Gewinne erwirtschaftet) und trotzdem nicht investiert, nicht nur unsozial, sondern auch kaufmännisch falsch handle. Hat der Politiker recht? Unterlegen Sie Ihre Argumentation durch die Bildung eines selbstgewählten einperiodigen Beispiels.
- c) Ein Finanzmanager behauptet, dass eine Fremdfinanzierung stets einer Eigenfinanzierung unterlegen ist. Er begründet dies damit, dass bei der Fremdfinanzierung Zinsen bezahlt werden müssen, die bei der Eigenkapitalfinanzierung nicht anfallen. Hat der Manager recht? Begründen Sie Ihre Antwort anhand eines selbstgewählten zweiperiodigen Beispiels.
- d) Ein Finanzierungstheoretiker behauptet: »Eine Unternehmensbewertung darf ausschließlich auf Basis von Zahlungsströmen erfolgen. «Profit is opinion, but cash is fact.« Eine Bewertung auf Basis von Gewinngrößen kann deshalb niemals zu dem selben Ergebnis führen und ist für den Zweck der zukunftsorientierten Bewertung unbrauchbar. «Hat der Theoretiker recht? Begründen Sie Ihre Antwort!



📍 (558)

**Aufgabe 2** *Investitionsrechnung mit Gewinnen*

(30 Punkte)



Ein Investor überlegt, in  $t = 0$  in eine Maschine mit einer betriebsgewöhnlichen Nutzungsdauer von 3 Jahren zu investieren. Diese wird linear abgeschrieben. Die sofort fälligen Anschaffungskosten ( $t = 0$ ) betragen 900 EUR. In der nachstehenden Tabelle sind die Plandaten zur Beurteilung der Investition aufgeführt:

Zeitpunkt	1	2	3
Produktionsmenge (Stück)	100	200	200
Absatzmenge (Stück)	30	250	220
Verkaufspreis (EUR/Stück)	10	12	14
Herstellungskosten (EUR/Stück)	1,50	2,00	2,50
<i>Beschaffung von Rohstoffen</i>			
Beschaffungsmenge (Stück)	150	180	170
Stückpreis (EUR)	2,00	3,00	4,00
Auszahlung für Rohstoffe (EUR)	300	540	680
<i>Verbrauch von Rohstoffen</i>			
Verbrauchsmenge (Stück)	100	200	200
Stückpreis (EUR)	2,00	2,75	3,85
Materialkosten (EUR)	200	550	770
Abschreibungen (EUR)	300	300	300
Energie und Reparaturen (EUR)	150	200	200
Löhne und Gehälter (EUR)	200	400	400

- Aufgrund von Prozessrisiken wird in  $t = 2$  eine Rückstellung in i. H. v. 100 EUR gebildet, die in  $t = 3$  i. H. v. 80 EUR zahlungswirksam wird.
  - Der Kapitalmarktzins beträgt 10%.
  - Die Zahlungen für Energie und Reparaturen, Löhne und Gehälter und für die Beschaffung von Rohstoffen werden in jeder Periode bar geleistet.
  - Der Planungshorizont des Investors beträgt 3 Jahre.
  - In  $t = 1$  und  $t = 2$  erfolgen die Umsatzerlöse jeweils zu 50% auf Ziel, der Rest erfolgt in bar in der jeweiligen Periode. Die Zahlungen der Zielverkäufe gehen in  $t = 3$  in bar ein.
  - Pro Mengeneinheit Endprodukt wird eine Mengeneinheit Rohstoff benötigt.
  - Als Verbrauchsfolgeverfahren kommt sowohl bei den Rohstoffen als auch bei den Fertigerzeugnissen die Fifo-Methode zur Anwendung.
- a) Ermitteln Sie die Zahlungsreihe und den Kapitalwert der Investition!
  - b) Ermitteln Sie die Gewinnreihe!
  - c) Zeigen Sie unter Verwendung Ihrer Ergebnisse aus a) und b), dass das Kongruenzprinzip erfüllt ist!
  - d) Ermitteln Sie die Kapitalbindung in jeder Periode!
  - e) Ermitteln Sie den Kapitalwert auf Basis der Residualgewinne!





562

**Aufgabe 3 Grenzpreise**

(20 Punkte)

Für Paulina besteht die Möglichkeit der Investition in ein Unternehmen, das konstante Zahlungsüberschüsse i. H. v. 100 TEUR pro Periode bis in alle Ewigkeit generiert. Der Buchwert beträgt 0 TEUR, der Teilwert beträgt 1 600 TEUR. Der Kapitalmarktzins vor Steuern beträgt 10%, der Grenzsteuersatz 40%. Etwasige Buchwertaufstockungen werden linear über 10 Jahre abgeschrieben. Ein etwaiger Firmenwert wird linear über 15 Jahre abgeschrieben.

- Ermitteln Sie den Grenzpreis für Paulina bei Anwendung des Ertragswertverfahrens!
- Ermitteln Sie den Grenzpreis des Verkäufers, wenn der Verkäufer einen Grenzsteuersatz von 40% hat. Kommt die Transaktion zustande?
- Was wäre, wenn der Verkäufer einen Grenzsteuersatz von 25% hat?
- Wie hoch dürfte der Steuersatz auf Veräußerungsgewinne maximal sein, damit die Transaktion zustande kommt?
- Welchen Freibetrag für Veräußerungsgewinne müsste der Gesetzgeber gewähren, damit die Transaktion zustande kommt?
- Ausgehend von c): Wie hoch dürfen die Transaktionskosten für Paulina maximal sein, damit die Transaktion zustande kommt?





## ÜBUNGSKLAUSUR 5

### Schwerpunkte der Klausur

Die Klausur befasst sich mit der Berechnung der optimalen Nutzungsdauer und des optimalen Ersatzzeitpunkts jeweils unter Vernachlässigung und Berücksichtigung der Besteuerung. Zudem sind die Auswirkungen alternativer Abschreibungsformen auf den Kapitalwert nach Steuern zu berechnen.

### Bearbeitungshinweise

Die Bearbeitungszeit der Klausur beträgt 60 Minuten, dabei kann eine Gesamtpunktzahl von 60 Punkten erreicht werden. Eine zusätzliche Einarbeitungszeit wird nicht gewährt. Die Aufgabenstellung umfasst 3 Aufgaben. Es sind alle Aufgaben zu bearbeiten. Die Klausur ist mit Tinte oder Kugelschreiber zu bearbeiten. Mit Bleistift bearbeitete Klausuren werden nicht gewertet. Der Lösungsweg muss deutlich erkennbar, nachvollziehbar und lesbar sein. Runden Sie kaufmännisch auf zwei Nachkommastellen!

### Zulässige Hilfsmittel

Zur Lösung der Klausur darf ein nicht programmierbarer Taschenrechner verwendet werden.

### 📍 (564) **Aufgabe 1** *Optimale Nutzungsdauer* (20 Punkte)



Einem Investor bietet sich eine Investitionsalternative mit nachstehenden Anschaffungskosten ( $A_0$ ), periodischen Zahlungsüberschüssen ( $Z_t$ ) sowie den Resterlösen ( $RE_t$ ) in den jeweiligen Perioden:

$t$	0	1	2	3	4
$A_0$	-100				
$Z_t$		60	35	20	10
$RE_t$	100	90	70	60	50

Der Kapitalmarktzins vor Steuern beträgt 10%.

- Ermitteln Sie den Kapitalwert bei maximaler Nutzungsdauer!
- Ermitteln Sie den Kapitalwert bei optimaler Nutzungsdauer!
- Ermitteln Sie den optimalen Ersatzzeitpunkt, wenn die Investition einmal identisch ersetzt wird!
- Ermitteln Sie den optimalen Ersatzzeitpunkt, wenn die Investition beliebig oft hintereinander durchgeführt werden kann!

### 📍 (565) **Aufgabe 2** *Wirkungen von Abschreibungen* (20 Punkte)




Ein Investor plant, in ein unbebautes Grundstück zu investieren. Die Anschaffungskosten in  $t=0$  betragen 1 500 EUR. Miet- oder Pachterträge sind nicht zu erwarten. Der Investor veräußert die Immobilie in  $t=3$  für 1 889,57 EUR.



Die Anschaffungskosten sind voll eigenfinanziert. Der Kapitalmarktzins vor Steuern beträgt 10%, der Steuersatz beträgt 40%. Es wird sofortige vollständige Verlustverrechnung unterstellt.

Ermitteln Sie

- a) den Kapitalwert der Investition vor Steuern!
- b) den Kapitalwert nach Steuern im Fall eines einfachen Gewinnsteuersystems und Endabschreibung!
- c) den Kapitalwert nach Steuern im Fall einer Sofortabschreibung der Anschaffungskosten! Zinsen werden besteuert.
- d) die interne Rendite der Investition!
- e) den Kapitalwert nach Steuern im Fall der »Kapitalfreisetzungabschreibung«!
- f) den Kapitalwert nach Steuern im Fall der Ertragswertabschreibung ( $i = 10\%$ )!

 (567) **Aufgabe 3** *Optimaler Ersatzzeitpunkt mit Steuern* (20 Punkte)



Um bei auswärtigen Terminen einen bleibenden Eindruck zu hinterlassen, hat sich der pfiffige Unternehmen Udo einen nagelneuen PKW für 30 000 EUR angeschafft. Hierdurch spart sich Udo die teuren Fahrten mit dem Zug. Die jährlichen Kosteneinsparungen seien mit  $KE_t$  beschrieben. Außerdem hat Udo die Möglichkeit, den PKW nach jeder Periode zum Restverkaufserlös ( $RE_t$ ) zu veräußern. Die Nutzungsdauer des PKW wird voraussichtlich fünf Jahre betragen. Der Buchwert in jeder Periode beträgt  $BW_t$ . Zusammenfassend lässt sich die Situation wie folgt darstellen:

t	0	1	2	3	4	5
$A_0$	-30 000					
$KE_t$		10 000	9 000	5 800	4 900	4 200
$RE_t$		25 000	19 000	15 000	10 000	0
$BW_t$		20 000	16 000	12 000	4 000	0

Der Kalkulationszinssatz beträgt 10%.

- a) Sollte der PKW angeschafft werden, wenn er über die gesamte Nutzungsdauer benutzt wird?
- b) Wie lange sollte der PKW aus finanzwirtschaftlicher Sichtweise genutzt werden? Wie hoch sind jeweils Grenzgewinn, Grenzkapitalwert und der Kapitalwert in der letzten vorteilhaften Periode?
- c) Nun befindet sich Udo in  $t = 2$  und er überlegt, den PKW zu veräußern. Außerdem sind nun Steuern in Höhe von 50% zu berücksichtigen. Soll Udo den PKW am in  $t = 2$  veräußern?
- d) Vergleichen Sie Ihre Ergebnisse aus b) und c). Wie erklären Sie sich die Unterschiede?



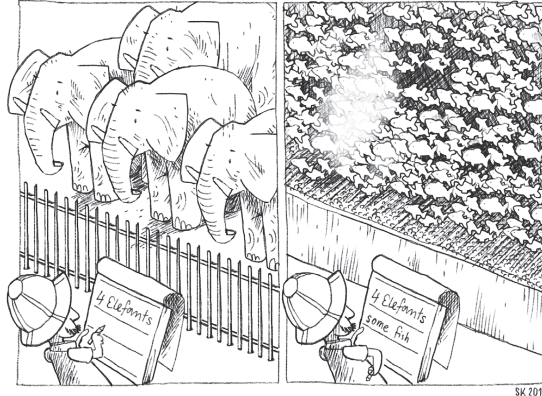


© Prof. Dr. Sebastian Schanz

TEIL IV  
LÖSUNGEN DER  
ÜBUNGSAUFGABEN



INVENTUR IM ZOO



Quelle: Schanz, Sebastian/Koschmieder, Simon (2014): *Humoristische Zeichnungen zum Betrieblichen Rechnungswesen*, Selbstverlag, Bayreuth, ISBN 978-3-00-047631-0, Seite 16.

## 2 Grundlagen der Finanzmathematik

### (23) Lösung Aufgabe 1 Wahr oder falsch?

1. *falsch* | Rationale Individuen streben nach der Maximierung des Konsumnutzens. Dabei werden Zahlungen in Konsumnutzen transformiert. Gewinne sind nicht zahlungsgleich und lassen sich daher nicht in Konsumnutzen transformieren.
2. *wahr* | Die Bestimmungsgründe des Zinses liegen letztlich in der menschlichen Ungeduld. Diese Ungeduld ist der Grund, dass gegenwärtige Güter in aller Regel mehr wert sind als künftige Güter gleicher Art und Zahl. In der Mikroökonomie wird diese Ungeduld als »Zeitpräferenz« beschrieben, folglich wird der Zinssatz als »Zeitpräferenzrate« interpretiert. Die »Zeitpräferenzrate« drückt dabei aus, in welchem Umfang man für das Warten entschädigt werden muss, wobei Warten die Verschiebung des Konsums von heute auf morgen bedeutet.
3. *wahr* | Die »Diskontierung« wird auch als »Abzinsung« bezeichnet.
4. *wahr* |  $1\ 000 + 0,1 \times 1\ 000 + 0,1 \times 1\ 000 = 1\ 200$  EUR.
5. *wahr* | Vorschüssige Renten bzw. Pränumerando-Renten werden immer zu Beginn einer Periode bezahlt.
6. *wahr* | Da bei der vorschüssigen Rente eine Periode weniger abgezinst werden muss, ist bei einem positiven Kapitalmarktzins ( $i > 0$ ) der Barwert einer vorschüssigen Rente bei sonst gleichen Bedingungen im Vergleich zum Barwert einer nachschüssigen Rente immer höher.
7. *wahr* | Das liegt daran, dass beim Fälligkeitsdarlehen der Kredit bis zum Ende der Laufzeit nicht getilgt wird, während beim Annuitätendarlehen im Zeitablauf getilgt wird und dadurch die Zinszahlungen sinken. Ein Ausnahmefall stellt ein Kredit über ein Jahr dar. In diesem Fall ist die Summe der Zinszahlungen bei beiden Darlehensformen identisch.
8. *wahr* |  $1\ 000 \times 1,1^2 = 1\ 210$  EUR
9. *wahr* |  $\frac{110}{1,1} = 100$  EUR
10. *falsch* | Fälligkeitsdarlehen bedeutet, dass die Darlehenssumme am Ende der Laufzeit in einem Betrag fällig ist.
11. *wahr* | In der Regel handelt es sich um konstante Beträge.
12. *wahr* | In der Rente sind Zins- und Tilgungszahlungen verarbeitet.
13. *wahr* | Der Barwert entspricht in diesem Fall der Summe der Rentenzahlungen. Ob die Rente vor- oder nachschüssig gezahlt wird, spielt keine Rolle. Lediglich die Anzahl und die Höhe der Rentenzahlungen muss übereinstimmen.
14. *wahr* |  $\frac{100}{0,1} = 1\ 000$  EUR
15. *wahr* | Alternativ bestimmt sich der Tilgungsanteil aus der Differenz der Rentenzahlungen in der Periode und dem Zinsanteil der Rente.
16. *wahr* | Alternativ ergibt sich der ökonomische Gewinn als Zinsen des Ertragswerts der Vorperiode zuzüglich der Zinsen auf die Kapitalmarktanlage der Vorperiode.



17. *falsch* | Die letzte Zahlung findet in  $t=9$  statt, was dem Beginn von Periode 10 entspricht.
18. *falsch* | Der Barwert lässt sich bestimmen. Nur im Fall einer ewigen Rente ( $K_0 = \frac{r}{i-q}$ ) könnte man den Barwert nicht bestimmen, da eine Division durch null nicht definiert ist.
19. *wahr* | Es gilt  $K_0 = \frac{r}{i} = \frac{2}{0,1} = 20$ .
20. *wahr* | Es gilt  $K_0 = \frac{r}{i} \times q = \frac{4}{0,04} \times 1,04 = 104$ .
21. *wahr* | Die 5. Zahlung erfolgt in  $t=4$ , also zu Beginn des 5. Jahres.
22. *falsch* | Mit steigendem Zinssatz sinkt der Barwert der Rente:  $\frac{\partial K_0}{\partial i} = -\frac{r}{i^2} < 0$ .
23. *wahr* | Der Barwert einer nachschüssigen Rente wird durch

$$K_0 = \sum_{t=1}^n \frac{r}{q^t} \quad \text{bestimmt. Für } i=0 \text{ gilt } q=1 \text{ und damit}$$

$$K_0 = \sum_{t=1}^n r = n \times r.$$

24. *wahr* | Es gilt  $i_{\text{eff}} = \left(1 + \frac{0,12}{12}\right)^{12} - 1 = 0,1268 = 12,68\%$ .
25. *falsch* | Der Tilgungsanteil berechnet sich so wie angegeben.
26. *wahr* | Da sich die Rentenzahlung aus der Summe von Zins- und Tilgungsanteil ergibt und der Zinsanteil korrekt angegeben ist, muss die Restgröße dem Tilgungsanteil entsprechen.
27. *wahr* | Dazu wird der Barwert der nicht unformen Zahlungsreihe durch Diskontierung der einzelnen Zahlungen bestimmt. Im Anschluss wird aus dem Barwert eine Annuität berechnet.
28. *wahr* | Wenn der durchschnittliche Zinsanteil 5 EUR beträgt, dann beträgt der durchschnittliche Tilgungsanteil (25 - 5 =) 20 EUR und der Nennwert des Kredits (5 × 20 =) 100 EUR.
29. *falsch* | Der Nennwert beträgt  $K_0 = \frac{110}{5} \times \frac{1,1^5 - 1}{0,1 \times 1,1^5} = 83,40$ .
30. *wahr* | Das ergibt sich aus der Nachschüssigkeit der Rente.
31. *falsch* | Bei einer Laufzeit von weniger als einem Jahr kann das Endvermögen bei einfacher Verzinsung höher sein.

(25) **Lösung Aufgabe 2** *Zeitwert des Geldes*

- a) *Zielgröße der Individuen als maßgebliche Größe in der Investitionsrechnung*

Die Ergebnisse der neoklassischen Investitionstheorie basieren auf der Annahme, dass rationale Individuen nach Nutzenmaximierung streben. Nutzenmaximierung wird dabei durch Maximierung des Konsumnutzens erreicht, wobei angenommen wird, dass ausschließlich Zahlungen (Cash) in Konsumnutzen transformiert werden können. Die *Zielgröße* besteht also in Zahlungen, die zur Transformation in Konsum(nutzen) bereitstehen.

*Gewinne* gehören in die Kategorie des externen Rechnungswesens. Sie sind i. d. R. nicht vollständig zahlungswirksam und scheiden deshalb als finanzielle Zielgröße aus.





b) *Begriff der Investition*

Im Allgemeinen versteht man unter einer Investition eine Auszahlung, ein Opfer (z. B. im Sinne von Zeitaufwand oder Disnutzen) oder Kosten gefolgt von Einzahlungen bzw. zusätzlichem Nutzen. Zum Beispiel besteht die Investition eines Studiums neben dem direkten finanziellen Aufwand für Miete, Semesterbeitrag und Lehrmaterialien in den Opportunitätskosten, die durch den Zeitaufwand im Hörsaal entstehen. Durch den Besuch von Vorlesungen können andere Tätigkeiten zum Geldverdienen nicht durchgeführt werden.

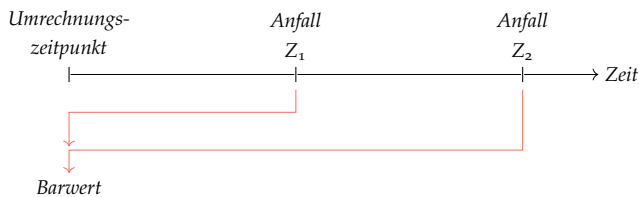
c) *Zeitlicher Anfall von Zahlungen*

Zahlungen, die zu unterschiedlichen Zeitpunkten anfallen, sind nicht vergleichbar. Ein Grund dafür ist die menschliche Ungeduld. Ein Betrag heute, der sofort in Konsum(nutzen) transformiert werden kann, wird höher bewertet, als derselbe Betrag morgen. Wie hoch der Betrag morgen sein muss, dass er als äquivalent für den Betrag heute angesehen wird, hängt grundsätzlich von der Zeitpräferenz des Individuums ab. Junge Menschen, z. B. Studierende, haben i. d. R. eine höhere Zeitpräferenzrate als ältere (besser situierte) Menschen. Das Warten fällt jüngeren (weniger gut situierten) Menschen schwerer. Die höhere Zeitpräferenzrate bedeutet, dass der Betrag morgen schon wesentlich höher sein muss als der Betrag heute, damit der jüngere Mensch auf den Betrag heute verzichtet.

Am Kapitalmarkt wird diese Zeitpräferenzrate durch den Zinssatz beschrieben. Je höher der Zinssatz, desto weniger ist der Betrag, der morgen gezahlt wird, heute wert. Formal gilt:  $Z_0 \times (1 + i) \equiv Z_1$ . Zahlungen, die zu unterschiedlichen Zeitpunkten anfallen, sind also nicht vergleichbar. Sie müssen deshalb auf einen gemeinsamen Zeitpunkt »umgerechnet« werden. Häufig wird der »gemeinsame Zeitpunkt« als der Entscheidungszeitpunkt verstanden. Dabei ist der Entscheidungszeitpunkt der Zeitpunkt, zu dem die (Investitions)Entscheidung getroffen wird. Der »gemeinsame Zeitpunkt« kann aber auch jeder beliebig andere Zeitpunkt sein.

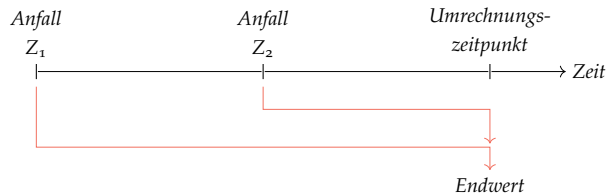
Wird eine Zahlung auf einen Zeitpunkt vor ihrem Anfall »umgerechnet«, spricht man von *Abzinsung* oder *Diskontierung*.

In den nachfolgenden Abbildungen wird der »Umrechnungszeitpunkt« als Zeitpunkt, auf den »umgerechnet« werden soll, verstanden. Die nachstehende Abbildung skizziert die *Diskontierung* der Zahlungen  $Z_1$  und  $Z_2$  auf den Umrechnungszeitpunkt.



Der diskontierte Wert einer Zahlung wird auch als deren *Barwert* bezeichnet. Der Barwert einer Zahlungsreihe ist die Summe der diskontierten Zahlungen.

Das Gegenstück zur Diskontierung stellt die in der nachstehenden Abbildung skizzierte *Aufzinsung* dar. Aufgezinste Werte werden auch als *Endwerte* bezeichnet.



d) *Vergleichbarmachung von Zahlungen*

Zur Umrechnung einer Zahlung auf einen Referenzzeitpunkt (Entscheidungszeitpunkt) werden benötigt:

- die Höhe der Zahlung
- der Zeitraum der Umrechnung, also der Zeitraum zwischen dem Zeitpunkt des Anfalls der Zahlung und dem Referenzzeitpunkt
- der Zinssatz (= Zeitpräferenzrate)

Zahlungen fallen immer zu einem bestimmten Zeitpunkt an.

• *Zeitliche Umrechnung von Zahlungen*

Die 300 EUR heute ( $t=0$ ) entsprechen in  $t=3$ :

$$EW_3 = K_0 \times (1+i)^3 = 300 \times 1,1^3 = 399,30 \text{ EUR.}$$

Das Kapital wird um drei Perioden aufgezinst. Insgesamt existieren bei diesem Zeithorizont vier Zahlungszeitpunkte. Es wird unterstellt, dass der Zeitraum zwischen zwei Zahlungszeitpunkten ein Jahr beträgt.

Die 500 EUR in  $t=3$  entsprechen in  $t=0$

$$BW_0 = \frac{K_3}{(1+i)^3} = \frac{500}{1,1^3} = 375,66 \text{ EUR.}$$

(25) **Lösung Aufgabe 3** *Konsum heute oder morgen?*

- a) Die Zeitpräferenzrate steht stellvertretend für die Ungeduld eines Individuums. Je höher die Zeitpräferenzrate ist, desto höher ist der Nutzen des Konsums heute. Um indifferent zu sein zwischen den 100 EUR heute und den 105 EUR im nächsten Jahr, dürfte die Zeitpräferenzrate ( $\rho$ )

$$\rho = \frac{105}{100} - 1 = 0,05 = 5\%$$

nicht übersteigen.



- b) Sofern Rosa die 100 EUR heute annimmt, kann sie 100 Tafeln Schokolade erwerben. Sofern sie die 105 EUR im nächsten Jahr annimmt, kann sie heute einen Kredit über

$$K = \frac{105}{1,02} = 102,94$$

aufnehmen. Den Kredit inklusive Zinsen (= 105 EUR) kann sie morgen wieder zurückzahlen. In diesem Fall kann Rosa heute 102 ganze Tafeln Schokolade kaufen.

- c) Liegt der Sollzinssatz bei 10%, könnte Rosa heute nur einen Kredit von

$$K = \frac{105}{1,1} = 95,45$$

aufnehmen. Ihr steht also weniger Geld zum Konsum zur Verfügung im Vergleich zu den 100 EUR heute. Rosa wird die Zahlung heute wählen.

(25) **Lösung Aufgabe 4** *Einfache Verzinsung*

- a) Ermittlung des Endkapitals

$$K_n = K_0 \times (1 + n \times i) \Leftrightarrow 100 \times (1 + 10 \times 0,05) = 150$$

- b) Ermittlung des Anfangskapitals

$$K_0 = \frac{K_n}{(1 + n \times i)} \Leftrightarrow \frac{765}{(1 + 5 \times 0,07)} = 566,67$$

- c) Ermittlung des Zinssatzes

$$i = \frac{1}{n} \times \left( \frac{K_n}{K_0} - 1 \right) \Leftrightarrow \frac{1}{6} \times \left( \frac{100}{50} - 1 \right) = 0,1667 = 16,67\%$$

- d) Ermittlung der Laufzeit

$$n = \frac{1}{i} \times \left( \frac{K_n}{K_0} - 1 \right) \Leftrightarrow \frac{1}{0,08} \times \left( \frac{686,40}{520} - 1 \right) = 4$$

(26) **Lösung Aufgabe 5** *Einfache Verzinsung und unterjährliche Verzinsung*



- a) Ermittlung des Kapitals in  $t = 5$ . Es gilt:

$$\begin{aligned} m &:= \text{Anzahl der Zinsperioden pro Jahr,} \\ j &:= \text{unterjährlicher Zinssatz,} \\ N &:= \text{Laufzeit der Kapitalanlage, gemessen in Zinsperioden } (N = n \times m). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} K_N &= K_0 \times (1 + N \times j) \\ &= 1\,000 \times \left(1 + 4 \times 5 \times \frac{0,12}{4}\right) = 1\,600. \end{aligned} \quad (2)$$

- b) Bestimmung des Kapitals in  $t = 0$ : Umformen von (2) nach  $K_0$  ergibt

$$K_0 = \frac{K_N}{(1 + N \times j)}.$$

Nach Einsetzen der Werte erhält man

$$K_0 = \frac{2\,500}{(1 + 12 \times 3 \times 0,005)} = 2\,118,64.$$

- c) Bestimmung der Laufzeit: Umformen von (2) nach  $n$  ergibt mit  $N = n \times m$

$$\begin{aligned} K_N &= K_0 \times (1 + n \times m \times j) \\ \frac{K_N}{K_0} - 1 &= n \times m \times j \\ n &= \frac{\frac{K_N}{K_0} - 1}{m \times j}. \end{aligned} \quad (3)$$

Nach Einsetzen der Werte erhält man

$$n = \frac{\frac{850}{500} - 1}{2 \times 0,025} = 14.$$

- d) Berechnung des Zinssatzes: Auflösen von (3) und Einsetzen der Werte ergibt

$$j = \frac{1}{n \times m} \times \left(\frac{K_N}{K_0} - 1\right) = \frac{1}{4 \times 10} \times \left(\frac{900}{100} - 1\right) = 0,2 = 20\%.$$

Der nominelle Jahreszins beträgt demnach  $4 \times 20\% = 80\%$ .

(26) **Lösung Aufgabe 6** Zinsrechnung

- a) Ermittlung des Endkapitals

$$K_n = K_0 \times (1 + i)^n \Leftrightarrow K_n = 900 \times (1,04)^7 = 1\,184,34$$

- b) Ermittlung des Endkapitals

$$K_n = 10\,000 \times 1,025^5 \times 1,05^3 = 13\,097,46$$



c) *Ermittlung der Zinssätze*

Der Zinssatz von  $t=0$  bis  $t=5$  beträgt

$$i_{1-5} = \left( \frac{15\,000}{12\,000} \right)^{\left(\frac{1}{5}\right)} - 1 = 0,0456 = 4,56\%.$$

Der Zinssatz von  $t=6$  bis  $t=8$  beträgt

$$i_{6-8} = \left( \frac{18\,000}{15\,000} \right)^{\left(\frac{1}{3}\right)} - 1 = 0,0627 = 6,27\%.$$

Der Zinsertrag in  $t=6$  beläuft sich auf

$$\text{Zins}_6 = 15\,000 \times 0,0627 = 940,50$$

(ungerundet = 939,88).

d) 1) *Ermittlung des Zinssatzes*

$$1\,000 \times (1+i)^7 = 1\,430,72 \quad \Leftrightarrow \quad i = \left( \frac{1\,430,72}{1\,000} \right)^{\frac{1}{7}} - 1 = 0,0525 = 5,25\%.$$

*Ermittlung der Laufzeit*

$$1\,430,72 \times 1,0525^n = 1\,847,84 \quad \Leftrightarrow \quad \ln 1,0525^n = \ln \frac{1\,847,84}{1\,430,72} = \ln 1,2915$$

$$n = \frac{\ln 1,2915}{\ln 1,0525} = 5.$$

2) *Ermittlung der Zinserträge*

Kapital nach 6 Jahren

$$K_6 = 1\,000 \times 1,0525^6 = 1\,359,35$$

Zinsen darauf

$$\text{Zins}_7 = 1\,359,35 \times 0,0525 = 71,37$$

Kapital nach  $7+n-1 = 11$  Jahren

$$K_{11} = 1\,000 \times 1,0525^{11} = 1\,755,67$$

Zinsen darauf

$$\text{Zins}_{12} = 1\,755,67 \times 0,0525 = 92,17$$

e) *Berechnung des Anfangskapitals*

$$K_0 = \frac{K_n}{(1+i)^n} = \frac{K_{24}}{(1+i)^{24}} = \frac{24\,000}{(1,05)^{24}} = 7\,441,63$$

Das Anfangsvermögen beträgt  $K_0 = 7\,441,63$ .



## (27) Lösung Aufgabe 7 Zinseszinsen und unterjährliche Verzinsung

- a) Der effektive Jahreszins beträgt

$$i_{\text{eff}} = \left(1 + \frac{i_{\text{nom}}}{m}\right)^m - 1 = \left(1 + \frac{0,1}{12}\right)^{12} - 1 = 0,1047 = 10,47\%.$$

- b) Das Kapital in
- $t = 5$
- beträgt

$$K_N = 1\,000 \times (1 + 0,02)^{4 \times 5} = 1\,485,95.$$

- c) Die Ausgangsgleichung lautet

$$K_N = K_0 \times (1 + i_{\text{eff}})^n = K_0 \times \left(1 + \frac{i_{\text{nom}}}{m}\right)^{m \times n}.$$

Auflösen nach  $i_{\text{nom}}$  ergibt

$$i_{\text{nom}} = \left( \sqrt[n \times m]{\frac{K_N}{K_0}} - 1 \right) \times m = \left( \sqrt[12]{\frac{1\,613,87}{1\,200}} - 1 \right) \times 2 = 0,0500 = 5\%.$$

Der effektive Jahreszins beträgt dann

$$i_{\text{eff}} = \left(1 + \frac{0,05}{2}\right)^2 - 1 = 0,0506 = 5,06\%.$$

- d) Die Laufzeit beträgt

$$\begin{aligned} 2\,474,89 &= 1\,800 \times 1,01^{n \times 4} \\ \frac{2\,474,89}{1\,800} &= 1,01^{n \times 4} \\ n &= \frac{\ln\left(\frac{2\,474,89}{1\,800}\right)}{4 \times \ln 1,01} = 8 \text{ Jahre.} \end{aligned}$$

- e) Der Nachzahlungsbetrag (
- $K_n$
- ) setzt sich aus der Steuerschuld selbst (
- $K_0$
- ) und den aufgelaufenen Zinsen i. H. v. 10 242,46 EUR (
- $\Delta$
- ) zusammen. Es gilt

$$K_n = K_0 + \Delta. \quad (4)$$

Bei einfacher Verzinsung lässt sich  $K_n$  auch durch

$$K_n = K_0 \times (1 + j)^{m \times n} \quad (5)$$

bestimmen. Setzt man (4) und (5) gleich und löst nach  $K_0$  auf, erhält man

$$\begin{aligned} K_0 + \Delta &= K_0 \times (1 + j)^{m \times n} \\ K_0 - K_0 \times (1 + j)^{m \times n} &= -\Delta \\ K_0 \times (1 - (1 + j)^{m \times n}) &= -\Delta \\ K_0 &= \frac{-\Delta}{(1 - (1 + j)^{m \times n})} \\ K_0 &= \frac{-10\,242,46}{(1 - (1 + 0,005)^{12 \times 10})} = 12\,500 \text{ EUR.} \end{aligned}$$



## (27) Lösung Aufgabe 8 Inanspruchnahme eines Skontos

## a) Vorteilhaftigkeitsrechnung

Wird das Skonto in Anspruch genommen, muss ein Kredit i. H. v.  $1\,000 \times (1 - 0,02) = 980$  EUR aufgenommen werden. Das Skonto wird in Anspruch genommen, wenn die Sollzinsen niedriger sind als das Skonto. Für die Inanspruchnahme des Skontos muss der Betrag innerhalb von 7 Tagen beim Empfänger eingegangen sein. Bei der Fristberechnung wird der 1. März nicht mitgezählt, da es sich um eine Ereignisfrist handelt. Die Frist beginnt gem. § 187 Abs. 1 BGB mit dem 2. März und endet mit Ablauf des 8. März, § 188 Abs. 1 BGB. Der Kredit muss demnach am 8. März aufgenommen werden. Der Betrag erreicht den Empfänger laut Aufgabenstellung am selben Tag. Der Zinslauf beginnt am 9. März (§ 187 Abs. 1 BGB) und endet mit Ablauf des 22. März. Mithin sind Zinsen für 14 Tage zu entrichten. Die Zinsen betragen:

$$\text{Zinsen} = 980 \times \frac{14}{365} \times 0,15 = 5,64 \text{ EUR.}$$

Da die Sollzinsen niedriger sind als das Skonto, ist die Inanspruchnahme des Skontos vorteilhaft.

## b) Laufzeit, bei der Indifferenz herrscht

Beträgt die Laufzeit des Kredits über

$$20 = 980 \times \frac{x}{365} \times 0,15 \Rightarrow x = \frac{20 \times 365}{0,15 \times 980} \approx 49 \text{ Tage}$$

ist die Inanspruchnahme des Skontos nachteilhaft. Dabei wird unterstellt, dass der zu zahlende Betrag nach 21 Tagen tatsächlich auch bezahlt werden kann ohne Fremdmittel in Anspruch zu nehmen.

## (27) Lösung Aufgabe 9 Einstieg in die Rentenrechnung

Es kann entweder das Anfangskapital oder das Endkapital ermittelt werden!

a)  $K_0 = 600,$

b)  $K_0 = 230 \times \frac{1,06^3 - 1}{0,06 \times 1,06^3} = 614,79,$

c)  $K_0 = 200 + \frac{470}{1,06^3} = 594,62,$

d)  $K_0 = \frac{700}{1,06^3} = 587,73.$

Sie entscheiden sich für Option b).

## (28) Lösung Aufgabe 10 Maximale Rente

## a) Endvermögen einer vorschüssigen Rente durch Verwendung des vorschüssigen Rentenendwertfaktors

$$K_n = r \times \frac{(1+i)^n - 1}{i \times (1+i)^{-1}} \Rightarrow K_n = 300 \times \frac{1,06^{11} - 1}{0,06 \times 1,06^{-1}} = 4\,760,98$$



- b) *Endvermögen einer nachschüssigen Rente durch Verwendung des nachschüssigen Rentenendwertfaktors*

$$K_n = r \times \frac{(1+i)^n - 1}{i} \Rightarrow K_n = 300 \times \frac{1,06^{11} - 1}{0,06} = 4\,491,49$$





## (28) Lösung Aufgabe 11 Rentenrechnung

- a) Ermittlung der nachschüssigen Rente unter Verwendung des nachschüssigen Annuitätenfaktors

$$ANF = \frac{1}{RBFN} = \frac{i \times (1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$$

$$ANN = BW \times \frac{1}{RBFN}$$

$$ANN = 300\,000 \times \frac{0,04 \times 1,04^{15}}{1,04^{15} - 1} = 26\,982,33$$

- b) Ermittlung der vorschüssigen Rente unter Verwendung des vorschüssigen Annuitätenfaktors

$$ANF = \frac{1}{RBFV} = \frac{i \times (1+i)^{n-1}}{(1+i)^n - 1}$$

$$ANN = BW \times \frac{1}{RBFV}$$

$$ANN = 300\,000 \times \frac{0,04 \times 1,04^{14}}{1,04^{15} - 1} = 25\,944,55$$

## (28) Lösung Aufgabe 12 Sparrate

Zunächst muss der Barwert der Rente von  $t=60$  bis  $t=85$  ermittelt werden, also der Barwert einer 25-jährigen nachschüssigen Rente in Höhe von 30 000 EUR:

$$K_0 = r \times \frac{q^n - 1}{i \times q^n} = 30\,000 \times \frac{1,07^{25} - 1}{0,07 \times 1,07^{25}} = 349\,607,50.$$

- a) Der Barwert ist auf den Zeitpunkt  $t=60$  ermittelt. Die Ansparphase dauert nun 30 Jahre. In dieser Zeit muss eine konstante Rente zum Endvermögen von 349 607,50 EUR führen.

$$REFN = \frac{q^T - 1}{i} \Rightarrow K_n = ANN \times REFN$$

$$ANN = EV \times \frac{1}{REFN} \Leftrightarrow 349\,607,50 \times \frac{0,07}{1,07^{30} - 1} = 3\,701,09.$$

- b) Der Ansparzeitraum beträgt nunmehr 25 Jahre.

$$ANN = EV \times \frac{1}{REFN} \Leftrightarrow 349\,607,50 \times \frac{0,07}{1,07^{25} - 1} = 5\,527,47.$$



**(29) Lösung Aufgabe 13** Rentenrechnung

Gesucht ist die Rente, die im Barwert bei einem Zinssatz von 5% gerade 500 000 EUR ergibt. Die nachschüssige Annuität für 20 Jahre ermittelt sich als

$$\begin{aligned} ANN &= K_0 \times \frac{i \times q^n}{q^n - 1} \\ &= 500\,000 \times \frac{0,05 \times 1,05^{20}}{1,05^{20} - 1} = 40\,121,29. \end{aligned}$$

**(29) Lösung Aufgabe 14** Lebenslanges Mietrecht

a) Ermittlung der kritischen Laufzeit durch Auflösung der Rentenformel nach  $n$ :

$$BW = ANN \times \frac{q^T - 1}{i \times q^{T-1}}$$

$$BW = ANN \times \left( \frac{q^T}{i \times q^{T-1}} - \frac{1}{i \times q^{T-1}} \right)$$

$$BW = ANN \times \left( \frac{q}{i} - \frac{q^{-T+1}}{i} \right)$$

$$BW = ANN \times \frac{q - q^{-T+1}}{i}$$

$$i \times \frac{BW}{ANN} - q = -q^{-T} \times q$$

$$i \times \frac{BW}{q \times ANN} - 1 = -\frac{1}{q^T}$$

$$1 - i \times \frac{BW}{q \times ANN} = -\frac{1}{q^T}$$

$$1 - i \times \frac{BW}{q \times ANN} = q^T$$

$$\frac{1}{1 - i \times \frac{BW}{q \times ANN}} = q^T$$

$$n \times \ln q = \ln \left( \frac{1}{1 - i \times \frac{BW}{q \times ANN}} \right)$$

$$n = \frac{\left( \ln \frac{1}{1 - i \times \frac{BW}{q \times ANN}} \right)}{\ln q} = \frac{\ln \left( \frac{1}{1 - 0,08 \times \frac{135\,000}{1,08 \times 12\,000}} \right)}{\ln 1,08} = 23,28$$



Der Barwert der Miete erreicht die Einmalzahlung in 23,28 Jahren. Es kommt auf das Alter des Mieters an, ob das Angebot vorteilhaft ist. Man müsste evtl. die Sterbetafeln mit der statistischen Lebenserwartung zu Rate ziehen. Ist der Mieter sehr alt (z. B. 70 Jahre), lohnt sich das Angebot eher nicht, da er 93,28 Jahre alt werden müsste, damit das Angebot vorteilhaft wird. Ist der Mieter hingegen sehr jung, ist das Angebot eher anzunehmen.

b) *Barwert einer unendlichen Rente*

Der Barwert einer unendlichen Rente bei  $i = 10\%$  beträgt:

$$BW = \frac{ANN}{i} = \frac{12\,000}{0,1} = 120\,000$$

Der Mieter wird die Option der Einmalzahlung ausschlagen, da der Barwert einer unendlichen Rente maximal 120 000 beträgt.

c) *Ermittlung des kritischen Zinssatzes bei gegebener Laufzeit*

Der Zinssatz kann formal nicht exakt ermittelt werden. Zur Ermittlung ist deshalb ein Näherungsverfahren anzuwenden. Nachstehend wird das Newton-Verfahren angewendet. Die Zielfunktion lautet:

$$f(i) = -135\,000 + 12\,000 \times \frac{(1+i)^{25} - 1}{i \times (1+i)^{(25-1)}}$$

Zur Differenzierung der Zielfunktion ist die Quotientenregel erforderlich. Der Barwert einer vorschüssigen Renten in Form von

$$K_0 = r \times \frac{q^n - 1}{i \times q^{(n-1)}}$$

lässt sich vereinfacht schreiben als

$$K_0 = r \times \frac{q - q^{-n+1}}{i}.$$

*Beweis*

Der Barwert einer vorschüssigen Rente mit  $n$  Zahlungen beträgt

$$K_0 = r + r \times q^{-1} + r \times q^{-2} + \dots + r \times q^{-n+2} + r \times q^{-n+1}$$

Durch Umformung ergibt sich

$$\begin{aligned} K_0 &= r \times \left( 1 + q^{-1} + q^{-2} + \dots + q^{-n+2} + q^{-n+1} \right) \quad | \times q \\ q \times K_0 &= r \times \left( q + 1 + q^{-1} + q^{-2} + \dots + q^{-n+2} + q^{-n+1} \right) \quad | - K_0 \\ q \times K_0 - K_0 &= r \times \left( q - q^{-n+1} \right) \\ K_0 &= r \times \frac{(q - q^{-n+1})}{i} \end{aligned}$$

□



Unter Anwendung der Quotientenregel

$$f'(i) = \frac{u' \times v - v' \times u}{v^2}$$

ergibt die 1. Ableitung von

$$f(i) = r \times \frac{q - q^{-n+1}}{i}$$

mit

$$\begin{aligned} u &= q - q^{-n+1} & u' &= 1 + (n-1) \times q^{-n} \\ v &= i & v' &= 1 \end{aligned}$$

$$f'(i) = r \times \frac{(1 + (n-1) \times q^{-n}) \times i - (q - q^{-n+1})}{i^2}$$

Wir starten mit  $i_0 = 0,09$ . Das Abbruchkriterium soll lauten:  $\Delta i < 0,0001$ .  
Wir runden jeweils auf 5 Nachkommastellen.

1. Durchlauf

$$f(0,09) = -135\,000 + 12\,000 \times \frac{1,09^{25} - 1}{0,09 \times 1,09^{(25-1)}} = -6\,520,658\,77$$

$$f'(0,09) = 12\,000 \times \frac{(1 + 24 \times 1,09^{-25}) \times 0,09 - (1,09 - 1,09^{-24})}{0,09^2} = -923\,117,828\,81$$

$$i_1 = 0,09 - \frac{-6\,520,658\,77}{-923\,117,828\,81} = 0,08294$$

$$\Delta i = i_0 - i_1 = 0,09 - 0,08294 = 0,00706$$

Das Abbruchkriterium ist nicht erfüllt.

2. Durchlauf

$$f(0,00706) = 307,627\,49$$

$$f'(0,00706) = -14\,295\,509,720\,12$$

$$i_2 = 0,12709 - \frac{307,627\,49}{-14\,295\,509,720\,12} = 0,08296$$

$$\Delta i = i_1 - i_2 = 0,08294 - 0,08296 = -0,00002$$

Das Abbruchkriterium ist erfüllt. Der Zinssatz beträgt  $i^* = 0,08296$ .

(29) **Lösung Aufgabe 15** Kaufpreis einer Immobilie

Der Grenzpreis des Käufers ermittelt sich als:

$$K_0 = 4\,000 \times \frac{\left(1 + \frac{0,04}{12}\right)^{20 \times 12} - 1}{\frac{0,04}{12} \times \left(1 + \frac{0,04}{12}\right)^{20 \times 12}} + \frac{30\,000}{1,04^{20}} = +673\,779,04$$



## (29) Lösung Aufgabe 16 Maximale Entnahme

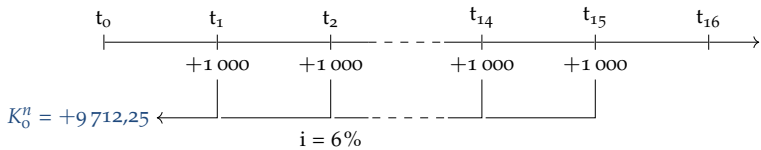
Ermittlung der ewigen Rente

$$B_0 = \frac{r}{i} \Rightarrow r = i \times B_0 \Rightarrow r = 0,03 \times 120\,000 = 3\,600$$

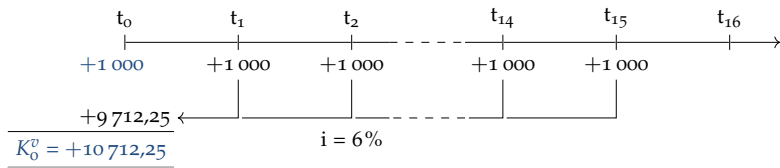
## (30) Lösung Aufgabe 17 Renten und Barwerte

a) Barwert der Rente

Ermittlung des Barwerts der nachschüssigen Rente. Die Zahlungen erfolgen dabei jeweils am Periodenende. Dabei ist der Zeitpunkt des Endes einer Periode identisch mit dem Zeitpunkt des Beginns der Folgeperiode.



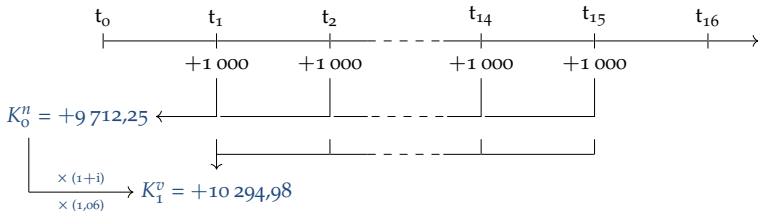
Ermittlung des Barwerts der vorschüssigen Rente.



Im Ergebnis erfolgt bei der vorschüssigen Rente im Vergleich zur nachschüssigen Rente in diesem Fall eine zusätzliche Zahlung in  $t=0$ . Der Barwert ermittelt sich deshalb als

$$B_0 = 9\,712,25 + 1\,000 = 10\,712,25.$$

b) Ermittlung des Barwerts einer Rente auf einen bestimmten Zeitpunkt



Soll der Barwert nicht auf den Zeitpunkt  $t=0$  ermittelt werden, sondern auf  $t=1$ , muss der Barwert zum Zeitpunkt  $t=0$  um eine Periode aufgezinst werden

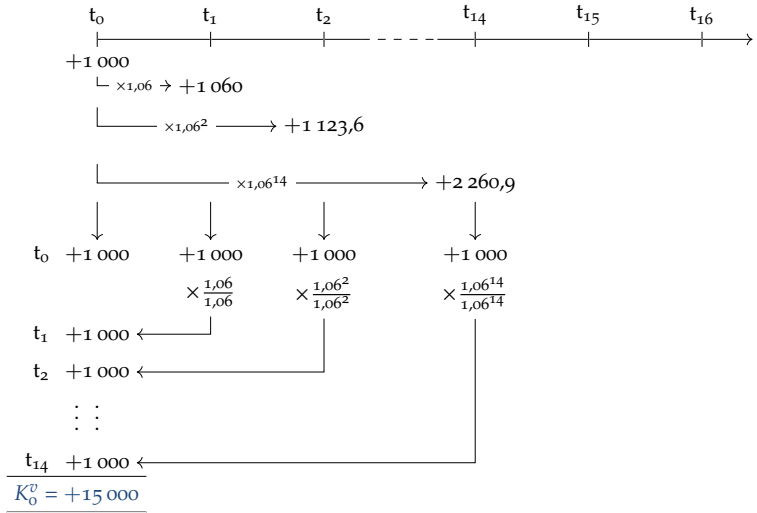
$$K_1 = K_0 \times (1 + i) = 9\,712,25 \times 1,06 = 10\,294,99$$



c) *Ermittlung des Barwerts einer wachsenden vorschüssigen Rente*

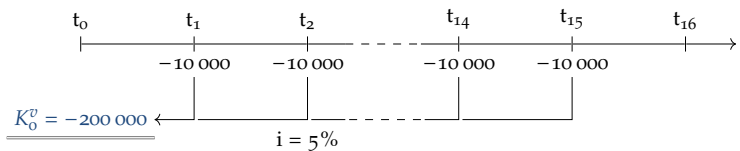
Da die Wachstumsrate dem Diskontierungsfaktor entspricht, kürzt sich der Diskontierungsfaktor quasi heraus. Der Barwert der Rente aus  $t = 1$  zum Zeitpunkt  $t = 0$  ergibt z. B.

$$B_0 = r_0 \times 1,06 \times \frac{1}{1,06} = r_0$$



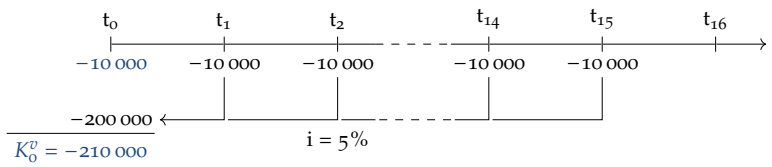
d) *Ermittlung des Barwerts einer ewigen Rente*

Barwert einer ewigen nachschüssigen Rente



$$K_{0,n}^{ewig} = \frac{Z}{i} = \frac{-10\,000}{0,05} = -200\,000$$

Barwert einer unendlichen vorschüssigen Rente



$$K_{0,v}^{ewig} = \frac{Z}{i} + Z = \frac{-10\,000}{0,05} - 10\,000 = -210\,000$$



**(31) Lösung Aufgabe 18** Rentenrechnung

a) Barwert einer nachschüssigen Rente

$$K_0 = r \times \frac{q^n - 1}{i \times q^n} = 1\,000 \times \frac{1,1^{10} - 1}{0,1 \times 1,1^{10}} = 6\,144,57$$

b) Endwert einer vorschüssigen wachsenden Rente

$$K_n = r \times \frac{q^n - g^n}{q - g} \times q = 3\,500 \times \frac{1,05^5 - 1,02^5}{1,05 - 1,02} \times 1,05 = 21\,094,59$$

c) Laufzeit einer nachschüssigen Rente

$$n = \frac{\ln(i \times K_n + r) - \ln r}{\ln q} = \frac{\ln(30\,000 \times 0,05 + 1\,500) - \ln 1\,500}{\ln 1,05} = 14,21$$

d) Laufzeit einer vorschüssigen wachsenden Rente

$$n = \frac{\ln\left(q - K_0 \times \frac{q-g}{r}\right) - \ln q}{\ln g - \ln q} = \frac{\ln\left(1,1 - 20\,000 \times \frac{1,1-1,05}{2\,000}\right) - \ln 1,1}{\ln 1,05 - \ln 1,1} = 13,03$$

e) Ermittlung der nachschüssigen Rente

$$r = K_n \times \frac{i}{q^n - 1} = 50\,000 \times \frac{0,05}{1,05^{10} - 1} = 3\,975,23$$

**(31) Lösung Aufgabe 19** Ewige Rentea) Barwert der ewigen Rente in  $t=0$ 

1) nachschüssig

$$B_0 = \frac{25}{0,04} = 625$$

2) vorschüssig

$$B_0 = \frac{25}{0,04} \times 1,04 = 650$$

b) Barwert der Zahlungen und Anteil der ewigen Rente

1) Barwert der Zahlungen

$$B_0 = 100 \times \frac{1,1^4 - 1}{0,1 \times 1,1^4} + \frac{120}{0,1 \times 1,1^4} = 1\,136,60$$

2) Anteil der ewigen Rente am Gesamtwert

$$\text{Anteil} = \frac{\frac{120}{0,1 \times 1,1^4}}{1\,136,60} = 0,7211 = 72,11\%$$



- 3) Barwert der gesamten Zahlungsreihe im Fall einer nachschüssigen wachsenden ewigen Rente

$$B_0 = 100 \times \frac{1,1^4 - 1}{0,1 \times 1,1^4} + \frac{120}{(0,1 - 0,02) \times 1,1^4} = 1\,341,51$$

- 4) Der Anteil der ewigen Rente am Gesamtwert beträgt jetzt

$$\text{Anteil} = \frac{\frac{120}{(0,1 - 0,02) \times 1,1^4}}{1\,341,51} = 0,7637 = 76,37\%$$

**(31) Lösung Aufgabe 20 Tilgungsrechnung**

- a) Ermittlung der Annuität

$$ANN = 500\,000 \times \frac{1,06^{10} \times 0,06}{1,06^{10} - 1} = 67\,933,98$$

- b) Ermittlung von Zins und Tilgung im 8. Jahr

- 1) Fälligkeitsdarlehen

$$TIL_8 = 0$$

$$Zins_8 = 500\,000 \times 0,06 = 30\,000$$

- 2) Tilgungsdarlehen

Beim Tilgungsdarlehen müssen die Zinsen für beide Zahlungszeitpunkte (Ende Juni und Ende Dezember) ermittelt werden. Bis zur jeweiligen Zinszahlung erfolgen  $2 \times 7 = 14$  bzw. 15 Tilgungszahlungen.

$$TIL_8 = \frac{500\,000}{2 \times 10} = 25\,000$$

$$Zins_{8a} = (500\,000 - 7 \times 2 \times 25\,000) \times 0,06 \times \frac{6}{12} = 4\,500$$

$$Zins_{8b} = (500\,000 - 15 \times 25\,000) \times 0,06 \times \frac{6}{12} = 3\,750$$

In Summe betragen die Zinszahlungen im 8. Jahr 8 250 EUR.

- 3) Annuitätendarlehen

Um den Bestand des Fremdkapitals am Ende des 7. Jahrs ermitteln zu können, muss zunächst der Tilgungsanteil im 1. Jahr berechnet werden. Dazu wird die Annuität aus a) verwendet.

$$TIL_1 = 67\,933,98 - 500\,000 \times 0,06 = 37\,933,98$$

Der Bestand des Fremdkapitals am Ende des 7. Jahres beträgt dann

$$FK_7 = 500\,000 - 37\,933,98 \times \frac{1,06^7 - 1}{0,06} = 181\,588,33$$





Die Zinsen im 8. Jahr betragen demnach

$$\text{Zins}_8 = 181\,588,33 \times 0,06 = 10\,895,30.$$

Die Tilgung im 8. Jahr beträgt dann

$$\text{TIL}_8 = 67\,933,98 - 10\,895,30 = 57\,038,68.$$

**(32) Lösung Aufgabe 21** Tilgungsrechnung bei Damnum

a) Nominalbetrag und handelsrechtliche Beurteilung

Da der Auszahlungsbetrag 95% der Kreditsumme entspricht, beträgt das Damnum  $d = 5\%$ . Der Nominalbetrag lautet demnach über

$$K_0 = \frac{A_0}{1-d} = \frac{950}{1-0,05} = 1\,000 \text{ TEUR.}$$

Handelsrechtlich besteht gem. § 250 Abs. 3 HGB ein Wahlrecht zur Sofortabschreibung oder Aktivierung des Damnums. § 250 Abs. 3 HGB lautet:

*(3) <sup>1</sup>Ist der Erfüllungsbetrag einer Verbindlichkeit höher als der Ausgabebetrag, so darf der Unterschiedsbetrag in den Rechnungsabgrenzungsposten auf der Aktivseite aufgenommen werden. <sup>2</sup>Der Unterschiedsbetrag ist durch planmäßige jährliche Abschreibungen zu tilgen, die auf die gesamte Laufzeit der Verbindlichkeit verteilt werden können.*

Im Fall der Sofortabschreibung wird gebucht

[B-1]	Bank	950 EUR	
	Zinsaufwand	50 EUR	
	an Verbindlichkeiten ggü. Kreditinstituten		1 000 EUR

Im Fall der Aktivierung erfolgt eine Periodenabgrenzung in Form einer transitorischen aktiven Rechnungsabgrenzung, da die Auszahlung vor dem Aufwand erfolgt. Die Aktivierung erfolgt durch:

[B-2]	Bank	950 EUR	
	aktiver Rechnungsabgrenzungsposten	50 EUR	
	an Verbindlichkeiten ggü. Kreditinstituten		1 000 EUR

In den Folgeperioden muss der *Rechnungsabgrenzungsposten* planmäßig abgeschrieben werden.

b) Abschreibung des Damnums

1) lineare Abschreibung



Bei linearer Abschreibung wird in 2020

$$\frac{D}{n} = \frac{50}{4} = 12,5 \text{ TEUR}$$

abgeschrieben. Eine lineare Abschreibung käme aus ökonomischer Sicht bei einer gleichverteilten Nutzung (Kapitalbindung) des Kredits in Frage, was einem Fälligkeitsdarlehen entspricht.

2) *Abschreibung nach der Zinsstaffelmethode*

Die Abschreibung des Damnums nach der Zinsstaffelmethode wird dem vorliegenden Tilgungsdarlehen eher gerecht. Die Verbindlichkeit sinkt im Zeitablauf. Aus diesem Grund scheint es gerechtfertigt, zu Beginn der Laufzeit die Kapitalnutzung höher zu belasten als am Ende der Laufzeit. Die Abschreibung nach der Zinsstaffelmethode repräsentiert einen degressiven Abschreibungsverlauf mit konstantem Degressionsbetrag und wird auch als arithmetisch degressive bzw. digitale Abschreibung bezeichnet.

Ermittlung der Summe der Jahresordnungszahlen:

$$S = \sum_{t=1}^n t = \frac{n \times (n+1)}{2} = \frac{4 \times 5}{2} = 10.$$

Die Abschreibung in t ergibt sich als

$$AfA_t = \frac{n+1-t}{S} \times D$$

und somit in 2020 (t=2) als

$$AfA_2 = \frac{4+1-2}{10} \times 50 = 15 \text{ TEUR.}$$

3) *Abschreibung nach der Effektivzinsmethode*

Der Abschreibung nach der Effektivzinsmethode, die auch als »*exakte Methode*« bezeichnet wird, liegt die effektive Verzinsung des Kredits zugrunde. Der effektive Zins stellt den Zinssatz dar, bei dem der Ertragswert der künftigen Auszahlungsreihe der Einzahlung bei Aufnahme des Kredits entspricht. Es muss deshalb zunächst die Zahlungsreihe  $Z_t$  des Kredits ermittelt werden:

t	0	1	2	3	4
$K_0$	950				
$RBW_t$	[1 000]	[750]	[500]	[250]	[0]
$TIL_t$		-250	-250	-250	-250
$Zins_t$		-100	-75	-50	-25
$Z_t$	950	-350	-325	-300	-275

Die Zielfunktion lautet demnach:

$$f(i) = 950 - \frac{350}{(1+i)} - \frac{325}{(1+i)^2} - \frac{300}{(1+i)^3} - \frac{275}{(1+i)^4}$$



Das 1. Differential ergibt:

$$f'(i) = \frac{350}{(1+i)^2} + \frac{650}{(1+i)^3} + \frac{900}{(1+i)^4} + \frac{1100}{(1+i)^5}$$

*Newton-Verfahren*

Der gesuchte Effektivzinssatz muss größer als 10% sein. Wir starten mit  $i_0 = 0,13$ . Das Abbruchkriterium soll lauten:  $\Delta i < 0,0001$ . Wir runden jeweils auf 5 Nachkommastellen.

1. *Durchlauf*

$$f(0,13) = 950 - \frac{350}{1,13} - \frac{325}{1,13^2} - \frac{300}{1,13^3} - \frac{275}{1,13^4} = 9,16512$$

$$f'(0,13) = \frac{350}{1,13^2} + \frac{650}{1,13^3} + \frac{900}{1,13^4} + \frac{1100}{1,13^5} = 3148,78784$$

$$i_1 = 0,13 - \frac{9,16512}{3148,78784} = 0,12709$$

$$\Delta i = i_0 - i_1 = 0,13 - 0,12709 = 0,00291$$

Das Abbruchkriterium ist nicht erfüllt.

2. *Durchlauf*

$$f(0,12709) = 3,68623$$

$$f'(0,12709) = 3168,13049$$

$$i_2 = 0,12709 - \frac{3,68623}{3168,13049} = 0,12593$$

$$\Delta i = i_1 - i_2 = 0,12709 - 0,12593 = 0,00116$$

Das Abbruchkriterium ist nicht erfüllt.

3. *Durchlauf*

$$f(0,12593) = 1,48723$$

$$f'(0,12593) = 3175,90471$$

$$i_3 = 0,12593 - \frac{1,48723}{3175,90471} = 0,12546$$

$$\Delta i = i_2 - i_3 = 0,12593 - 0,12546 = 0,00047$$

Das Abbruchkriterium ist nicht erfüllt.

4. *Durchlauf*

$$f(0,12546) = 0,59381$$

$$f'(0,12546) = 3179,06503$$

$$i_4 = 0,12546 - \frac{0,59381}{3179,06503} = 0,12527$$

$$\Delta i = i_3 - i_4 = 0,12546 - 0,12527 = 0,00019$$

Das Abbruchkriterium ist nicht erfüllt.



## 5. Durchlauf

$$f(0,12527) = 0,232\,24$$

$$f'(0,12527) = 3\,180,344\,33$$

$$i_4 = 0,12527 - \frac{0,232\,24}{3\,180,344\,33} = 0,1252$$

$$\Delta i = i_4 - i_5 = 0,12527 - 0,1252 = 0,00007$$

Das Abbruchkriterium ist erfüllt. Der Effektivzins beträgt

$$i^* = 0,1252.$$

Ermittlung der Abschreibung in  $t = 2$  (2020)

Im oberen Teil nachstehender Tabelle sind die tatsächlichen Zahlungen des Kredits abgetragen. Diese führen zur Zahlungsreihe  $Z_t$ . Im unteren Teil der Tabelle sind die Ertragswerte  $EW_t$  auf Basis des Effektivzinssatzes  $i^*$  abgetragen. Es wurde der exakte Effektivzins ( $i^* = 0,125148012$ ) verwendet. Der Ertragswert in  $t = 0$  entspricht dem Auszahlungsbetrag i. H. v. 950 EUR.

t	0	1	2	3	4
$K_0$	950				
$RBW_0$	[1 000]	[750]	[500]	[250]	[0]
$TIL_t$		-250	-250	-250	-250
$Zins_t$		-100	-75	-50	-25
$Z_t$		-350	-325	-300	-275
$EW_t$	[-950]	[-718,89]	[-483,86]	[-244,41]	[0]
$Zins_t^*$		(-118,89)	(-89,97)	(-60,55)	(-30,59)
$\Delta Zins_t$		(-18,89)	(-14,97)	(-10,55)	(-5,59)

Die fiktiven Zinsen  $Zins_t^*$  berechnen sich jeweils auf Basis des Ertragswerts der Vorperiode. Der Unterschied der tatsächlich gezahlten und der effektiven Zinsen ergibt

$$\Delta Zins_t = Zins_t^* - Zins_t$$

und repräsentiert die Abschreibung des Disagios. Die Summe der Zinsdifferenzen ergibt das Disagio:

$$\sum_{t=1}^n \Delta Zins_t = -18,89 - 14,97 - 10,55 - 5,59 = -50.$$

Die Abschreibung in 2020 beträgt:

$$AfA_2 = i^* \times EW_1 = 0,125148012 \times 718,89 = 14,97 \text{ TEUR.}$$

Bei Verwendung der in der Aufgabenstellung angegebenen (gerundeten) Effektivzinssatzes beträgt die AfA 15 EUR.



## c) Buchungssätze in 2020

Bei Anwendung der Effektivzinsmethode wird zum Zeitpunkt der Aufnahme des Kredits nur der Auszahlungsbetrag passiviert:

[B-3]	Bank	950 EUR	
	an Verbindlichkeiten		950 EUR

Die Verbuchung des Damnums erfolgt durch Zuschreibung der Verbindlichkeit im Zeitablauf.

Verbuchung der tatsächlichen Zinszahlung in 2020:

[B-4]	Zinsaufwand	75 EUR	
	an Bank		75 EUR

Verbuchung der Abschreibung des Damnums:

[B-5]	Zinsaufwand	14,97 EUR	
	an Verbindlichkeiten		14,97 EUR

Verbuchung der Tilgung:

[B-6]	Verbindlichkeiten	250 EUR	
	an Bank		250 EUR

## (32) Lösung Aufgabe 22 Renate Rentner

## a) Ermittlung der nachschüssigen Rente

Zur Ermittlung der nachschüssigen Rente muss zunächst der Endwert der eingezahlten Renten ermittelt werden. Dieser beträgt:

$$V_n = r \times \frac{q^n - 1}{i} = 5\,000 \times \frac{1,05^{30} - 1}{0,05} = 332\,194,24$$

Umrechnung des Endwerts in eine nachschüssige Rente, die über 20 Jahre ausbezahlt wird:

$$ANN = V_n \times \frac{i \times q^n}{q^n - 1} = 332\,194,24 \times \frac{0,05 \times 1,05^{20}}{1,05^{20} - 1} = 26\,656,13$$

Die Versicherung könnte Renate Rentner jährlich nachschüssig 26 656,13 EUR auszahlen.

## b) Ermittlung des konsumfähigen Betrags

Es ist die Rentenzahlung nach Steuern zu ermitteln. Dazu muss im ersten Schritt der Zinsanteil der Rente in  $t=5$  ermittelt werden. Dieser beträgt:

$$TIL_1 = ANN - i \times V_0 = 26\,656,13 - 0,05 \times 332\,194,24 = 10\,046,41$$

$$TIL_5 = TIL_1 \times 1,05^4 = 10\,046,41 \times 1,05^4 = 12\,211,48$$

$$Zins_5 = ANN - TIL_5 = 26\,656,13 - 12\,211,48 = 14\,444,65$$



Im zweiten Schritt wird die Steuerzahlung ( $S$ ) ermittelt. Diese beträgt:

$$S_5 = 14\,444,65 \times 0,5 = 7\,222,32$$

Die Rente nach Steuern ergibt demnach:

$$ANN_S = ANN - S_5 = 26\,656,13 - 7\,222,32 = 19\,433,80$$

(32) **Lösung Aufgabe 23** Transformation nicht uniformer Zahlungen

Es muss zunächst der Barwert der Zahlungsreihe in  $t=0$  bestimmt werden. Der Barwert einer nicht uniformen Zahlungsreihe wird auch als Ertragswert (EW) bezeichnet. Der Ertragswert in  $t=0$  bei einem Zinssatz von 10% beträgt

$$EW_0 = \frac{22}{1,1} + \frac{41}{1,1^2} - \frac{12}{1,1^3} + \frac{110}{1,1^4} = 120.$$

Die Transformation in eine uniforme Reihe erfolgt durch die Ermittlung der Annuität. Diese beträgt

$$Ann = 120 \times \frac{0,1 \times 1,1^4}{1,1^4 - 1} = 37,86.$$

(33) **Lösung Aufgabe 24** Ertragswertrechnung

a) Ermittlung der Ertragswerte

Die Zahlungsreihe lautet:

$t$	$0$	$1$	$2$	$3$	$4$	$5$
$Z_t$		1 700	625	-900	150	3 150

Der Ertragswert in  $t$  ergibt sich als

$$EW_t = \frac{EW_{t+1} + Z_{t+1}}{(1+i)}$$

Da annahmegemäß in  $n+1$  keine Zahlungen mehr anfallen, beträgt  $EW_n = 0$ . Die Ertragswerte in den einzelnen Perioden ergeben:

$$EW_5 = 0$$

$$EW_4 = \frac{EW_5 + Z_5}{(1+i)} = \frac{0 + 3\,150}{1,05} = 3\,000$$

$$EW_3 = \frac{EW_4 + Z_4}{(1+i)} = \frac{3\,000 + 150}{1,05} = 3\,000$$

$$EW_2 = \frac{EW_3 + Z_3}{(1+i)} = \frac{3\,000 - 900}{1,05} = 2\,000$$

$$EW_1 = \frac{EW_2 + Z_2}{(1+i)} = \frac{2\,000 + 625}{1,05} = 2\,500$$

$$EW_0 = \frac{EW_1 + Z_1}{(1+i)} = \frac{2\,500 + 1\,700}{1,05} = 4\,000$$



b) *Ermittlung der Ertragswertabschreibungen*

Die Ertragswertabschreibung in  $t$  ergibt sich als:

$$EWA_t = EW_{t-1} - EW_t$$

Demnach ergeben die Ertragswertabschreibungen in den einzelnen Perioden:

$$EWA_1 = 4\,000 - 2\,500 = 1\,500$$

$$EWA_2 = 2\,500 - 2\,000 = 500$$

$$EWA_3 = 2\,000 - 3\,000 = -1\,000$$

$$EWA_4 = 3\,000 - 3\,000 = 0$$

$$EWA_5 = 3\,000 - 0 = 3\,000$$

c) *Zulässigkeit der Ertragswertabschreibung*

Für die Verbuchung von Geschäftsvorfällen im HGB gilt der Grundsatz der Zahlungsverrechnung, der auch als Grundsatz der Pagatorik bezeichnet wird. Das bedeutet, dass grundsätzlich nur Aufwendungen und Erträge verbucht werden dürfen, die irgendwann (zeitlich vor- oder nachgelagert) zu Auszahlungen bzw. Einzahlungen führen. Zudem ist die Summe der Abschreibungen auf die historischen Anschaffungskosten begrenzt.

Im Fall der Ertragswertabschreibung wird der Ertragswert in  $t=0$  abgeschrieben. Entspricht der Ertragswert in  $t=0$  den Anschaffungskosten, wäre die Ertragswertabschreibung grundsätzlich zulässig. Liegen die Anschaffungskosten unter dem Ertragswert in  $t=0$  ist der Grundsatz der Pagatorik nicht gewahrt, da die Summe der Abschreibungen (Aufwendungen) dann die ursprünglichen Auszahlungen übersteigen.

d) *Entnahme des ökonomischen Gewinns*

Der ökonomische Gewinn bestimmt sich als Verzinsung des Ertragswerts in  $t=0$  und beträgt für die vorliegende Zahlungsreihe

$$\ddot{G} = i \times EW_0 = 0,05 \times 4\,000 = 200.$$

Nachstehend ist die Entnahme des ökonomischen Gewinns skizziert. Er ergibt sich aus der Verzinsung des Ertragswerts der Vorperiode zzgl. der Zinsen aus der Kapitalmarktanlage.



t	0	1	2	3	4	5
$Z_t$		1 700	625	-900	150	3 150
$EW_t$	[4 000]	[2 500]	[2 000]	[3 000]	[3 000]	[0]
$EWA_t$		(-1 500)	(-500)	(1 000)	(0)	(-3 000)
$i \times EW_{t-1}$		(200)	(125)	(100)	(150)	(150)
$KMA_t$		[1 500]	[2 000]	[1 000]	[1 000]	[4 000]
$i \times KMA_{t-1}$			75	100	50	50
$\ddot{o}G_t$		(200)	(200)	(200)	(200)	(200)

*Erläuterung:* In  $t=1$  beträgt die Einzahlung 1 700. Es werden 200 entnommen. Folglich verbleiben liquide Mittel i. H. v. 1 500, die am Kapitalmarkt zu 5% angelegt werden. In  $t=2$  betragen die Einzahlungen 625. Zuzüglich der Zinsen aus der Kapitalmarktanlage aus  $t=1$  i. H. v.  $(0,05 \times 1 500 =) 75$  ergeben sich in Summe Einzahlungen i. H. v. 700. Entnommen werden 200, verbleiben 500 zur Kapitalmarktanlage. Die Kapitalmarktanlage beträgt dann insgesamt  $(1 500 + 500 =) 2 000 \dots$  Die Kapitalmarktanlage in  $t=5$  entspricht dem Ertragswert in  $t=0$ .

e) *Formale Voraussetzungen für die Entwicklung des Ertragswerts*

Grundsätzlich besteht zwischen dem Ertragswert der Periode ( $EW_t$ ) und dem Ertragswert der Vorperiode ( $EW_{t-1}$ ) folgende Beziehung:

$$EW_{t-1} = \frac{EW_t + Z_t}{(1+i)}$$

1) *Voraussetzung, dass der Ertragswert konstant bleibt:*

Für  $EW_t = EW_{t-1}$  gilt

$$Z_t = (1+i) \times EW_t - EW_t$$

$$Z_t = EW_t \times (1+i-1)$$

$$Z_t = i \times EW_t.$$

Bei gleich bleibendem Ertragswert muss der Zahlungsüberschuss in  $t$  dem verzinnten Ertragswert aus  $t$  (oder  $t-1$ ) entsprechen.

2) *Voraussetzung, dass der Ertragswert fällt:*

Damit der Ertragswert in  $t$  sinkt, muss der Ertragswert der Vorperiode größer sein, als der Ertragswert in  $t$ . Formal

$$EW_t \downarrow \Rightarrow EW_{t-1} > EW_t.$$

Es muss daher gelten

$$EW_t < (1+i) \times EW_{t-1} - Z_t.$$

Daraus folgt

$$(1+i) \times EW_{t-1} < Z_t \Leftrightarrow Z_t > i \times EW_{t-1}.$$

Bei fallendem Ertragswert muss der Zahlungsüberschuss in  $t$  größer sein als der verzinnte Ertragswert in  $t$ .





## 3) Voraussetzung, dass der Ertragswert steigt:

Damit der Ertragswert in  $t$  steigt, muss der Ertragswert der Vorperiode kleiner sein, als der Ertragswert in  $t$ . Formal

$$EW_t \uparrow \Rightarrow EW_{t-1} < EW_t.$$

Es muss daher gelten

$$EW_t > (1+i) \times EW_{t-1} - Z_t.$$

Daraus folgt

$$(1+i) \times EW_{t-1} > Z_t \Leftrightarrow Z_t < i \times EW_t.$$

Bei steigendem Ertragswert muss der Zahlungsüberschuss kleiner sein als der verzinste Ertragswert in  $t$ .

## f) Ertragswertabschreibung im Fall einer Kapitalmarktanlage

Die Ertragswertabschreibung beträgt im Zeitablauf null bzw. 100 in  $t=5$ . Die nachstehende Tabelle skizziert das Ergebnis:

t	0	1	2	3	4	5
$Z_t$	-100	5	5	5	5	105
$EW_t$	[100]	[100]	[100]	[100]	[100]	[0]
$EWA_t$		(0)	(0)	(0)	(0)	(100)

## (33) Lösung Aufgabe 25 Berechnung des Zinslaufs

## a) Fristtypen

## • Ereignisfrist

Wenn für den Anfang einer Frist ein Ereignis oder ein bestimmter Tageszeitpunkt maßgebend ist, so wird gemäß § 187 Abs. 1 BGB bei der Berechnung der Frist der Tag nicht mitgerechnet, in welchen das Ereignis oder der Zeitpunkt fällt. Dies ist i. d. R. bei Darlehensverträgen der Fall. Das bedeutet, dass der Tag, an dem das Darlehen ausbezahlt wird, nicht mitgerechnet wird, der Tag, an dem das Darlehen zurückbezahlt wird aber schon. *Beispiel:* Peter Silie nimmt am 25. 10. einen Kontokorrentkredit in Anspruch und bezahlt den Betrag am 26. 10. wieder zurück. Er muss für einen Tag Zinsen bezahlen. Der Zinslauf beginnt mit Ablauf des 25. 10. und endet mit Ablauf des 26. 10.

## • Beginnfrist

Ist der Beginn eines Tages der für den Fristbeginn maßgebende Zeitpunkt, so wird dieser Tag bei der Berechnung der Frist nach § 187 Abs. 2 BGB mitgerechnet, das gilt auch beim Geburtstag bei der Berechnung des Lebensalters. *Beispiel:* Anna Lühse kommt am 1. 1. 2019 um 13:42 Uhr zur Welt. Für die Berechnung des Lebensalters ist Sie zu diesem Zeitpunkt fiktiv schon 13 Stunden und 42 Minuten alt. Das erste Lebensjahr vollendet Anna am 31. 12. 2019.



## b) Zinsberechnung

Unabhängig von der verwendeten Methode beginnt der Zinslauf mit Ablauf des 29. Januar und endet mit Ablauf des 3. März (Ereignisfrist).

## 1) 30/360 (Deutsche Methode)

Da die Monate mit 30 Tagen in die Berechnung eingehen, unabhängig davon, ob sie – wie im Januar – 31 Tage zählen, werden 1 Tag für den Januar, 30 Tage für den Februar und 3 Tage für den März berechnet, demnach 34 Tage

$$\text{Zinsen} = 1\,000 \times 0,07 \times \frac{34}{360} = 6,61$$

## 2) act/360 (Französische Methode)

Die Monate gehen mit ihrer tatsächlichen Anzahl an Tagen in die Berechnung ein. Es werden 2 Tage für den Januar, 28 Tage für den Februar und 3 Tage für den März berechnet, demnach 33 Tage

$$\text{Zinsen} = 1\,000 \times 0,07 \times \frac{33}{360} = 6,42$$

## 3) act/365 (Englische Methode)

Der Unterschied zur Französischen Methode liegt ausschließlich in der Anzahl der Jahrestage, die hier 365 betragen

$$\text{Zinsen} = 1\,000 \times 0,07 \times \frac{33}{365} = 6,33$$

## 4) act/act (Exakte Methode)

Es besteht hier kein Unterschied zur Englischen Methode

$$\text{Zinsen} = 1\,000 \times 0,07 \times \frac{33}{365} = 6,33$$

## c) Berechnung der Verzugszinsen

Der Zinssatz für Verzugszinsen liegt 5%-Punkte über dem Basiszinssatz, § 288 Abs. 1 BGB.

	von	bis	Tage	Zinssatz
1	3. 4. 2018	30. 4. 2018	27	5% - 0,5% = 4,5%
3	3. 4. 2018	30. 6. 2018	60	5% - 0,5% = 4,5%
3	1. 7. 2018	30. 6. 2019	360	5% - 0,7% = 4,3%
4	1. 7. 2019	31. 10. 2019	120	5% - 1,0% = 4,0%

$$\text{Zinsen} = 10\,000 \times \left( 0,045 \times \frac{87}{360} + 0,043 \times \frac{360}{360} + 0,04 \times \frac{120}{360} \right) = 672,08$$

## (34) Lösung Aufgabe 26 Tilgungsrechnung und Steuern

## a) Vor- und Nachteile für die beiden Parteien



Für Rainer ist die Rentenzahlung unsicherer als der Barverkauf. Marie könnte ohne Nachkommen sterben oder in Privatinsolvenz gehen. Marie hat den Vorteil, dass sie keinen Kredit aufnehmen muss bzw. die Rente aus den (Miet-)Einnahmen finanzieren kann.

b) *Steuerzahlung bei Sofortversteuerung*

Im ersten Schritt muss der Veräußerungsgewinn (VG) ermittelt werden. Dieser ergibt sich aus der Differenz des Barwerts der nachschüssigen Rente und dem Buchwert der Immobilie, mithin

$$VG = 30 \times \frac{1,1^6 - 1}{0,1 \times 1,1^6} - 100 = 30,66.$$

Der Barwert der Rente beträgt demnach 130,66 TEUR. Die Steuerzahlung (S), die daraus resultiert, beträgt

$$S = 30,66 \times 0,4 = 12,26.$$

c) *Steuerzahlung im dritten Jahr*

Mit der Zuflussbesteuerung wird lediglich der Veräußerungsgewinn aus dem Veräußerungsgeschäft besteuert. Im Zeitablauf hat R aber auch Zinserträge i. H. d. Zinsanteils der Rente, die der Besteuerung unterliegen. Es wird zunächst der Tilgungsanteil im ersten Jahr berechnet,

$$TILA_1 = Rente - Zinsanteil = 30 - 0,1 \times 130,66 = 16,93$$

daran anschließend der Tilgungsanteil im dritten Jahr

$$TILA_3 = 16,93 \times 1,1^2 = 20,49.$$

Der Zinsanteil im dritten Jahr beträgt dann

$$ZIA_3 = 30 - 20,49 = 9,51$$

Die Steuerzahlung beträgt dann

$$S_3 = 9,51 \times 0,4 = 3,80.$$

d) *Ermittlung des Jahres, in dem die Summe der Tilgungsanteile den Buchwert übersteigt*

Die kumulierten Tilgungszahlungen werden auf Basis des Tilgungsanteils in der ersten Periode berechnet. Es muss gelten

$$n^* = 100 - 16,93 \times \frac{1,1^n - 1}{0,1} = 0$$

$$1,1^n = \frac{100 \times 0,1}{16,93} + 1$$

$$n^* = \frac{\ln\left(\frac{100 \times 0,1}{16,93} + 1\right)}{\ln 1,1} = 4,869.$$

Im fünften Jahr übersteigt die Summe der Tilgungszahlungen den Buchwert von 100 TEUR.



e) *Beurteilung der Alternativen*

Die Steuerzahlung im Fall der Sofortversteuerung beträgt 12,26 TEUR (siehe Aufgabenteil b)). Bei Zuflussversteuerung müssen die Steuern erst bezahlt werden, wenn der kumulierte Tilgungsanteil der Rente den Buchwert i. H. v. 100 TEUR übersteigt. Nachstehend ist die Entwicklung der Rente und der Tilgungen dargestellt (Werte in TEUR):

t	0	1	2	3	4	5	6
Rentenzahlung		30	30	30	30	30	30
Barwert	[130,66]	[113,72]	[95,10]	[74,61]	[52,07]	[27,27]	[0,00]
Zinsen		13,07	11,37	9,51	7,46	5,21	2,73
Tilgung		16,93	18,63	20,49	22,54	24,79	27,27
Restbuchwert	[100]	[83,07]	64,44	43,95	21,41	0,00	0,00
Gewinn						(-3,39)	(-27,27)
Steuerzahlung						-1,35	-10,91

Die Summe der Gewinne in  $t=5$  und  $t=6$  beträgt 30,66 TEUR und entspricht dem Gewinn bei Sofortversteuerung. Entsprechend summieren sich die Steuerzahlungen auf 12,26 TEUR und entsprechen ebenfalls der Steuerzahlung bei Sofortversteuerung. Der einzige Unterschied besteht im zeitlichen Anfall der Steuerzahlung. Während bei der Sofortversteuerung die Steuerzahlung in  $t=0$  stattfindet, müssen bei der Zuflussversteuerung die Steuern erst in den letzten beiden Perioden bezahlt werden, dadurch entsteht ein Zinsvorteil. Dieser Vorteil beträgt

$$\text{Zinsvorteil} = 12,26 - \frac{1,35}{1,06^5} - \frac{10,91}{1,06^6} = 3,51.$$

Rainer wird die Zuflussversteuerung wählen. Der Zinsanteil der Rente muss in beiden Fällen versteuert werden und hat deshalb keinen Einfluss auf die Entscheidung.

(34) **Lösung Aufgabe 27** *Parameter der Rentenrechnung*

a) *Nachschüssige Rente, barwertorientiert,  $w=0$*

1)  $K_0 = ?$ ,  $r = 1$ ,  $i = 3\%$ ,  $n = 20$

$$K_0 = r \times \frac{q^n - 1}{i \times q^n} = 1 \times \frac{1,03^{20} - 1}{0,03 \times 1,03^{20}} = 14,88$$

2)  $K_0 = 80$ ,  $r = ?$ ,  $i = 4\%$ ,  $n = 4$

$$K_0 = r \times \frac{q^n - 1}{i \times q^n} \quad \rightarrow \quad r = K_0 \times \frac{i \times q^n}{q^n - 1}$$

$$r = 80 \times \frac{0,04 \times 1,04^4}{1,04^4 - 1} = 22,04$$



3)  $K_0 = 100$ ,  $r = 12$ ,  $i = ?$ ,  $n = 10$  Gesucht ist die Nullstelle der Gleichung

$$f(i) = K_0 - r \times \frac{q^n - 1}{i \times q^n} \stackrel{!}{=} 0.$$

Eine exakte Lösung ist formal nicht möglich. Eine Näherungslösung kann durch das Newton-Verfahren oder durch die Zielwertsuche in Excel ermittelt werden. Der so ermittelte Zinssatz beträgt 3,46%.



4)  $K_0 = 40, r = 5, i = 6\%, n = ?$

$$K_0 = r \times \frac{q^n - 1}{i \times q^n}$$

$$i \times q^n \times K_0 = r \times q^n - r$$

$$q^n \times (i \times K_0 - r) = -r$$

$$q^n = \frac{r}{r - i \times K_0}$$

$$n \times \ln q = \ln r - \ln(r - i \times K_0)$$

$$n = \frac{\ln r - \ln(r - i \times K_0)}{\ln q}$$

$$n = \frac{\ln 5 - \ln(5 - 0,06 \times 40)}{\ln 1,06} = 11,22. \quad (6)$$

b) *Nachschüssige Rente, endwertorientiert,  $w = 0$*

1)  $K_n = ?, r = 1, i = 3\%, n = 20$

$$K_n = K_0 \times q^n = r \times \frac{q^n - 1}{i} = 1 \times \frac{1,03^{20} - 1}{0,03} = 26,87$$

2)  $K_n = 80, r = ?, i = 4\%, n = 4$

$$K_n = r \times \frac{q^n - 1}{i} \rightarrow r = K_n \times \frac{i}{q^n - 1} = 80 \times \frac{0,04}{1,04^4 - 1} = 18,84$$

3)  $K_n = 100, r = 8, i = ?, n = 10$  Gesucht ist die Nullstelle der Gleichung

$$f(i) = K_n - r \times \frac{q^n - 1}{i} \stackrel{!}{=} 0.$$

Eine exakte Lösung ist formal nicht möglich. Eine Näherungslösung kann durch das Newton-Verfahren oder durch die Zielwertsuche in Excel ermittelt werden. Der so ermittelte Zinssatz beträgt 4,87%.

4)  $K_n = 40, r = 5, i = 6\%, n = ?$

$$K_n = r \times \frac{q^n - 1}{i} \rightarrow q^n - 1 = \frac{i \times K_n}{r}$$

$$q^n = \frac{i \times K_n}{r} + 1 \rightarrow n \times \ln q = \ln \left( \frac{i \times K_n}{r} + 1 \right) \Rightarrow n = \frac{\ln \left( \frac{i \times K_n}{r} + 1 \right)}{\ln q}$$

$$n = \frac{\ln \left( \frac{0,06 \times 40}{5} + 1 \right)}{\ln 1,06} = 6,73.$$

c) *Vorschüssige Rente, barwertorientiert,  $w = 0$*

1)  $K_0 = ?, r = 1, i = 3\%, n = 20$

$$K_0 = r \times \frac{q^n - 1}{i \times q^{n-1}} = 1 \times \frac{1,03^{20} - 1}{0,03 \times 1,03^{19}} = 15,32$$



2)  $K_0 = 80, r = ?, i = 4\%, n = 4$

$$K_0 = r \times \frac{q^n - 1}{i \times q^{n-1}} \rightarrow r = K_0 \times \frac{i \times q^{n-1}}{q^n - 1}$$

$$r = 80 \times \frac{0,04 \times 1,04^3}{1,04^4 - 1} = 21,19$$

3)  $K_0 = 100, r = 12, i = ?, n = 10$

Gesucht ist die Nullstelle der Gleichung

$$f(i) = K_0 - r \times \frac{q^n - 1}{i \times q^{n-1}} \stackrel{!}{=} 0.$$

Eine exakte Lösung ist formal nicht möglich. Eine Näherungslösung kann durch das Newton-Verfahren oder durch die Zielwertsuche in Excel ermittelt werden. Der so ermittelte Zinssatz beträgt 4,30%.

4)  $K_0 = 40, r = 5, i = 6\%, n = ?$

$$K_0 = r \times \frac{q^n - 1}{i \times q^{n-1}}$$

$$i \times q^{n-1} \times K_0 = r \times q^n - r$$

$$q^n \times (i \times q^{-1} \times K_0 - r) = -r$$

$$q^n = \frac{r}{r - i \times q^{-1} \times K_0}$$

$$n \times \ln q = \ln r - \ln(r - i \times q^{-1} \times K_0)$$

$$n = \frac{\ln r - \ln(r - i \times q^{-1} \times K_0)}{\ln q}$$

$$n = \frac{\ln 5 - \ln(5 - 0,06 \times 1,06^{-1} \times 40)}{\ln 1,06} = 10,35. \quad (7)$$

d) *Vorschüssige Rente, endwertorientiert,  $w = 0$*

1)  $K_n = ?, r = 1, i = 3\%, n = 20$

$$K_n = K_0 \times q^n = r \times \frac{q^n - 1}{i \times q^{-1}} = 1 \times \frac{1,03^{20} - 1}{0,03 \times 1,03^{-1}} = 27,68$$

2)  $K_n = 80, r = ?, i = 4\%, n = 4$

$$K_n = r \times \frac{q^n - 1}{i \times q^{-1}} \rightarrow r = K_n \times \frac{i \times q^{-1}}{q^n - 1} = 80 \times \frac{0,04 \times 1,04^{-1}}{1,04^4 - 1} = 18,11$$

3)  $K_n = 100, r = 8, i = ?, n = 10$

Gesucht ist die Nullstelle der Gleichung

$$f(i) = K_n - r \times \frac{q^n - 1}{i \times q^{-1}} \stackrel{!}{=} 0.$$

Eine exakte Lösung ist formal nicht möglich. Eine Näherungslösung kann durch das Newton-Verfahren oder durch die Zielwertsuche in Excel ermittelt werden. Der so ermittelte Zinssatz beträgt 4,02%.



4)  $K_n = 40, r = 5, i = 6\%, n = ?$

$$K_n = r \times \frac{q^n - 1}{i \times q^{-1}} \rightarrow q^n - 1 = \frac{i \times K_n \times q^{-1}}{r}$$

$$q^n = \frac{i \times K_n}{r \times q} + 1 \rightarrow n \times \ln q = \ln \left( \frac{i \times K_n}{r \times q} + 1 \right) \rightarrow n = \frac{\ln \left( \frac{i \times K_n}{r \times q} + 1 \right)}{\ln q}$$

$$n = \frac{\ln \left( \frac{0,06 \times 40}{5 \times 1,06} + 1 \right)}{\ln 1,06} = 6,41.$$

e) *Nachschüssige Rente, barwertorientiert,  $w > 0$*

1)  $K_0 = ?, r = 1, i = 3\%, n = 20, w = 2\%$

$$K_0 = \frac{q^n - g^n}{q^n \times (q - g)} \times r \rightarrow K_0 = \frac{1,03^{20} - 1,02^{20}}{1,03^{20} \times (1,03 - 1,02)} \times 1 = 17,73$$

2)  $K_0 = 80, r = ?, i = 4\%, n = 4, w = 2\%$

$$r = K_0 \times \frac{q^n \times (q - g)}{q^n - g^n} = 80 \times \frac{1,04^4 \times (1,04 - 1,02)}{1,04^4 - 1,02^4} = 21,41$$

3)  $K_0 = 100, r = 12, i = ?, n = 10, w = 2\%$

Gesucht ist die Nullstelle der Gleichung

$$f(i) = K_0 - r \times \frac{q^n - g^n}{q^n \times (q - g)} \stackrel{!}{=} 0.$$

Eine exakte Lösung ist formal nicht möglich. Eine Näherungslösung kann durch das Newton-Verfahren oder durch die Zielwertsuche in Excel ermittelt werden. Der so ermittelte Zinssatz beträgt 5,13%.

4)  $K_0 = 40, r = 5, i = 6\%, n = ?, w = 2\%$

$$K_0 = \frac{q^n - g^n}{q^n \times (q - g)} \times r$$

$$q^n - g^n = \frac{q^n \times (q - g) \times K_0}{r}$$

$$-g^n = q^n \times \left( \frac{(q - g) \times K_0}{r} - 1 \right) \quad \left| \times -1 \right.$$

$$g^n = q^n \times \left( 1 - \frac{(q - g) \times K_0}{r} \right)$$

$$n \times \ln g = n \times \ln q + \ln \left( 1 - \frac{(q - g) \times K_0}{r} \right)$$

$$n \times (\ln q - \ln g) = -\ln \left( 1 - \frac{(q - g) \times K_0}{r} \right)$$

$$n = \frac{-\ln \left( 1 - \frac{(q - g) \times K_0}{r} \right)}{\ln q - \ln g}$$

$$= \frac{-\ln \left( 1 - \frac{(1,06 - 1,02) \times 40}{5} \right)}{\ln 1,06 - \ln 1,02} = 10,03$$





- 5)  $K_0 = 50, r = 7, i = 6\%, n = 6, w = ?$   
 Gesucht ist die Nullstelle der Gleichung

$$f(w) = K_0 - r \times \frac{q^n - g^n}{q^n \times (q - g)} \stackrel{!}{=} 0.$$

Eine exakte Lösung ist formal nicht möglich. Eine Näherungslösung kann durch das Newton-Verfahren oder durch die Zielwertsuche in Excel ermittelt werden. Die so ermittelte Wachstumsrate beträgt 9,09%.

- f) *Nachschüssige Rente, endwertorientiert,  $w > 0$*

- 1)  $K_n = ?, r = 1, i = 3\%, n = 20, w = 2\%$

$$K_n = \frac{q^n - g^n}{(q - g)} \times r \rightarrow K_n = \frac{1,03^{20} - 1,02^{20}}{(1,03 - 1,02)} \times 1 = 32,02$$

- 2)  $K_n = 80, r = ?, i = 4\%, n = 4, w = 2\%$

$$r = K_n \times \frac{(q - g)}{q^n - g^n} = 80 \times \frac{(1,04 - 1,02)}{1,04^4 - 1,02^4} = 18,30$$

- 3)  $K_n = 100, r = 8, i = ?, n = 10, w = 2\%$   
 Gesucht ist die Nullstelle der Gleichung

$$f(i) = K_n - r \times \frac{q^n - g^n}{(q - g)} \stackrel{!}{=} 0.$$

Eine exakte Lösung ist formal nicht möglich. Eine Näherungslösung kann durch das Newton-Verfahren oder durch die Zielwertsuche in Excel ermittelt werden. Der so ermittelte Zinssatz beträgt 3,01%.

- 4)  $K_n = 40, r = 5, i = 6\%, n = ?, w = 2\%$

$$f(n) = K_n - r \times \frac{q^n - g^n}{(q - g)} \stackrel{!}{=} 0.$$

Eine exakte Lösung ist formal nicht möglich. Eine Näherungslösung kann durch das Newton-Verfahren oder durch die Zielwertsuche in Excel ermittelt werden. Die so ermittelte Nutzungsdauer beträgt 6,45 Jahre.

- 5)  $K_n = 50, r = 7, i = 6\%, n = 5, w = ?$

$$f(w) = K_n - r \times \frac{q^n - g^n}{(q - g)} \stackrel{!}{=} 0.$$

Eine exakte Lösung ist formal nicht möglich. Eine Näherungslösung kann durch das Newton-Verfahren oder durch die Zielwertsuche in Excel ermittelt werden. Die so ermittelte Wachstumsrate beträgt 12,56%.



g) *Vorschüssige Rente, barwertorientiert,  $w > 0$*

1)  $K_0 = ?$ ,  $r = 1$ ,  $i = 3\%$ ,  $n = 20$ ,  $w = 2\%$

$$K_0 = r \times \frac{q^n - g^n}{q^{n-1} \times (q - g)} = 1 \times \frac{1,03^{20} - 1,02^{20}}{1,03^{19} \times (1,03 - 1,02)} = 18,26$$

2)  $K_0 = 80$ ,  $r = ?$ ,  $i = 4\%$ ,  $n = 4$ ,  $w = 2\%$

$$K_0 = r \times \frac{q^n - g^n}{q^{n-1} \times (q - g)} \rightarrow r = K_0 \times \frac{q^{n-1} \times (q - g)}{q^n - g^n}$$

$$r = 80 \times \frac{1,04^3 \times (1,04 - 1,02)}{1,04^4 - 1,02^4} = 20,59$$

3)  $K_0 = 100$ ,  $r = 12$ ,  $i = ?$ ,  $n = 10$ ,  $w = 2\%$

Gesucht ist die Nullstelle der Gleichung

$$f(i) = K_0 - r \times \frac{q^n - g^n}{q^{n-1} \times (q - g)} \stackrel{!}{=} 0.$$

Eine exakte Lösung ist formal nicht möglich. Eine Näherungslösung kann durch das Newton-Verfahren oder durch die Zielwertsuche in Excel ermittelt werden. Der so ermittelte Zinssatz beträgt 6,39%.

4)  $K_0 = 40$ ,  $r = 5$ ,  $i = 6\%$ ,  $n = ?$ ,  $w = 2\%$

$$K_0 = r \times \frac{q^n - g^n}{q^{n-1} \times (q - g)}$$

$$q^n - g^n = q^{n-1} \times \frac{(q - g) \times K_0}{r}$$

$$-g^n = q^n \times \left( q^{-1} \times \frac{(q - g) \times K_0}{r} - 1 \right) \quad \left| \times -1 \right.$$

$$g^n = q^n \times \left( 1 - \frac{(q - g) \times K_0}{q \times r} \right)$$

$$n \times \ln g = n \times \ln q + \ln \left( 1 - \frac{(q - g) \times K_0}{q \times r} \right)$$

$$n \times (\ln q - \ln g) = -\ln \left( 1 - \frac{(q - g) \times K_0}{q \times r} \right)$$

$$n = \frac{-\ln \left( 1 - \frac{(q - g) \times K_0}{q \times r} \right)}{(\ln q - \ln g)} \quad (8)$$

$$= \frac{-\ln \left( 1 - \frac{(1,06 - 1,02) \times 40}{1,06 \times 5} \right)}{(\ln 1,06 - \ln 1,02)} = 9,34$$

5)  $K_0 = 50$ ,  $r = 7$ ,  $i = 6\%$ ,  $n = 6$ ,  $w = ?$

$$f(w) = K_0 - r \times \frac{q^n - g^n}{q^{n-1} \times (q - g)} \stackrel{!}{=} 0.$$



Eine exakte Lösung ist formal nicht möglich. Eine Näherungslösung kann durch das Newton-Verfahren oder durch die Zielwertsuche in Excel ermittelt werden. Die so ermittelte Wachstumsrate beträgt 13,36%.

h) *Vorschüssige Rente, endwertorientiert,  $w > 0$*

1)  $K_n = ?$ ,  $r = 1$ ,  $i = 3\%$ ,  $n = 20$ ,  $w = 2\%$

$$K_n = K_0 \times q^n = r \times \frac{q^n - g^n}{q^{-1} \times (q - g)} = 1 \times \frac{1,03^{20} - 1,02^{20}}{1,03^{-1} \times (1,03 - 1,02)} = 32,98$$

2)  $K_n = 80$ ,  $r = ?$ ,  $i = 4\%$ ,  $n = 4$ ,  $w = 2\%$

$$K_n = r \times \frac{q^n - g^n}{q^{-1} \times (q - g)}$$

$$r = K_n \times \frac{q^{-1} \times (q - g)}{q^n - g^n} = 80 \times \frac{1,04^{-1} \times (1,04 - 1,02)}{1,04^4 - 1,02^4} = 17,60$$

3)  $K_n = 100$ ,  $r = 8$ ,  $i = ?$ ,  $n = 10$ ,  $w = 2\%$   
Gesucht ist die Nullstelle der Gleichung

$$f(i) = K_n - r \times \frac{q^n - g^n}{q^{-1} \times (q - g)} \stackrel{!}{=} 0.$$

Eine exakte Lösung ist formal nicht möglich. Eine Näherungslösung kann durch das Newton-Verfahren oder durch die Zielwertsuche in Excel ermittelt werden. Der so ermittelte Zinssatz beträgt 2,47%.

4)  $K_n = 40$ ,  $r = 5$ ,  $i = 6\%$ ,  $n = ?$ ,  $w = 2\%$

$$f(n) = K_n - r \times \frac{q^n - g^n}{q^{-1} \times (q - g)} \stackrel{!}{=} 0.$$

Eine exakte Lösung ist formal nicht möglich. Eine Näherungslösung kann durch das Newton-Verfahren oder durch die Zielwertsuche in Excel ermittelt werden. Die so ermittelte Nutzungsdauer beträgt 6,16 Jahre.

5)  $K_n = 50$ ,  $r = 7$ ,  $i = 6\%$ ,  $n = 5$ ,  $w = ?$

$$f(w) = K_n - r \times \frac{q^n - g^n}{q^{-1} \times (q - g)} \stackrel{!}{=} 0.$$

Eine exakte Lösung ist formal nicht möglich. Eine Näherungslösung kann durch das Newton-Verfahren oder durch die Zielwertsuche in Excel ermittelt werden. Die so ermittelte Wachstumsrate beträgt 9,45%.



## (35) Lösung Aufgabe 28 Arithmetisch wachsende Rente

Die Ausgangsgleichung beträgt

$$K_0 = \sum_{t=1}^n \frac{1}{q^t} \times (r + (t-1) \times d)$$

und lässt sich unterteilen in

$$K_0 = \sum_{t=1}^n \frac{r}{q^t} + \sum_{t=1}^n \frac{1}{q^t} (t-1) \times d. \quad (9)$$

Da  $d$  eine Konstante ist, lässt sich (9) weiter vereinfachen zu

$$K_0 = \sum_{t=1}^n \frac{r}{q^t} + d \times \sum_{t=1}^n \frac{(t-1)}{q^t} \quad (10)$$

$\sum_{t=1}^n \frac{r}{q^t}$  repräsentiert den Barwert einer jährlich nachschüssigen Rente. Es gilt deshalb.

$$\sum_{t=1}^n \frac{r}{q^t} = r \times \frac{q^n - 1}{i \times q^n} \quad (11)$$

Es verbleibt die Vereinfachung von  $\sum_{t=1}^n \frac{(t-1)}{q^t}$  aus (10)

$$y = \sum_{t=1}^n \frac{(t-1)}{q^t} = \frac{0}{q^1} + \frac{1}{q^2} + \frac{2}{q^3} + \frac{3}{q^4} + \dots + \frac{n-1}{q^n} \quad (12)$$

$$y \times q = \frac{0}{q^0} + \frac{1}{q^1} + \frac{2}{q^2} + \frac{3}{q^3} + \dots + \frac{n-1}{q^{n-1}} \quad (13)$$

Zieht man von (13) die Ausgangsgleichung (12) ab erhält man

$$\begin{aligned} y \times q - y &= \frac{0}{q^0} + \frac{1}{q^1} + \frac{2}{q^2} + \frac{3}{q^3} + \dots + \frac{n-1}{q^{n-1}} \\ &\quad - \left( \frac{0}{q^1} + \frac{1}{q^2} + \frac{2}{q^3} + \frac{3}{q^4} + \dots + \frac{n-1}{q^n} \right) \\ &= \frac{1}{q} + \frac{1}{q^2} + \frac{1}{q^3} + \frac{1}{q^4} + \dots + \frac{1}{q^{n-1}} + \frac{1}{q^n} - \frac{n}{q^n} \\ y \times (q-1) &= \sum_{t=1}^n \frac{1}{q} - \frac{n}{q^n} \quad (14) \end{aligned}$$

$\sum_{t=1}^n \frac{1}{q}$  stellt den Rentenbarwertfaktor einer nachschüssigen Rente dar. (14) vereinfacht sich dann zu

$$y = \frac{1}{i} \times \left( \frac{q^n - 1}{i \times q^n} - \frac{n}{q^n} \right) \quad (15)$$

Fügt man schließlich (15), (11) und (10) zusammen, erhält man

$$K_0 = r \times \frac{q^n - 1}{i \times q^n} + \frac{d}{i} \times \left( \frac{q^n - 1}{i \times q^n} - \frac{n}{q^n} \right)$$



## (36) Lösung Aufgabe 29 Rentenrechnung im Steuerrecht

## a) Barwert einer unendlichen Rente

Die »unendliche Rente« wird im Steuerrecht als »immerwährende Nutzung oder Leistung« bezeichnet. Der Barwert einer immerwährenden Nutzung oder Leistung bestimmt sich nach § 13 Abs. 2 BewG und bemisst sich nach dem 18,6-fachen des Jahreswerts. Der Jahreswert der Rente beträgt im Beispiel 100 EUR. Der Barwert der Rente ergibt demnach  $100 \times 18,6 = 1860$  EUR. Der Gesetzestext geht auf die Vor- oder Nachschüssigkeit einer Rente nicht ein. Insofern ermittelt sich der Barwert unabhängig davon, ob die Rente vor- oder nachschüssig gezahlt wird.

## b) Zinssatz

Der in § 13 Abs. 2 BewG angegebene Multiplikator basiert auf dem Mittelwert des Barwerts einer unendlichen vorschüssigen bzw. nachschüssigen Rente i. H. v. 1 EUR. Der Barwert einer unendlichen nachschüssigen Rente beträgt  $\frac{r}{i}$ . Der Barwert einer unendlichen vorschüssigen Rente beträgt  $r + \frac{r}{i}$ . Es gelte  $r = 1$  und damit

$$18,6 = \left( \frac{1}{i} + 1 + \frac{1}{i} \right) \times 0,5$$

$$i = \frac{1}{18,6 - 0,5} = 0,055.$$

## c) Fragen zu Anlage 9a

## 1) Barwert einer endlichen Rente

Der Barwert der Rente ergibt sich aus dem Produkt von Jahreswert der Rente und dem Vervielfältiger aus der Tabelle

$$BW = 20 \times 14,510 = 290,20 \text{ EUR}$$

## 2) Ermittlung der Vervielfältiger

Aus dem Vorspann zu Anlage 9a ergibt sich, dass die Vervielfältiger aus dem arithmetischen Mittel einer jährlich vor- und nachschüssigen Rente von 1 EUR bei einem Zinssatz von 5,5% ermittelt werden. Bei einer Laufzeit von 5 Jahren ergibt der Vervielfältiger damit

$$BW = 0,5 \times \left( \frac{(1+i)^n - 1}{i \times (1+i)^n} + \frac{(1+i)^n - 1}{i \times (1+i)^{n-1}} \right) \quad (16)$$

$$= 0,5 \times \left( \frac{1,055^5 - 1}{0,055 \times 1,055^5} + \frac{1,055^5 - 1}{0,055 \times 1,055^4} \right) = 4,388$$

3) Barwert einer Rente mit  $n = 45$ 

Der Multiplikator für  $n = 45$  ist im abgedruckten Auszug aus Anlage 9a nicht enthalten. Es muss auf das Ergebnis in 2) zurückgegriffen werden. Demnach beträgt der Barwert unter Verwendung von (16)

$$BW = 0,5 \times \left( \frac{1,055^{45} - 1}{0,055 \times 1,055^{45}} + \frac{1,055^{45} - 1}{1,055 \times 1,055^{44}} \right) \times 20 = 340,06 \text{ EUR}$$

d) *Rainer Zufall*

Rainer Zufall vollendet mit Ablauf des 31. 12. 2018 sein 21. Lebensjahr. Zur Berechnung des Lebensalters siehe auch die §§ 187 und 188 BGB. Das bedeutet, dass er mit Beginn der Rentenzahlung das 21. Lebensjahr vollendet hat. Laut Tabelle lebt Rainer Zufall zu Beginn der Rentenzahlung noch 57,68 Jahre, was in einem Vervielfältiger von 17,83 resultiert. Der Barwert der Leibrente beträgt dann

$$BW = 2\,000 \times 17,830 = 35\,660 \text{ EUR.}$$

e) *Zins- und Tilgungsanteil der Rente*

Der Tilgungsanteil der Rente ergibt sich aus der Differenz der Barwerte der Rente bei einem vollendeten Lebensalter von 21 Jahren bzw. 22 Jahren.

$$TILA = (17,830 - 17,785) \times 2\,000 = 90$$

Der Zinsanteil beträgt demnach

$$ZIA = 2\,000 - 90 = 1\,910 \text{ EUR}$$

Da die Laufzeit der Rente von der Lebenserwartung abhängt, lässt sich der Zinsanteil hier nicht durch die Verzinsung des Barwerts der Rente ermitteln. Die Verzinsung des Barwerts der Rente ergäbe

$$Zins = 2\,000 \times 17,830 \times 0,055 = 1\,961,30 \text{ EUR.}$$

f) *Ermittlung des Vervielfältigers durch lineare Interpolation*

Der gesuchte Vervielfältiger  $f(x)$  bei einem Lebensalter  $x$  ergibt sich durch

$$f(x) = f_0 + (f_1 - f_0) \times \frac{x - x_0}{x_1 - x_0}$$

mit  $x_0 =$  vollendetes Lebensjahr 21 und  $f_0 = 17,830$  bzw.  $x_1 =$  vollendetes Lebensjahr 22 und  $f_1 = 17,785$ . Gesucht ist der Vervielfältiger an der Stelle  $x = 21 + \frac{3}{12} = 21,25$

$$f(21,25) = 17,830 + (17,785 - 17,830) \times \frac{21,25 - 21}{22 - 21} = 17,819$$

$$BW = 2\,000 \times 17,819 = 35\,638 \text{ EUR.}$$

g) *Bestimmung des Zinsanteils gem. § 22 EStG*

Aus der Tabelle ergibt sich für einen Steuerpflichtigen, der bei Beginn der Rente das 21. Lebensjahr vollendet hat, einen Ertragsanteil von 49%. Demnach beträgt der zu versteuernde Zinsanteil

$$ZIA = 0,49 \times 2\,000 = 980 \text{ EUR.}$$



Der Zinsanteil, der beim Rentenzahler abzugsfähig ist (1910) und der Zinsanteil, der beim Rentenempfänger versteuert wird (980), ist nicht identisch. Der zu versteuernde Zinsertrag beim Rentenempfänger ist niedriger als der Zinsaufwand beim Rentenzahler. Für den Fiskus ist diese Regelung nachteilig.

h) *Bestimmung der Laufzeit*

In § 22 Nr. 1 Buchstabe a Doppelbuchstabe b Satz 3 Halbsatz 1 EStG ist die Berechnung des Ertragsanteils beschreiben:

*<sup>3</sup>Als Ertrag des Rentenrechts gilt für die gesamte Dauer des Rentenbezugs der Unterschiedsbetrag zwischen dem Jahresbetrag der Rente und dem Betrag, der sich bei gleichmäßiger Verteilung des Kapitalwerts der Rente auf ihre voraussichtliche Laufzeit ergibt; ...*

Nach der Tabelle ist es unerheblich, ob der Rentenempfänger männlich oder weiblich ist. Der Ertragsanteil für eine Steuerpflichtige, die bei Beginn der Rente das 62. Lebensjahr vollendet hat, beträgt 21%. Es gilt folgende Gleichung nach  $n$  aufzulösen

$$2000 \times 0,21 = \frac{2000 \times 0,5 \times \left( \frac{1,055^n - 1}{0,055 \times 1,055^n} + \frac{1,055^n - 1}{0,055 \times 1,055^{n-1}} \right)}{n} \quad (17)$$

Nach Lösung durch die Zielwertsuche ergibt sich eine Restlebenserwartung von **88,17** Jahren. Die unterstellte Restlebenserwartung ist weit höher als die vom statistischen Bundesamt ermittelte Restlebenserwartung von 23,46 Jahren (vgl. die Tabelle in c)).

• *Lösung mit der Zielwertsuche in Microsoft Excel*

Die Zielwertsuche wird über »Daten → Was-wäre-wenn-Analyse → Zielwertsuche« geöffnet. Erforderlich sind zwei Zellen. Die veränderbare Zelle enthält die gesuchte Restlebenserwartung  $n$ . Die Zielzelle enthält die Formel aus 17 und muss einen Zielwert von 0 erreichen.

• *Lösung mit Mathematica*

(\*nachsüssiger Rentenbarwertfaktor\*)

$$\text{RBFN} = ((1.055^n - 1) / (0.055 * 1.055^n))$$

(\*vorschüssiger Rentenbarwertfaktor\*)

$$\text{RBFV} = ((1.055^n - 1) / (0.055 * 1.055^{(n-1)}))$$

(\*Gleichsetzen und nach n lösen\*)

$$\text{Solve}[2000 * 0.5 * (\text{RBFN} + \text{RBFV}) / n == 2000 * 0.21, n]$$

i) *Bestimmung des Ertragsanteils bei gegebener Restlebenserwartung*

Unter Verwendung von (17) ergibt sich bei einer Restlebenserwartung von einem 62jährigen von 19,97 Jahren ein Ertragsanteil von

$$\text{Ertragsanteil} = \frac{0,5 \times \left( \frac{1,055^{19,97} - 1}{0,055 \times 1,055^{19,97}} + \frac{1,055^{19,97} - 1}{0,055 \times 1,055^{19,97-1}} \right)}{19,97} = 0,6144.$$

## (39) Lösung Aufgabe 30 Rentensudoku

a) Vervollständigung des Tilgungsplans

Es gilt

$$TIL_t = TIL_1 \times q^{t-1}.$$

Demnach gilt

$$\begin{aligned} TIL_4 &= TIL_1 \times q^3 \\ 32\,670,73 &= 29\,076,84 \times (1+i)^3 \\ i &= \sqrt[3]{\frac{32\,670,73}{29\,076,84}} - 1 \approx 0,06 \end{aligned} \quad (18)$$

Nachdem der Zinssatz bekannt ist, kann nun  $K_0$  bestimmt werden. Es gilt

$$\begin{aligned} TIL_t &= ANN - i \times K_0 \\ &= \frac{i \times q^n}{q^n - 1} \times K_0 - i \times K_0 \\ &= K_0 \times \left( \frac{i \times q^n}{q^n - 1} - i \right) \\ K_0 &= \frac{TIL_1}{\frac{i \times q^n}{q^n - 1} - i} \end{aligned} \quad (19)$$

Der Tilgungsanteil in  $t = 1$  beträgt

$$TIL_1 = TIL_2 \times q^{-1} = 29\,076,84 \times 1,06^{-1} = 27\,430,98 \quad (20)$$

Unter Verwendung von (18), (19) und (20) ergibt  $K_0$ 

$$K_0 = \frac{27\,430,98}{\frac{0,06 \times 1,06^4}{1,06^4 - 1} - 0,06} = 120\,000 \text{ EUR.}$$

Die Annuität beträgt dann

$$ANN = \frac{0,06 \times 1,06^4}{1,06^4 - 1} \times 120\,000 = 34\,630,98 \text{ EUR.}$$

Der vollständige Tilgungsplan ergibt dann

$t$	0	1	2	3	4
$K_t$	120 000	92 569,02	63 492,18	32 670,73	0,00
$ANN_t$		34 630,98	34 630,98	34 630,98	34 630,98
$ZIA_t$		7 200,00	5 554,14	3 809,53	1 960,24
$TILA_t$		27 430,98	29 076,84	30 821,45	32 670,73





- b) Ermittlung des Nennbetrags und der Annuität sowie des Tilgungsplans  
Der Zinssatz des Darlehens beträgt

$$i = \frac{Zins_4}{RBW_3} = \frac{670,94}{8\,386,69} = 0,08. \quad (21)$$

Für die Tilgung gilt

$$\begin{aligned} TIL_t &= TIL_1 \times q^{t-1} \\ TIL_1 &= \frac{i \times q^n}{q^n - 1} \times K_0 - i \times K_0. \end{aligned}$$

Der Restbuchwert in  $t=3$  beträgt demnach

$$\begin{aligned} 8\,386,69 &= K_0 - \sum_{t=1}^3 \left( \frac{i \times q^n}{q^n - 1} \times K_0 - i \times K_0 \right) \times q^{t-1} \\ &= K_0 - \left( \frac{i \times q^n}{q^n - 1} \times K_0 - i \times K_0 \right) \times \sum_{t=1}^3 q^{t-1} \quad (22) \end{aligned}$$

Da sich  $\sum_{t=1}^3 q^{t-1}$  als Endvermögen einer nachschüssigen Rente zu  $\frac{q^3-1}{i}$  vereinfachen lässt, ergibt (22)

$$\begin{aligned} 8\,386,69 &= K_0 - \left( \frac{i \times q^n}{q^n - 1} \times K_0 - i \times K_0 \right) \times \frac{q^3 - 1}{i} \\ &= K_0 \times \left[ 1 - \left( \frac{i \times q^n}{q^n - 1} - i \right) \times \frac{q^3 - 1}{i} \right] \\ K_0 &= \frac{8\,386,69}{\left[ 1 - \left( \frac{i \times q^n}{q^n - 1} - i \right) \times \frac{q^3 - 1}{i} \right]} \\ K_0 &= \frac{8\,386,69}{\left[ 1 - \left( \frac{0,08 \times 1,08^4}{1,08^4 - 1} - 0,08 \right) \times \frac{1,08^3 - 1}{0,08} \right]} = 30\,000 \text{ EUR} \end{aligned}$$

Die Annuität beträgt dann

$$ANN = \frac{0,08 \times 1,08^4}{1,08^4 - 1} \times 30\,000 = 9\,057,62 \text{ EUR.}$$

Der Tilgungsplan ergibt schließlich:

$t$	0	1	2	3	4
$K_t$	30 000	23 342,38	16 152,14	8 386,69	0,00
$ANN_t$		9 057,62	9 057,62	9 057,62	9 057,62
$ZIA_t$		2 400,00	1 867,39	1 292,17	670,94
$TILA_t$		6 657,62	7 190,23	7 765,45	8 386,69



## (40) Lösung Aufgabe 31 Herleitung der Zinsbelastung

## a) Tilgungsdarlehen

Der Restbuchwert des Darlehens in  $t$  beträgt

$$RBW_{t-1} = K_0 - (t-1) \times \frac{K_0}{n} \quad \text{für } 0 < t \leq n$$

wobei  $\frac{K_0}{n}$  der jährlichen Tilgungsrate entspricht. Die Zinsen in  $t$  betragen

$$Zins_t = i \times RBW_{t-1} = i \times \left( K_0 - (t-1) \times \frac{K_0}{n} \right).$$

Die Summe der Zinszahlungen beträgt dann

$$\begin{aligned} \sum_{t=1}^n Zins_t &= \sum_{t=1}^n i \times \left( K_0 - (t-1) \times \frac{K_0}{n} \right) \\ &= \sum_{t=1}^n \left[ i \times K_0 - i \times (t-1) \times \frac{K_0}{n} \right] \\ &= \sum_{t=1}^n \left[ i \times K_0 - i \times t \times \frac{K_0}{n} + i \times \frac{K_0}{n} \right] \\ &= n \times i \times K_0 + n \times i \times \frac{K_0}{n} - i \times K_0 \times \sum_{t=1}^n t \end{aligned} \quad (23)$$

Die Summe der Jahresordnungszahlen beträgt  $\sum_{t=1}^n t = \frac{n \times (n+1)}{2}$ . Gleichung (23) vereinfacht sich dann zu

$$\begin{aligned} &= n \times t \times K_0 + i \times K_0 - i \times \frac{K_0}{n} \times \frac{n \times (n+1)}{2} \\ &= \frac{2 \times n \times i \times K_0}{2} + \frac{2 \times i \times K_0}{2} - \frac{i \times n \times K_0}{2} - \frac{i \times K_0}{2} \\ &= \frac{i \times n \times K_0}{2} + \frac{i \times K_0}{2} \\ \sum_{t=1}^n Zins_t &= \frac{i \times (n+1)}{2} \times K_0. \end{aligned} \quad (24)$$

Unter Verwendung von Gleichung (24) beträgt die Summe der Zinszahlungen für die gegebenen Parameter

$$\sum_{t=1}^n Zins_t = \frac{0,1 \times (10+1)}{2} \times 100\,000 = 55\,000 \text{ EUR.}$$

## b) Annuitätendarlehen

Die Zinsen in  $t$  ergeben sich aus

$$Zins_t = ANN - TIL_t. \quad (25)$$



Die Annuität beträgt

$$ANN = \frac{i \times q^n}{q^n - 1} \times K_0$$

Die Tilgung in  $t = 1$  beträgt:

$$\begin{aligned} TIL_1 &= ANN - Zins_1 \\ &= \frac{i \times q^n}{q^n - 1} \times K_0 - i \times K_0 \end{aligned}$$

Herleitung von  $TIL_t$ :

$$\begin{aligned} TIL_t &= \left( \frac{i \times q^n}{q^n - 1} \times K_0 - i \times K_0 \right) \times q^{t-1} \\ &= \left( \frac{q^n}{q^n - 1} - 1 \right) \times i \times K_0 \times q^{t-1} \\ &= \frac{q^n - (q^n - 1)}{q^n - 1} \times i \times K_0 \times q^{t-1} \\ &= \frac{q^{t-1}}{q^n - 1} \times i \times K_0 \end{aligned} \quad (26)$$

(26) in (25) ergibt

$$Zins_t = \frac{i \times q^n}{q^n - 1} \times K_0 - \frac{q^{t-1}}{q^n - 1} \times i \times K_0 \quad (27)$$

Die Summe der Zinsen beträgt demnach

$$\begin{aligned} \sum_{t=1}^n Zins_t &= \sum_{t=1}^n \frac{i \times q^n}{q^n - 1} \times K_0 - \sum_{t=1}^n \frac{q^{t-1}}{q^n - 1} \times i \times K_0 \\ &= \frac{n \times i \times q^n}{q^n - 1} \times K_0 - \frac{i}{q^n - 1} \times K_0 \times \sum_{t=1}^n q^{t-1} \end{aligned} \quad (28)$$

$\sum_{t=1}^n q^{t-1}$  stellt das Endvermögen einer nachschüssigen Rente dar und vereinfacht sich zu  $\frac{q^n - 1}{q - 1}$ . (28) vereinfacht sich dann zu

$$\begin{aligned} &= \frac{n \times i \times q^n}{q^n - 1} \times K_0 - \frac{i}{q^n - 1} \times K_0 \times \frac{q^n - 1}{q - 1} \\ &= \left( \frac{n \times i \times q^n}{q^n - 1} - 1 \right) \times K_0 \\ &= \frac{n \times i \times q^n - (q^n - 1)}{q^n - 1} \times K_0 \\ \sum_{t=1}^n Zins_t &= \frac{n \times i \times q^n - q^n + 1}{q^n - 1} \times K_0. \end{aligned} \quad (29)$$

Unter Verwendung von Gleichung (29) beträgt die Summe der Zinszahlungen für die gegebenen Parameter

$$\sum_{t=1}^n Zins_t = \frac{10 \times 0,1 \times 1,1^{10} - 1,1^{10} + 1}{1,1^{10} - 1} \times 100\,000 = 62\,745,39 \text{ EUR.}$$



**(40) Lösung Aufgabe 32** *Zwei-Phasen-Modell*

- a) Es muss zuerst der Barwert der Rente der zweiten Phase bestimmt werden. Wenn ab  $t=1$  eine jährlich nachschüssige Rente gezahlt werden soll, dann liegt der erste Zahlungszeitpunkt in  $t=11$ . Der Barwert der nachschüssigen Rente der zweiten Phase in  $t=10$  beträgt

$$B_{10} = 1\,000 \times \frac{1,04^6 - 1}{0,04 \times 1,04^6} = 5\,242,14.$$

Der Endwert der gesuchten nachschüssigen Sparrate muss 5 242,14 EUR betragen. Die Sparrate beträgt deshalb

$$Ann = 5\,242,14 \times \frac{0,04}{1,04^{10} - 1} = 436,62.$$

- b) Der Tilgungsanteil der Rente in  $t=12$  kann durch die Differenz der Barwerte aus  $t=11$  und  $t=12$  bestimmt werden und beträgt

$$TIL_{12} = 1\,000 \times \left( \frac{1,04^5 - 1}{0,04 \times 1,04^5} - \frac{1,04^4 - 1}{0,04 \times 1,04^4} \right) = 821,93.$$

Der Zinsanteil in  $t=14$  stellt den dritten Zinsanteil der Rente der Auszahlungsphase dar. Er ergibt sich durch die Verzinsung des Barwerts der Rente aus  $t=13$  und damit als

$$ZIA_3 = 1\,000 \times \frac{1,04^3 - 1}{0,04 \times 1,04^3} \times 0,04 = 111.$$

- c) In diesem Fall entspricht der Zeitpunkt der letzten Sparrate dem Zeitpunkt der ersten Rentenzahlung. Der Barwert der vorschüssigen Rente in  $t=10$  beträgt

$$B_{10} = 1\,000 \times \frac{1,04^6 - 1}{0,04 \times 1,04^6} \times 1,04 = 5\,451,82.$$

Die Sparrate ergibt dann

$$Ann = 5\,451,82 \times \frac{0,04}{1,04^{10} - 1} = 454,09.$$

**(40) Lösung Aufgabe 33** *Renten bei unterjährlicher Verzinsung*

- a) Der Barwert bei jährlicher Zahlung beträgt

$$B_0^j = 12\,000 \times \frac{1,12^{10} - 1}{0,12 \times 1,12^{10}} = 67\,802,68.$$

Der Barwert bei monatlicher Zahlung beträgt

$$B_0^m = 12\,000 \times \frac{\left(1 + \frac{0,12}{12}\right)^{12 \times 10} - 1}{\frac{0,12}{12} \times \left(1 + \frac{0,12}{12}\right)^{12 \times 10}} = 69\,700,52.$$

Die Differenz und damit der Vorteil für den Vermieter beträgt

$$\Delta = B_0^m - B_0^j = 69\,700,52 - 67\,802,68 = 1\,897,84.$$



- b) Im Unterschied zu Aufgabenteil a) werden hier zwei verschiedene Zinssätze unterstellt. Der Barwert bei vierteljährlicher Vorauszahlung beträgt

$$B_0^v = 2\,500 \times \frac{1,02^{10 \times 4} - 1}{0,02 \times 1,02^{10 \times 4}} = 68\,388,70.$$

Bei jährlicher Zahlung beträgt der Barwert

$$B_0^j = 10\,000 \times \frac{1,08^{10} - 1}{0,08 \times 1,08^{10}} = 67\,100,81.$$

Der Vorteil des Fiskus beziffert sich dann auf

$$\Delta = B_0^v - B_0^j = 68\,388,70 - 67\,100,81 = 1\,287,89.$$



### 3 Grundlagen der Investitionsrechnung

#### (41) Lösung Aufgabe 34 Wahr oder falsch?

1. *falsch* | Beschrieben ist ein Formalziel. Unter Sachzielen versteht man z. B. die Erweiterung des Betriebs oder den Ersatz von Anlagen.
2. *wahr* | In diesem Zusammenhang finden auch die einzelwirtschaftlich ausgerichtete »Nutzwertanalyse« und die an der gesamtwirtschaftlichen Sicht orientierte »Kosten-Nutzen-Analyse« Anwendung.
3. *wahr* | In diesem Fall wird unter Investition eine Handlung verstanden, die einen Zahlungsstrom auslöst, der mit einer Auszahlung beginnt, auf die zu späteren Zeitpunkten Einzahlungen folgen.
4. *wahr* | Bei der Normalinvestition müssen zusätzlich die Einzahlungen die Auszahlungen übersteigen.
5. *wahr* | Im Unterschied zu Normalinvestitionen kann die Summe der Einzahlungen hier auch niedriger sein als die Summe der Auszahlungen.
6. *falsch* | Als Investition bezeichnet man beim »güterorientierten Investitionsbegriff« – im engeren Sinne – die Beschaffung von – mehr oder weniger – langlebigen Vermögensgütern zumeist in der Absicht, aus deren individuellen Nutzung oder Veräußerung in der Zukunft (Mehr-Geld-)Einnahmen zu erzielen.
7. *wahr* | Desinvestitionsvorgänge schlagen sich in der bilanziellen Rechnungslegung als Minderungen der Vermögenswerte (Aktiva) nieder.
8. *wahr* | Beschrieben ist eine der drei Grundtypen der zeitlichen Struktur des angestrebten Konsumstroms.
9. *wahr* | Bei der Kapitalbindung werden die bereitgestellten Mittel investiert (gebunden). Liquide Mittel werden dabei i. d. R. in Sachvermögen transformiert.
10. *falsch* | Unter Kapitalrückführung (Definanzierung) versteht man die Auskehrung des Kapitals an die Kapitalgeber (Eigen- und/oder Fremdkapitalgeber).
11. *wahr* | Dazu muss der Investor seine Konsumwünsche in jeder Periode in Form von Zahlungen angeben können. Die Alternative, bei der die Rückflüsse die gegebenen Zahlungen am besten abdeckt, ist die vorteilhafte Alternative.
12. *falsch* | Auf einem *vollkommenen* Kapitalmarkt entsprechen sich Soll- und Habenzinssätze.
13. *wahr* | Der Kapitalwert beträgt in diesem Fall unabhängig von der Tilgungsart (Fälligkeitsdarlehen, Tilgungsdarlehen, Annuitätendarlehen) null.
14. *falsch* | Unbeschränkter Kapitalmarkt bedeutet, dass kein Finanzierungs-limit besteht. Jeder kann so viel Fremdkapital aufnehmen wie er möchte.
15. *wahr* | Die Vermögensmehrung wird in diesem Fall am Ende des Planungshorizonts als relativer Vorteil zur Unterlassungsalternative gemessen.
16. *falsch* | Konsumprämissen können (aber müssen nicht) die Vorteilhaftigkeit der Handlungsalternativen beeinflussen.



17. *falsch* | Das Vorhandensein von Eigenkapital (Startkapital) kann (muss aber nicht) die Vorteilhaftigkeit der Handlungsalternativen beeinflussen.

(42) **Lösung Aufgabe 35** *Dominanz-Regeln*

- *Dominanzüberlegungen bei Abwesenheit eines Kapitalmarkts*

Bei Abwesenheit eines Kapitalmarkts ist lediglich Kassenhaltung möglich. Die Vorfinanzierung von Konsumprämissen ist nicht möglich, da keine Möglichkeit der Aufnahme von Krediten besteht. Sind die Konsumprämissen des Investors nicht bekannt, lassen sich nur Aussagen auf der Grundlage absoluter zeitlicher Dominanz bzw. kumulativer zeitlicher Dominanz treffen.

- *Periodische zeitliche Dominanz*

Zeitliche Dominanz liegt vor, wenn in jedem Zeitpunkt die Einzahlungen einer Alternative die Einzahlungen einer anderen Alternative übersteigen. Nach dieser Maßgabe besteht zeitliche Dominanz von A gegenüber B.

Alternative E führt zwar in Summe zu höheren Rückflüssen als z. B. bei A. Trotzdem dominiert nicht, da Konsumprämissen aufgrund eines fehlenden Kapitalmarkts in den Perioden  $t=1,2$  und  $3$  nicht realisierbar sind.

- *Kumulative zeitliche Dominanz*

Kumulative zeitliche Dominanz liegt vor, wenn die kumulierten Einzahlungen einer Alternative den kumulierten Einzahlungen einer anderen Alternative zu jedem Zeitpunkt entsprechen bzw. diese übersteigen. Nachstehend sind die kumulierten Einzahlungen der Alternativen dargestellt.

$t$	0	1	2	3	4
$Z_t^A$	-100	40	80	120	160
$Z_t^B$	-100	10	30	60	95
$Z_t^C$	-100	30	60	90	140
$Z_t^D$	-100				150
$Z_t^E$	-100				190
$Z_t^F$	-100			130	140

Demnach besteht kumulative zeitliche Dominanz:

- von A gegenüber B
- von A gegenüber C
- von A gegenüber D und
- von C gegenüber B

Eine kumulierte zeitliche Dominanz von A gegenüber F ist nicht gegeben. Zwar resultieren aus A insgesamt höhere Rückflüsse (160), aber die kumulierten Rückflüsse von A in  $t=3$  sind niedriger (120) als bei F (130).



**(42) Lösung Aufgabe 36** Vergleichbarkeit von Handlungsalternativena) *Bedingungen für vergleichbare Handlungsalternativen*

Handlungsalternativen sind dann vollständige Alternativen (vergleichbar), wenn sie sich nur in einer der nachfolgenden Größen unterscheiden:

1. Höhe der Auszahlungen
2. Zeitpunkte der Auszahlungen
3. Höhe der Einzahlungen
4. Zeitpunkte der Einzahlungen

b) *Vergleichbare Handlungsalternativen*

Vergleichbar sind die Handlungsalternativen A und C sowie A und D, da sie sich jeweils nur in einem der unter a) genannten Punkte unterscheiden. A unterscheidet sich von C (D) nur durch die Zahlung in  $t=4$  ( $t=2$ ). Alternative B unterscheidet sich zu den anderen Alternativen jeweils in mehr als einem Zeitpunkt in der Höhe der Zahlung. B ist deshalb nicht vergleichbar mit den anderen Alternativen.

c) *Wahl der besten vergleichbaren Handlungsalternative*

Ich würde C wählen, da C in allen Zeitpunkten gleich hohe Aus- oder Einzahlungen wie A und B hat, aber in  $t=2$  eine höhere Zahlung als D bzw. in  $t=4$  eine höhere Zahlung als A und D liefert. C dominiert A und D.

d) *Wahl der besten Alternative*

Ich würde B wählen. B ist zwar mit C nicht vergleichbar, aber B dominiert C, da B gleich hohe oder höhere Einzahlungen als C in allen Zeitpunkten liefert und die Auszahlungen in  $t=0$  identisch sind.

**(43) Lösung Aufgabe 37** Konsumprämissen und Entscheidungsalternativena) *Das Startkapital ist vorhanden, die Finanzierung erfolgt mit Eigenmitteln.*  
Alle Werte werden in TEUR angegeben.1) *Maximaler Konsum am Ende des Planungshorizonts*

Die Konsumprämisse »Konsum am Endes des Planungshorizonts« entspricht der Zielsetzung »Maximierung des Endwerts«. Die Ziel-Zahlungsreihe ist in  $t=0$  vorgegeben (es soll nichts konsumiert werden). Ist das Startkapital vorhanden, wird die Realinvestition nur dann durchgeführt, wenn die bei Durchführung der Realinvestition in  $t=1$  zum Konsum verfügbaren Zahlungen größer sind als im Fall Unterlassungsalternative in Form der Anlage am Kapitalmarkt.

Durchführungs-Alternative	t		Unterlassens-Alternative	t	
	0	1		0	1
Startkapital	+200		Startkapital	+200	
Investition	-200	+214	Anlage (5%)	-200	+210
Ziel-ZR	0	+214	Ziel-ZR	0	+210

Im Fall der Durchführung der Realinvestition stehen in  $t=1$  insgesamt 4 TEUR mehr zur Verfügung als im Fall der Unterlassungsalternative.





Der Endwert beträgt 4 TEUR. Der Investor entscheidet sich für die Realinvestition.

2) *Maximaler Konsum zu Beginn des Planungshorizonts*

Bei der Maximierung des Konsums zu Beginn des Planungshorizonts muss die Frage beantwortet werden, wie hoch die künftigen Rückflüsse in  $t=0$  beliehen werden können. Wie hoch ist der Kredit, der in  $t=0$  jeweils aufgenommen werden kann?

Durchführungs-Alternative			Unterlassens-Alternative		
$t$	0	1	$t$	0	1
Startkapital	+200		Startkapital	+200	
Investition	-200	+214			
Kredit (10%)	+194,55	-214			
Ziel-ZR	+194,55	0	Ziel-ZR	+200	0

Im Fall der Durchführungs-Alternative (Realinvestition) kann der Investor die Mittel aus  $t=1$  beleihen. Dabei stünden ihm Mittel in  $t=0$  i. H. v.  $\left(\frac{214}{1,1}\right) = 194,55$  TEUR zum Konsum zur Verfügung, d. h. er könnte in  $t=0$  einen Kredit über 194,55 TEUR aufnehmen, der – unter Berücksichtigung der Sollzinsen – mit den frei werdenden Mitteln in  $t=1$  getilgt werden kann. Im Fall der Unterlassens-Alternative wird das vorhandene Vermögen i. H. v. 200 TEUR sofort konsumiert. Der Investor entscheidet sich für die Unterlassens-Alternative.

b) *Das Startkapital ist nicht vorhanden, die Finanzierung der Realinvestition erfolgt mit Fremdmitteln*

Ist das Startkapital nicht vorhanden, muss die Durchführungs-Alternative – unabhängig von der Zielsetzung (Barwert oder Endwert) – durch Fremdmittel finanziert werden.

1) *Maximaler Konsum am Ende des Planungshorizonts*

Durchführungs-Alternative			Unterlassens-Alternative		
$t$	0	1	$t$	0	1
Startkapital	0		Startkapital	0	
Investition	-200	+214			
Kredit (10%)	+200	-220			
Ziel-ZR	0	-6	Ziel-ZR	0	0

Beim Endwertvergleich erweist sich die Realinvestition mit einem Endwert (= Endvermögen) von -6 TEUR als nicht vorteilhaft. Bei einem Startkapital von 0 EUR würde man bei der Durchführungs-Alternative einen Vermögensverlust von 6 TEUR erfahren. Der Investor entscheidet sich für die Unterlassens-Alternative.



## 2) Maximaler Konsum zu Beginn des Planungshorizonts

Durchführungs-Alternative			Unterlassens-Alternative		
$t$	0	1	$t$	0	1
Startkapital	0		Startkapital	0	
Investition	-200	+214			
Kredit (10%)	+194,55	-214			
Ziel-ZR	-5,45	0	Ziel-ZR	0	0

Der maximale Kreditbetrag, der aus den Rückflüssen der Investition bedient werden kann, beträgt  $\left(\frac{214}{1,1} =\right)$  194,55 TEUR. Der Vermögensverlust bei Durchführung der Investition beträgt daher -5,45 TEUR. Da die Unterlassens-Alternative keine Konsum- respektive Vermögenseinbuße beschert, ist die Unterlassens-Alternative der Durchführungs-Alternative vorzuziehen.

## • Zusammenfassung

Nachstehende Tabelle fasst die Vorteilhaftigkeit der untersuchten Fallkonstellationen zusammen ( $U$  = Unterlassung,  $R$  = Realinvestition):

maximaler Konsum in	$t = 1$	$t = 0$
Startkapital vorhanden	R	U
Startkapital nicht vorhanden	U	U

- c) Wie hoch müsste die aus der Realinvestition in  $t = 1$  resultierende Zahlung mindestens sein, damit unabhängig von den Konsumprämissen und des Startkapitals die Investition in die Realinvestition immer vorteilhaft ist?

Die Rendite der Realinvestition müsste größer sein als der Sollzins. Ist die Einzahlung in  $t = 1$  größer als  $(200 \times 1,1 =)$  220 TEUR ist die Realinvestition unabhängig von den Konsumprämissen immer vorteilhaft.

- d) Welchen Wert müsste die Einzahlung in  $t = 1$  unterschreiten, damit die Unterlassung immer vorteilhaft ist?

Die Unterlassens-Alternative ist immer dann besser, wenn die Rendite der Realinvestition den Habenzinssatz unterschreitet. Demnach ist die Unterlassens-Alternative besser, wenn die Einzahlung der Realinvestition in  $t = 1$   $(200 \times 1,05 =)$  210 TEUR unterschreitet.

## (43) Lösung Aufgabe 38 Student »S«

Ausgangsdaten

$t$	0	1	2	3
Startkapital	+5 000			
Investition A	-5 000			+5 788
Investition B	-4 000		+4 840	
Investition C	-5 000	+400	+400	+5 100



- a) Ermittlung des jeweiligen Endvermögens, wenn keine Ertrag bringende Anlagemöglichkeit für freie Mittel besteht ( $i = 0\%$ ).

Das Startkapital als Anfangskapitalbestand beträgt  $K_0 = +5\,000$ . Der Endkapitalbestand  $K_n$  ergibt sich als Summe der Zahlungen von  $t = 1$  bis  $t = 3$ . Der Vermögensendwert berechnet sich als:  $V_n = K_n(Inv) - K_n(NA)$ .

- **Nullalternative**

Im Fall der Nullalternative (NA) wird das Kapital unverzinst bis  $t = 3$  angelegt. Der Vermögenszuwachs bei der Nullalternative ( $V_n(NA)$ ) beträgt null, da der Vergleich mit sich selbst niemals zu Vermögensvor- oder -nachteilen führen kann.

t	0	1	2	3	$\Sigma$
Startkapital	+5 000				
Nullalternative					
Anlage	-5 000	$\times(1+0)^3$		+5 000	= 0

- **Investition A**

Das Endvermögen von Investition A beträgt +5 788 und ist damit um  $V_n(A) = +788$  höher als bei der Nullalternative.

t	0	1	2	3	$\Sigma$
Objekt-ZR	-5 000			+5 788	= +788

- **Investition B**

Um Vergleichbarkeit herzustellen, muss Investition B um 1 000 ergänzt werden, die am Kapitalmarkt unverzinst angelegt werden (Anlage 1). Gleichzeitig muss die Laufzeit von Alternative B angepasst werden. Aus diesem Grund werden die in  $t = 2$  frei werdenden Mittel i. H. v. 4 840 EUR um ein weiteres Jahr angelegt (Anlage 2).

t	0	1	2	3	$\Sigma$
Objekt-ZR	-4 000		+4 840		
• Anlage 1	-1 000			+1 000	
• Anlage 2			-4 840	+4 840	
Summe	-5 000		0	+5 840	= +840

Das Endvermögen ergibt demnach +5 840 und ist um  $V_n(B) = +840$  größer als bei der Nullalternative.

- **Investition C**

Die frei werdenden Mittel in  $t = 1$  i. H. v. +400 werden bis  $t = 3$  unverzinslich angelegt (Anlage 1), ebenso die frei werdenden Mittel in  $t = 2$  (Anlage 2). Das Endvermögen ergibt demnach +5 900 und ist um  $V_n(C) = +900$  größer als bei der Nullalternative.



t	0	1	2	3	$\Sigma$
Objekt-ZR	-5 000	+400	+400	+5 100	
• Anlage 1		-400		+400	
• Anlage 2			-400	+400	
Summe	-5 000	0	0	+5 900	= +900

- Zusammenfassung

Der Vermögensendwert stellt die Vermögensmehrung gemessen an der Nullalternative dar. Es gilt

$$\begin{array}{ccccccc}
 V_n(C) & > & V_n(B) & > & V_n(A) & > & V_n(NA) \\
 +900 & > & +840 & > & +788 & > & 0
 \end{array}$$

Investition C ist zu realisieren, da sich damit der höchste Vermögensendwert mit  $V_3(C) = +900$  einstellt.

- b) Jetzt können freie Mittel zu  $i = 5\%$  angelegt werden, d. h. eine Ertrag bringende Anlagemöglichkeit ist vorhanden.

- Nullalternative

t	0	1	2	3
Startkapital	+5 000			
Nullalternative				
Anlage	-5 000	$\times (1 + 0,05)^3$		+5 788,13
Anlage <sub>t-1</sub>		[+5 000]	[+5 250,0]	[+5 512,50]
Zinsen (5%)		+250	+262,5	+275,63
Anlage <sub>t</sub>		[+5 250]	[+5 512,5]	[+5 788,13]

- Investition A

Bei Investition A erfolgt die einzige Einzahlung in  $t = 3$ . Damit kann die Einzahlung direkt mit dem Endvermögen der Nullalternative verglichen werden. Es würde ein Vermögensnachteil von  $-0,13$  bei Durchführung von Investition A im Vergleich zur Nullalternative resultieren.

t	0	1	2	3
Objekt-ZR	-5 000			+5 788

$$V_n(A) = K_n(A) - K_n(NA) = +5 788 - 5 788,13 = -0,13$$

- Investition B

Bei Investition B wird nun die Differenzinvestition verzinslich angelegt. Gleichzeitig werden die Einzahlungen in  $t = 2$  für eine Periode verzinslich angelegt. Die Vermögensmehrung im Vergleich zur Nullalternative beträgt jetzt +451,50.

t	0	1	2	3
Objekt-ZR	-4 000		+4 840	
• Anlage 1	-1 000	$\times (1 + 0,05)^3$		+1 157,63
• Anlage 2			-4 840	+5 082
Summe	-5 000		0	+6 239,63



$$V_n(B) = K_n(B) - K_n(NA) = +6\,239,63 - 5\,788,13 = +451,50$$

- *Investition C*

Im Fall von Investition C betragen die auf  $t=3$  aufgezinste Einzahlungen +5 961 und liegen damit um +172,87 höher als bei der Nullalternative.

t	0	1	2	3
Objekt-ZR	-5 000	+400	+400	+5 100
• Anlage 1		-400	$\times (1 + 0,05)^2 \rightarrow$	+441
• Anlage 2			-400	+420
Summe	-5 000	0	0	+5 961

$$V_n(C) = K_n(C) - K_n(NA) = +5\,961 - 5\,788,13 = +172,87$$

- *Zusammenfassung*

$$\begin{array}{ccccccc} V_n(B) & > & V_n(C) & > & V_n(NA) & > & V_n(A) \\ +451,5 & > & +172,87 & > & 0 & > & -0,13 \end{array}$$

Die Investitionen B und C sind jeweils vorteilhaft gegenüber der Nullalternative. Da gilt  $V_n(B) > V_n(C)$  ist B die vorzuziehende Investition gegenüber C und damit durchzuführen. Investition A ist nicht vorteilhaft gegenüber der Nullalternative und ist daher nicht durchzuführen.

(44) **Lösung Aufgabe 39** Studentin »T«

- a) *Ermittlung des jeweiligen Endvermögens, wenn keine Ertrag bringende Anlagemöglichkeit für freie Mittel besteht ( $i=0\%$ ).*

Unter der Prämisse der Endvermögensmaximierung ist die beste Alternative auszuwählen. Unter der Maßgabe, dass keine Zinsen gezahlt werden, d. h. ein Kapitalmarkt zwar existiert, aber  $i=0$  gilt sowohl für Sollzinsen als auch für Habenzinsen, ist die Investition vorzuziehend, die die größten Rückflüsse liefert bzw. es ist diejenige Alternative vorteilhaft, deren Rückflüsse die gegebenen Konsumprämissen am besten erfüllen. Im vorliegenden Fall ist das Investition C.

- *Nullalternative*

Im Fall der Nullalternative werden 5 000 EUR angelegt. Das Endkapital ist mit 2 000 EUR gegeben, demnach stehen pro Periode 1 000 EUR für konsumtive Zwecke zur Verfügung. Die 1 000 EUR für den Konsum werden in  $t=1$  und  $t=2$  jeweils fremdfinanziert. Die Zinsen werden in  $t=3$  wieder zurückbezahlt.



t	0	1	2	3
Startkapital	+5 000			
1 Anlage	-5 000	$\times(1+0)^3$		+5 000
5 • Kredit 1		+1 000		-1 000
6 • Kredit 2			+1 000	-1 000
3 Entnahmemöglichkeit		(Δ = 3 000)		
4 Ziel-ZR (max!)		+1 000	+1 000	+1 000
2 Endkapitalbestand (fix)				+2 000

• *Investition A*

Bei Investition A beträgt die Differenz zwischen dem vorgegebenem Endkapitalbestand i. H. v. 2 000 EUR und der Einzahlung durch die Objektreihe (5 788 EUR) 3 788 EUR. Die Annuität bei  $i = 0\%$  beträgt  $\frac{3\,788}{3} = 1\,262,67$ .

t	0	1	2	3
Startkapital	+5 000			
1 Investition A	-5 000			+5 788
5 • Kredit 1		+1 262,67		-1 262,67
6 • Kredit 2			+1 262,67	-1 262,67
3 Entnahmemöglichkeit		(Δ = 3 788)		
4 Ziel-ZR (max!)		+1 262,67	+1 262,67	+1 262,67
2 Endkapitalbestand (fix)				+2 000

Die Überschussannuität, d. h. der Vorteil gegenüber der Nullalternative beträgt demnach

$$ANN(A) = Z(A) - Z(NA) = 1\,262,67 - 1\,000 = 262,67.$$

• *Investition B*

Bei Investition B beträgt die Differenz zwischen dem vorgegebenem Endkapitalbestand i. H. v. 2 000 EUR und der Einzahlung durch die Objektreihe (4 840 EUR) 3 840 EUR. Als Annuität aufgeteilt auf drei Perioden ergibt sich bei einem Zinssatz von 0%

$$ANN = \frac{3\,840}{3} = 1\,280.$$



t	0	1	2	3
Startkapital	+5 000			
1 Investition B	-4 000		+4 840	
2 • Anlage 1	-1 000			+1 000
3 • Anlage 2			-4 840	+4 840
4 = $\Sigma$ Zahlungen	-5 000			+5 840
8 • Kredit 1		+1 280		-1 280
9 • Kredit 2			+1 280	-1 280
6 Entnahmemöglichkeit				( $\Delta = 3 840$ )
7 Ziel-ZR (max!)		+1 280	+1 280	+1 280
5 Endkapitalbestand (fix)				+2 000

Die Überschussannuität, d. h. der Vorteil gegenüber der Nullalternative beträgt demnach

$$ANN(B) = Z(B) - Z(NA) = 1\,280 - 1\,000 = 280.$$

- Investition C

Bei Investition C beträgt die Differenz zwischen dem vorgegebenem Endkapitalbestand i. H. v. 2 000 EUR und der Einzahlung durch die Objektreihe (5 100 EUR) 3 900 EUR. Die Annuität beträgt bei  $i = 0\% \frac{3\,900}{3} = 1\,300$ .

t	0	1	2	3
Startkapital	+5 000			
1 Investition C	-5 000	+400	+400	+5 100
2 • Anlage 1		-400		+400
3 • Anlage 2			-400	+400
4 = $\Sigma$ Zahlungen	-5 000			+5 900
8 • Kredit 1		+1 300		-1 300
9 • Kredit 2			+1 300	-1 300
6 Entnahmemöglichkeit				( $\Delta = 3 900$ )
7 Ziel-ZR (max!)		+1 300	+1 300	+1 300
5 Endkapitalbestand (fix)				+2 000

Die Überschussannuität, d. h. der Vorteil gegenüber der Nullalternative beträgt demnach

$$ANN(C) = Z(C) - Z(NA) = 1\,300 - 1\,000 = 300.$$

- Zusammenfassung

$$\begin{array}{ccccccc} ANN(C) & > & ANN(B) & > & ANN(A) & > & ANN(NA) \\ +300 & > & +280 & > & +262,67 & > & 0 \end{array}$$

Investition C ist vorteilhaft.



- *Kurzrechenweg*

	C	B	A	NA
Startkapital	+5 000	+5 000	+5 000	+5 000
- Investitionsauszahlung	-5 000	-4 000	-5 000	-5 000
+ Investitionseinzahlung	+400			
	+400	+4 840		
	+5 100		+5 788	+5 000
- $K_n$ (vorgegeben)	-2 000	-2 000	-2 000	-2 000
= Entnahmemöglichkeit	+3 900	+3 840	+3 788	+3 000
÷ Laufzeit	÷ 3	÷ 3	÷ 3	÷ 3
= laufende Entnahme	+1 300	+1 280	+1 262,67	+1 000
= laufende Entnahme (NA)	-1 000	-1 000	-1 000	-1 000
= <i>Mehrentnahme ggü. NA</i>	+300	+280	+262,67	0





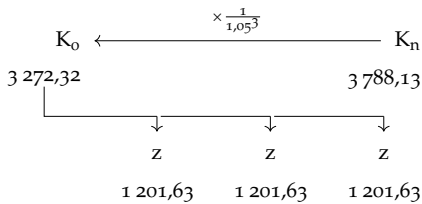
b) Jetzt können Mittel zu  $i = 5\%$  angelegt bzw. aufgenommen werden.

- Nullalternative

t	0	1	2	3
Startkapital	+5 000			
1 Anlage ( $i = 5\%$ )	-5 000	$\xrightarrow{\times 1,05^3}$		+5 788,13 ←
5 • Kredit 1		+1 201,63	$\xrightarrow{\times 1,05^2}$	-1 324,79
6 • Kredit 2			+1 201,63	-1 261,71
3 Entnahmemöglichkeit				( $\Delta = 3\ 788,13$ )
4 Ziel-ZR (max!)		+1 201,63	+1 201,63	+1 201,63
2 Endkapitalbestand (fix)				+2 000 ←

### Nebenrechnung

$$ANN = 3\ 788,13 \times \frac{0,05}{1,05^3 - 1} = +1\ 201,63$$



- Investition A

Die Annuität berechnet sich als

$$ANN = 3\ 788 \times \frac{0,05}{1,05^3 - 1} = 1\ 201,56.$$

t	0	1	2	3
Startkapital	+5 000			
1 Investition A	-5 000			+5 788 ←
5 • Kredit 1		+1 201,59	$\xrightarrow{\times 1,05^2}$	-1 324,75
6 • Kredit 2			+1 201,59	-1 261,67
3 Entnahmemöglichkeit				( $\Delta = 3\ 788$ )
4 Ziel-ZR (max!)		+1 201,59	+1 201,59	+1 201,59
2 Endkapitalbestand (fix)				+2 000 ←

Die die Nullalternative übersteigende Annuität beträgt demnach

$$ANN(A) = Z(A) - Z(NA) = 1\ 201,59 - 1\ 201,63 = -0,04$$



- *Investition B*

Die Annuität berechnet sich als

$$ANN = 4\,239,63 \times \frac{0,05}{1,05^3 - 1} = 1\,344,82.$$

t	0	1	2	3
Startkapital	+5 000			
1 <i>Investition B</i>	-4 000		+4 840	
2 • Anlage 1	-1 000	$\xrightarrow{\times 1,05^3}$		+1 157,63
3 • Anlage 2			-4 840	+5 082
4 = $\Sigma$ Zahlungen	-5 000			+6 239,63
8 • Kredit 1		+1 344,85	$\xrightarrow{\times 1,05^2}$	-1 482,69
9 • Kredit 2			+1 344,85	-1 412,09
6 <i>Entnahmemöglichkeit</i>				( $\Delta = 4\,239,63$ )
7 Ziel-ZR (max!)		+1 344,85	+1 344,85	+1 344,85
5 Endkapitalbestand (fix)				+2 000

Die die Nullalternative übersteigende Annuität beträgt demnach

$$ANN(B) = 1\,344,85 - 1\,201,63 = +143,22$$

- *Investition C*

Die Annuität berechnet sich als

$$ANN = 3\,961 \times \frac{0,05}{1,05^3 - 1} = 1\,256,46.$$

t	0	1	2	3
Startkapital	+5 000			
1 <i>Investition C</i>	-5 000	+400	+400	+5 100
2 • Anlage 1		-400		+441
3 • Anlage 2			-400	+420
4 = $\Sigma$ Zahlungen	-5 000			+5 961
8 • Kredit 1		+1 256,46		-1 385,25
9 • Kredit 2			+1 256,46	-1 319,28
6 <i>Entnahmemöglichkeit</i>				( $\Delta = 3\,961$ )
7 Ziel-ZR (max!)		+1 256,46	+1 256,46	+1 256,46
5 Endkapitalbestand (fix)				+2 000

Die die Nullalternative übersteigende Annuität beträgt demnach

$$ANN(C) = 1\,256,46 - 1\,201,63 = +54,83$$



- Zusammenfassung der Ergebnisse

$$\begin{array}{ccccccc} \text{ANN (B)} & > & \text{ANN (C)} & > & \text{ANN (NA)} & > & \text{ANN (A)} \\ +143,22 & > & +54,83 & > & 0 & > & -0,04 \end{array}$$

Die Investitionen B und C sind jeweils vorteilhaft gegenüber der Nullalternative. Da  $\text{ANN (B)} > \text{ANN (C)}$  gilt, ist Investition B die vorzuziehende Investition gegenüber C und damit durchzuführen.

Investition A ist nicht vorteilhaft gegenüber der Nullalternative und deshalb nicht durchzuführen.

Das Ergebnis entspricht dem Ergebnis aus Aufgabe 38b), da ein vollkommener und unbeschränkter Kapitalmarkt vorliegt. Die Umwandlung des Endwertes in eine Annuität ist nur ein mathematischer Umformungsprozess, das Ergebnis bleibt gleich. Die Ziel-Zahlungsstruktur ist irrelevant für die Vorteilhaftigkeits- und die Vorzuehenswürdigkeitsentscheidung bei Anwendung dynamischer Vermögenswertverfahren.

(44) Lösung Aufgabe 40 Investor »V«

- a) Auswahlentscheidung bei Endvermögensmaximierung im unvollkommenen und vollständigen (unbeschränkten) Kapitalmarkt. Der Sollzinssatz beträgt 20%, der Habenzinssatz 10%.

- Nullalternative

t	0	1	2
Startkapital	+10 000		
Anlage	-10 000	$\xrightarrow{\times 1,1^2}$	+12 100

Das Endvermögen im Fall der Nullalternative beträgt  $K_n(\text{NA}) = +12 100$ .

- Investition A

t	0	1	2
Startkapital	+10 000		
Objekt-ZR	-8 000	+5 000	+7 000
Anlage 1 (10%)	-2 000		+2 420
Anlage 2 (10%)		-5 000	+5 500
Ziel-ZR	0	0	+14 920

Der Vermögensendwert bei Durchführung von Investition A beträgt:

$$V_n(A) = K_n(A) - K_n(\text{NA}) = 14 920 - 12 100 = +2 820$$



- *Investition B*

t	0	1	2
Startkapital	+10 000		
Objekt - ZR	-16 000	+9 000	+9 000
Kredit 1 (20%)	+6 000	-7 200	
Anlage 1 (10%)		-1 800	+1 980
Ziel - ZR	0	0	+10 980

Der Vermögensendwert bei Durchführung von Investition B beträgt:

$$V_n(B) = K_n(B) - K_n(NA) = 10\,980 - 12\,100 = -1\,220$$

b) *Beurteilung der Vorteilhaftigkeit der Alternativen*

Investition A lohnt sich, da sie vorteilhaft gegenüber der Nullalternative ist, das Endvermögen der Investition A beträgt  $V_n(A) = +2\,820$ .

Investition B lohnt sich nicht, da sie nicht vorteilhaft ist gegenüber der Nullalternative. Das Endvermögen von Investition B beträgt  $V_n(B) = -1\,220$ .

**Investition A ist Investition B vorzuziehen.** Allerdings dürfte B auch ohne Vorhandensein von A nicht durchgeführt werden, da sie selbst der Nullalternative unterlegen ist.

c) *Auswirkungen der Tilgung bei Investition B am unvollkommenen Kapitalmarkt*

- *Frühhestmögliche Tilgung* → vgl. Aufgabenteil a)

t	0	1	2
Startkapital	+10 000		
Objekt - ZR	-16 000	+9 000	+9 000
Kredit 1 (20%)	+6 000	-7 200	
Anlage 1 (10%)		-1 800	+1 980
Ziel - ZR	0	0	+10 980

$$V_n(B) = K_n(B) - K_n(NA) = 10\,980 - 12\,100 = -1\,120$$

- *Gleichmäßige Tilgung (= Ratentilgung)*

t	0	1	2
Startkapital	+10 000		
Objekt - ZR	-16 000	+9 000	+9 000
Kredit 1	+6 000	-3 000	-3 000
Zinsen (20%)		-1 200	-600
Anlage 1 (10%)		-4 800	+5 280
Ziel - ZR	0	0	+10 680

$$V_n(B) = K_n(B) - K_n(NA) = 10\,680 - 12\,100 = -1\,420$$



- *Endfällige Tilgung*

t	0	1	2
Startkapital	+10 000		
Objekt-ZR	-16 000	+9 000	+9 000
Kredit 1	+6 000		-6 000
Zinsen (20%)		-1 200	-1 200
Anlage 1 (10%)		-7 800	+8 580
Ziel-ZR	0	0	+10 380

$$V_n(B) = K_n(B) - K_n(NA) = 10380 - 12100 = -1720$$

- *Zusammenfassung*

<i>frühestmögliche Tilgung</i>	<i>gleichmäßige Tilgung</i>	<i>endfällige Tilgung</i>
↓	↓	↓
$V_n(B) = -1120$	$V_n(B) = -1420$	$V_n(B) = -1720$

Gilt  $i_s > i_h$  verschlechtert sich die Vermögensposition des Investors – hier im Endwert wiedergegeben – je später die Tilgung erfolgt. Eine frühzeitige Tilgung ist daher empfehlenswert.

d) *Einfluss der Tilgung auf die Vermögensposition beim vollkommenen Kapitalmarkt.*

Bei  $i_s = i_h$  (vollkommener Kapitalmarkt) ist die **Tilgungsart ohne Einfluss auf die Vermögensposition**, da der Wert aller (Normal-)Anlagen und Aufnahmen gleich Null beträgt (Fin = Finanzierung, Anl = Geldanlage):

$$\begin{aligned} V_n(\text{Fin}) &= \text{Ann}(\text{Fin}) = C_0(\text{Fin}) = 0 \\ V_n(\text{Anl}) &= \text{Ann}(\text{Anl}) = C_0(\text{Anl}) = 0 \end{aligned}$$



## (45) Lösung Aufgabe 41 Vollständiger Finanzplan

## a) Endvermögen im Fall der Durchführungsalternative

Die Summe der Ein- und Auszahlungen muss in jeder Periode – außer der letzten Periode – jeweils null ergeben. Um dies zu erreichen ist entsprechend Kapital aufzunehmen oder anzulegen.

t	0	1	2	3	4
$B_t$	20	20	40	50	60
$Z_t$	-110	10	50	40	30
$K_t$	100	[75]	[50]	[25]	[0]
Zinsen <sub>t</sub> (10%)		-10	-7,5	-5	-2,5
TIL <sub>t</sub>		-25	-25	-25	-25
Geldanlage <sub>t</sub>				-21,9	21,9
Zinsen <sub>t</sub> (5%)					1,1
Konsumkredit <sub>t</sub>		35	11,7		
TIL <sub>t</sub>			-35	-11,7	
Zinsen <sub>t</sub> (12%)			-4,2	-1,4	
$C_t$	-10	-30	-30	-25	-30
Summe	0	0	0	0	55,5

## b) Endvermögen der Unterlassungsalternative

t	0	1	2	3	4
$B_t$	20	20	40	50	60
$C_t$	-10	-30	-30	-25	-30
Geldanlage <sub>t</sub>	-10	-0,50	-10,53	-36,05	
Rückzahlung <sub>t</sub>		10	0,50	10,53	36,05
Zinsen <sub>t</sub> (5%)		0,50	0,03	0,53	1,80
Summe	0	0	0	0	67,85

Die Unterlassungsalternative führt zu einem höheren Endvermögen als die Durchführungsalternative. Der Investor wird deshalb die Unterlassungsalternative wählen.



## 4 Vermögensmehrwertmethoden

### (46) Lösung Aufgabe 42 Wahr oder falsch?

1. *falsch* | Beim Totalmodell handelt es sich um ein gedankliches Konstrukt, bei dem das gesamte Unternehmen exakt abgebildet wird. Das bedeutet, dass bei jeder Investitionsentscheidung die Auswirkungen auf das gesamte Unternehmen betrachtet werden.
2. *falsch* | Partialmodell bedeutet, dass nur die Daten der zugrunde liegenden Investitionsentscheidung berücksichtigt werden und nicht, wie etwa beim Totalmodell, alle Daten des Unternehmens Berücksichtigung finden.
3. *falsch* | Das Gegenteil wäre eine zeitpunktgenaue Erfassung. Bei der pauschalen Zahlungserfassung werden die Zahlungen pauschal vor- oder nachschüssig, also zu einem bestimmten Zeitpunkt einer Periode, angenommen.
4. *falsch* | Begrenzter Planungshorizont bedeutet, dass nicht die gesamte »Lebenszeit« des Unternehmens abgebildet wird, sondern ein vom Investor vorgegebener Zeitraum. Dieser Zeitraum kann wiederum unabhängig von der Nutzungsdauer des Investitionsobjekts sein (er kann zumindest kürzer sein als die betriebsgewöhnliche Nutzungsdauer).
5. *wahr* | Während statische Verfahren eine »typisierte« Periode unterstellen, werden bei dynamischen Verfahren die Daten der einzelnen Perioden bis zum Planungshorizont individuell berücksichtigt.
6. *wahr* | Bei anderen Modellen erfolgt die Zahlungserfassung pauschal z. B. am Ende jeder Periode.
7. *wahr* | Ein Beispiel dafür wäre der Kapitalwert.
8. *falsch* | Modelle stellen eine Vereinfachung der Realität dar. Die Realität wird reduziert auf die wesentlichen Parameter.
9. *falsch* | Bei dynamischen Verfahren werden mehrere Perioden berücksichtigt. Bei statischen Verfahren wird eine Repräsentativperiode unterstellt.
10. *wahr* | Bei den Renditemethoden wird i. d. R. eine Repräsentativperiode unterstellt.
11. *falsch* | Die Gewinnvergleichsrechnung gehört zu den statischen Verfahren.
12. *wahr* | Zum Beispiel stellt der Finanzplan eine Staffelfrechnung dar.
13. *wahr* | Dies liegt vor allem an der Annahme einer Repräsentativperiode. Der Planungshorizont entspricht demnach nur einer Periode.
14. *wahr* | Es handelt sich dabei um einen relativen Vorteil am Ende des Planungshorizonts.
15. *falsch* | Der Kapitalwert gehört zu den dynamischen Entscheidungskalkülen, da er den unterschiedlichen zeitlichen Anfall der Zahlungen berücksichtigt.



16. *falsch* | Der Kapitalwert stellt ein relatives Vorteilhaftigkeitsmaß dar, da er den relativen Vorteil der zu beurteilenden Investitionsalternative zur Alternativanlage beschreibt.
17. *wahr* | Alternativ könnte in Höhe des Kapitalwerts (bei vollkommenem und unbeschränkten Kapitalmarkt) ein Kredit aufgenommen werden, der durch die Investitionszahlungen über den Planungshorizont gerade wieder zurückgezahlt werden kann.
18. *wahr* | Da nur Zahlungen Zielgrößen darstellen.
19. *wahr* | In diesem Fall wird das konsumierbare Vermögen im Vergleich zur Investition in die Alternativanlage gemehrt.
20. *wahr* | Dazu muss ein Kapitalmarkt vorhanden sein.
21. *wahr* | Die Aussage beschreibt den formalen Zusammenhang zwischen Anschaffungsauszahlung und den Zahlungen bis zum Planungshorizont.
22. *falsch* | In diesem Fall ist der Kapitalwert positiv.
23. *falsch* | Abschreibungen haben im Fall ohne Steuern keinen Einfluss auf die Zahlungsüberschüsse.
24. *wahr* | Das zusätzliche Konsumpotenzial stellt den relativen Vorteil der zu beurteilenden Investition dar.
25. *wahr* | Dies ist der wesentliche Unterschied zu Zinsmaßen.
26. *wahr* | Die Gewinnvergleichsrechnung gehört, wie auch die Kostenvergleichsrechnung, zu den statischen Vermögenswertmethoden.
27. *falsch* | Der Vermögensendwert errechnet sich in der Weise, dass von den auf den Endzeitpunkt der Investition (oder auf den Planungshorizont) aufgezinsten laufenden Zahlungsüberschüssen der ebenfalls aufgezinsten Kapitaleinsatz abgezogen wird.
28. *falsch* | Die durchschnittliche Kapitalbindung beträgt  $(\frac{100}{2}) = 50$  EUR.

(47) **Lösung Aufgabe 43** *Kapitalwert und Rentenrechnung*

a) *Kapitalwert zu Beginn des Jahres 2019*

Es liegt ein vollkommener Kapitalmarkt vor. Konsumprämissen sind nicht gegeben. Der Kapitalwert drückt den relativen Vorteil zur festverzinslichen Unterlassungsalternative im Entscheidungszeitpunkt aus. Da keine Anschaffungsauszahlungen existieren, entspricht der Kapitalwert dem Ertragswert der Investition.

$$\begin{aligned}
 C_0 &= \sum_{t=1}^T \frac{Z}{(1+i)^t} + \frac{L_T}{(1+i)^T} = Z \times \frac{(1+i)^T - 1}{i \times (1+i)^T} + \frac{L_T}{(1+i)^T} \\
 &= 300 \times \frac{1,1^{20} - 1}{0,1 \times 1,1^{20}} + \frac{2000}{1,1^{20}} = 2851,36
 \end{aligned}$$

Die Zahlungen fallen lt. Aufgabenstellung jeweils nachschüssig an.





b) *Vorschüssige Rentenzahlung*

$$ANN = \frac{C_0 \times i}{1+i} = \frac{2\,851,36 \times 0,1}{1,1} = 259,21$$

Faktisch entspricht die Annuität dem (vorschüssigen) ökonomischen Gewinn, der sich aus der Verzinsung des Ertragswerts im Entscheidungszeitpunkt ergibt. Der ökonomische Gewinn stellt den Betrag dar, der jährlich (hier vorschüssig) entnommen werden kann, ohne das künftige Entnahmepotenzial zu schmälern.

c) *Nachschüssige 30-jährige Rentenzahlung*

$$\begin{aligned} ANN &= C_0 \times \frac{1}{RBFN} = C_0 \times \frac{(1+i)^T \times i}{(1+i)^T - 1} \\ &= 2\,851,36 \times \frac{1,1^{30} \times 0,1}{1,1^{30} - 1} = 302,47 \end{aligned}$$

Bei einer Auszahlung von jährlich nachschüssig 302,47 ist das Kapital am Ende von  $t=30$  aufgebraucht.

d) *Nachschüssige ansteigende 30-jährige Rentenzahlung* Der Barwert der geometrisch wachsenden Rentenzahlungen muss 2 851,36 entsprechen.

- 1. Schritt: *Ermittlung der Annuität am Ende von 2019*

Der nachschüssige Annuitätenfaktor einer geometrisch wachsenden Reihe beträgt (mit  $q=1+i$  und  $g=1+w$ ):

$$\frac{1}{RBFN} = \frac{q^n \times (q-g)}{q^n - g^n} = \frac{q^n \times (i-w)}{q^n - g^n} = \frac{i-w}{1 - \left[ \frac{1+w}{1+i} \right]^T}$$

Die Rente am Ende von  $t=1$  (= Ende des Jahres 2019) beträgt demnach

$$\begin{aligned} ANN_1 &= \frac{C_0}{RBFN} = C_0 \times \frac{i-w}{1 - \left[ \frac{1+w}{1+i} \right]^T} \\ &= 2\,851,36 \times \frac{0,1 - 0,02}{1 - \left[ \frac{1,02}{1,1} \right]^{30}} = 254,53 \end{aligned}$$

- 2. Schritt: *Ermittlung der Renten zu bestimmten Zeitpunkten*

Am Ende von Jahr 2025 befindet man sich ausgehend von 2019 am Ende des 6. Jahres. Dazu wächst die Rente des 1. Jahres in fünf weiteren Jahren:

$$ANN_{2025} = ANN_1 \times (1+w)^{T-1} = 254,53 \times 1,02^5 = 281,02$$

Am Laufzeitende im Jahr 30 beträgt die letzte Rente:

$$ANN_{30} = ANN_1 \times (1+w)^{T-1} = 254,53 \times 1,02^{29} = 452,01$$



## (48) Lösung Aufgabe 44 Zieltypen der Investitionsrechnung

## a) Unendliche nachschüssige Rente

Der zeitlich unbeschränkt entnehmbare konstante Betrag entspricht dem ökonomischen Gewinn. Dieser ergibt sich aus der Verzinsung des Ertragswerts in  $t=0$ . Der Ertragswert in  $t=0$  beträgt:

$$EW_0 = \sum_{t=1}^T \frac{Z_t}{(1+i)^t} = \frac{300}{1,06} + \frac{320}{1,06^2} + \frac{270}{1,06^3} + \frac{230}{1,06^4} + \frac{440}{1,06^5} = 1\,305,49$$

Der ökonomische Gewinn beträgt dann:

$$\ddot{G} = EW_0 \times i = 1\,305,49 \times 0,06 = 78,33$$

*Zum Vergleich:* Der ökonomische Gewinn im Fall der Nullalternative beträgt ( $1\,000 \times 0,06 =$ ) 60.

## b) Maximale nachschüssige Rente, die über 5 Perioden entnommen werden kann

Da das Startkapital in  $t=0$  zur Verfügung steht, kann der gesamte Ertragswert verrentet werden. Die Rente beträgt dann:

$$ANN = EW_0 \times \frac{(1+i)^T \times i}{(1+i)^T - 1} \Leftrightarrow 1\,305,49 \times \frac{1,06^5 \times 0,06}{1,06^5 - 1} = 309,92$$

*Zum Vergleich:* Im Fall der Nullalternative könnten jährlich nur

$$ANN = 1\,000 \times \frac{1,06^5 \times 0,06}{1,06^5 - 1} = 237,40$$

entnommen werden.

c) Maximalentnahme in  $t=1$  bei geometrisch wachsender Rente

Der Barwert der wachsenden Reihe darf maximal den um den Barwert des in  $t=5$  gegebenen Betrags i. H. v. 1 000 gekürzten Ertragswert betragen. Demnach

$$B_0 = 1\,305,49 - \frac{1\,000}{1,06^5} = 1\,305,49 - 747,26 = 558,23$$

Die Höhe der 1. Rente beträgt demnach:

$$r_1 = \frac{B_0}{RBFN} = B_0 \times \frac{i-w}{1 - \left[ \frac{1+w}{1+i} \right]^T} = 558,23 \times \frac{0,06 - 0,04}{1 - \left[ \frac{1,04}{1,06} \right]^5} = 122,90$$

## • Nullalternative

Im Fall der Nullalternative (festverzinsliche Kapitalmarktanlage) darf der Barwert der wachsenden Reihe maximal

$$B_0 = 1\,000 - \frac{1\,000}{1,06^5} = 1\,000 - 747,26 = 252,74$$



betragen. Entsprechend ergibt die 1. Rente:

$$r_1 = \frac{B_0}{RBFN} = 252,74 \times \frac{0,06 - 0,04}{1 - \left[ \frac{1,04}{1,06} \right]^5} = 55,64$$

- *Zusammenfassung*

In allen betrachteten Konsumszenarien ist die Durchführungsalternative im Vergleich zur Nullalternative vorteilhaft.

(48) **Lösung Aufgabe 45** *Zieltypen der Investitionsrechnung*

a) *Maximierung des Konsums im Entscheidungszeitpunkt*

$$C_0^A = -120 + \frac{10}{1,08} + \frac{40}{1,08^2} + \frac{50}{1,08^3} + \frac{60}{1,08^4} = 7,35$$

$$C_0^B = -120 + \frac{38}{1,08} + \frac{38}{1,08^2} + \frac{38}{1,08^3} + \frac{38}{1,08^4} = 5,86$$

Der Kapitalwert drückt den relativen Vermögensvorteil der betrachteten Investition im Vergleich zur Unterlassungsalternative im Entscheidungszeitpunkt  $t=0$  aus. Die Kapitalwerte beider Investitionen sind positiv, d. h. beide generieren einen Vorteil im Vergleich zur festverzinslichen Kapitalmarktanlage. Da die Eigenmittel auf 120 TEUR begrenzt sind bzw. die Investitionen sich gegenseitig ausschließen, kann der Investor nur eine der beiden Realinvestitionen durchführen. Da Investition A einen höheren (positiven) Kapitalwert als Investition B liefert, führt der Investor Investition A durch. Da Eigenmittel i. H. v. 120 TEUR vorhanden sind, entspricht der maximale konsumfähige Betrag des Investors in  $t=0$

$$\text{Konsum}_0 = A_0 + C_0 = 127,35.$$

Der Investor könnte demnach in  $t=0$  einen Kredit über 127,35 TEUR für Konsumzwecke aufnehmen. Der Kredit könnte über den Planungshorizont durch die Rückflüsse aus der Investition gerade getilgt werden.

b) *Ermittlung der maximalen nachschüssigen konstanten unendlichen Entnahme*

Der Ermittlung der maximalen konstanten Entnahme liegt der ökonomische Gewinn zugrunde. Der ökonomische Gewinn ergibt sich aus der Verzinsung des Ertragswerts in  $t=0$ :

- *Nullalternative*

Die Nullalternative besteht in der festverzinslichen Anlage der Eigenmittel i. H. v. 120 TEUR. Der Ertragswert einer festverzinslichen Anlage auf dem vollkommenen Kapitalmarkt entspricht dem Anlagebetrag in  $t=0$  (hier 120 TEUR). Der jährlich nachschüssige unendliche entnehmbare Betrag entspricht demnach

$$C_t = 120 \times 0,08 = 9,6 \text{ TEUR.}$$



- *Investition A*

Der Ertragswert in  $t=0$  ergibt  $(A_0 + C_0 =)$  127,35 TEUR. Die Zinsen darauf entsprechen 10,19 TEUR. Nachstehende Tabelle zeigt die Entwicklung des Vermögens im Fall der Entnahme des ökonomischen Gewinns ( $C_t$ ):

t	0	1	2	3	4	5	...	$\infty$
$Z_t$	-120	10	40	50	60			
$EW_t$	[127,35]	[127,53]	[97,74]	[55,56]	[0]			
$KMA_t$		[-0,19]	[29,61]	[71,79]	[127,35]	[127,35]	...	[127,35]
$i \times KMA_{t-1}$		0,00	-0,02	2,37	5,74	10,19	...	10,19
$C_t$		10,19	10,19	10,19	10,19	10,19	...	10,19

- *Investition B*

Für Investition B ergibt sich eine maximale konstante Entnahme von 10,07 TEUR.

t	0	1	2	3	4	5	...	$\infty$
$Z_t$	-120	38	38	38	38			
$EW_t$	[125,86]	[97,93]	[67,76]	[35,19]	[0]			
$KMA_t$		[27,93]	[58,10]	[90,68]	[125,86]	[125,86]	...	[125,86]
$i \times KMA_{t-1}$		0,00	2,23	4,65	7,25	10,07	...	10,07
$C_t$		10,07	10,07	10,07	10,07	10,07	...	10,07

Im Ergebnis sollte der Investor auch im Fall, dass er seine konstanten Entnahmen maximieren möchte, in Investition A investieren.

c) *Maximierung der konstanten nachschüssigen endlichen Entnahmen*

- *Nullalternative*

Es gilt die Eigenmittel in  $t=0$  in eine nachschüssige Rente über vier Perioden zu verteilen:

$$ANN = EW_0 \times \frac{i \times q^4}{q^4 - 1} = 120 \times \frac{0,08 \times 1,08^4}{1,08^4 - 1} = 36,23$$

Entwicklung des Vermögens:

t	0	1	2	3	4
$KMA_t$	[120]	[93,37]	[64,61]	[33,55]	[0]
$i \times KMA_{t-1}$		9,60	7,47	5,17	2,68
$C_t$		36,23	36,23	36,23	36,23

- *Investition A*

Bei dieser Konsumzielsetzung ist zunächst zu prüfen, welcher Betrag in  $t=0$  zum Konsum zur Verfügung steht. Dieser Betrag wurde bereits in Aufgabenteil a) mit 127,35 TEUR ermittelt. Nun gilt es, diesen Betrag in eine nachschüssige Rente mit einer Laufzeit von vier Perioden umzurechnen:

$$ANN = EW_0 \times \frac{i \times q^4}{q^4 - 1} = 127,35 \times \frac{0,08 \times 1,08^4}{1,08^4 - 1} = 38,45$$



Die nachstehende Tabelle zeigt, dass bei jährlich nachschüssiger Entnahme von 38,45 TEUR das Vermögen am Ende von  $t=4$  aufgezehrt ist:

t	0	1	2	3	4
$Z_t$	-120	10	40	50	60
$KMA_t$		[-28,45]	[-29,17]	[-19,96]	[0]
$i \times KMA_{t-1}$		0	-2,28	-2,33	-1,60
$C_t$		38,45	38,45	38,45	38,45

• **Investition B**

Im Fall der Investition in Alternative B können jährlich nachschüssig maximal

$$ANN = \frac{i \times q^4}{q^4 - 1} = 125,86 \times \frac{0,08 \times 1,08^4}{1,08^4 - 1} = 38 \text{ TEUR}$$

entnommen werden. Nachstehende Tabelle zeigt die Entwicklung des Vermögens im Fall der jährlichen Entnahme von 38 TEUR:

t	0	1	2	3	4
$Z_t$	-120	38	38	38	38
$KMA_t$		[0]	[0]	[0]	[0]
$i \times KMA_{t-1}$		0	0	0	0
$C_t$		38	38	38	38

Auch im Fall der maximalen Entnahme über den Planungshorizont ist Investition A Investition B vorzuziehen.

d) *Maximierung der Entnahme am Ende des Planungshorizonts*

• **Nullalternative**

Das Endvermögen in  $t=4$  bei Anlage der Eigenmittel beträgt

$$EV(NA) = 120 \times 1,08^4 = 163,26 \text{ TEUR.}$$

• **Investition A**

Das Endvermögen bei Investition A beträgt 173,25 TEUR. Es übersteigt das Endvermögen im Fall der Nullalternative.

t	0	1	2	3	4
$Z_t$	-120	10	40	50	60
$KMA_t$		[10]	[50,80]	[104,86]	[0]
$i \times KMA_{t-1}$		0	0,80	4,06	8,39
$C_t$		0	0	0	173,25

Alternativ ermittelt sich das Endvermögen als:

$$EV(A) = EW_0 \times q^4 = 127,35 \times 1,08^4 = 173,25$$



- *Investition B*

Das Endvermögen bei Investition B beträgt:

$$EV(B) = EW_0 \times q^4 = 125,86 \times 1,08^4 = 171,23 \text{ TEUR}$$

Die Entwicklung des Vermögens ist nachstehend dargestellt:

t	0	1	2	3	4
Z <sub>t</sub>	-120	38	38	38	38
KMA <sub>t</sub>		[38]	[79,04]	[123,36]	[0]
i × KMA <sub>t-1</sub>		0	3,04	6,32	9,87
C <sub>t</sub>		0	0	0	171,23

Wiederum ist Investition A vorteilhaft. Fazit: Unabhängig von den Konsumpräferenzen ist auf dem vollkommenen Kapitalmarkt diejenige Alternative vorteilhaft, die den höchsten Kapitalwert liefert.

- e) *Vorteilhaftigkeit bei unvollkommenem Kapitalmarkt und gegebenen Konsumpräferenzen*
- *Nullalternative*

Werden die laufenden Entnahmen aus dem Anfangskapital bzw. dessen Verzinsung finanziert, ergibt sich ein Endvermögen von:

t	0	1	2	3	4
KMA <sub>t</sub>	[120]	[84,60]	[56,37]	[35,88]	
i × KMA <sub>t-1</sub>		9,60	6,77	4,51	2,87
C <sub>t</sub>		45	35	25	38,75

Der unter den gegebenen Entnahmebeträgen in t=1, ..., 3 maximal entnehmbare Betrag in t=0 ergibt:

$$C_0 = \frac{EV_4}{(1 + \rho)^4} = \frac{38,75}{1,08^4} = 28,48 \text{ TEUR}$$

Zur Ermittlung des maximalen Kredits in t=0 wird zur Diskontierung der Habenzinssatz verwendet, da das Startkapital verzehrt wird und der nicht verzehrte Teil am Kapitalmarkt zu 8% angelegt werden kann. Der nachstehende Finanzplan zeigt die Verzehrung des Kapitals unter der Prämisse, dass im Entscheidungszeitpunkt 28,48 TEUR konsumiert werden und in t=4 nichts konsumiert wird:

t	0	1	2	3	4
Startkapital	120				
KMA <sub>t</sub>	[91,52]	[53,84]	[23,15]	[0]	[0]
i × KMA <sub>t-1</sub>		7,32	4,31	1,85	0
C <sub>t</sub>	28,48	45	35	25	0



- *Investition A*

Die maximale Entnahme in  $t = 4$  im Fall der Durchführung von Investition A ergibt sich wie folgt:



t	0	1	2	3	4
Startkapital	120				
$Z_t$	-120	10	40	50	60
Konsumkredit in $t = 1$		35			
• Zinsen (12%)			-4,20		
• Tilgung			-35		
Konsumkredit in $t = 2$			34,20		
• Zinsen (12%)				-4,10	
• Tilgung				-34,20	
Konsumkredit in $t = 3$				13,30	
• Zinsen (12%)					-1,60
• Tilgung					-13,30
$C_t$		45	35	25	45,10

Der unter den gegebenen Entnahmebeträgen in  $t = 1, \dots, 3$  maximal entnehmbare Betrag in  $t = 0$  ergibt:

$$C_0 = \frac{EV_4}{(1 + \rho)^4} = \frac{45,10}{1,12^4} = 28,66 \text{ TEUR}$$

Nachstehender Finanzplan zeigt die Entwicklung des Vermögens:

t	0	1	2	3	4
Startkapital	120				
$Z_t$	-120	10	40	50	60
Kredit	[28,66]	[67,10]	[70,15]	[53,57]	[0]
• Zinsen		-3,44	-8,05	-8,42	-6,43
• Tilgung		-28,66	-67,10	-70,15	-53,57
$C_t$	28,66	45	35	25	0

Angenommen, die liegen keine Entnahmeprämien in  $t = 1, \dots, 4$  vor, d. h. es wird in diesen Perioden nichts entnommen. Wie ergibt sich in diesem Fall der maximal entnehmbare Betrag in  $t = 0$ ? Das Startkapital beträgt 120. Der maximal entnehmbare Betrag in  $t = 0$  entspricht dem maximal möglichen Kredit. Der Kalkulationszinsfuß beträgt in diesem Fall 12%. Der maximal entnehmbare Betrag ergibt:

$$EW_0 = \frac{10}{1,12} + \frac{40}{1,12^2} + \frac{50}{1,12^3} + \frac{60}{1,12^4} = 114,54.$$

Da der maximale Kredit niedriger ist als das Startkapital, wäre die Nullalternative vorteilhaft.

• **Investition B**

Die maximale Entnahme in  $t = 4$  im Fall der Durchführung von Investition B ergibt sich wie folgt:





t	0	1	2	3	4
Startkapital	120				
Z <sub>t</sub>	-120	38	38	38	38
Konsumkredit in t = 1		7			
• Zinsen (12%)			-0,84		
• Tilgung			-7		
Konsumkredit in t = 2			4,84		
• Zinsen (12%)				-0,58	
• Tilgung				-4,84	
Geldanlage in t = 3				-7,58	
• Zinsen (8%)					0,61
• Auszahlung					7,58
C <sub>t</sub>		45	35	25	46,19

Der unter den gegebenen Entnahmebeträgen in  $t=1, \dots, 3$  maximal entnehmbare Betrag in  $t=0$  ist hier etwas aufwändiger zu bestimmen. Die unter Berücksichtigung der konsumierten Beträge in  $t=1, \dots, 3$  verbleibenden Beträge setzen sich zusammen aus der Anlage in  $t=3$  i. H. v. 7,58 TEUR und der Zahlung aus der Investition in  $t=4$  i. H. v. 38. Der Barwert dieser beleihbaren Beträge ergibt:

$$C_0 = \frac{7,58}{1,12^3} + \frac{38}{1,12^4} = 29,54 \text{ TEUR}$$

Im nachstehenden Finanzplan ist die zugehörige Vermögensentwicklung abgetragen:

t	0	1	2	3	4
Startkapital	120				
Z <sub>t</sub>	-120	38	38	38	38
Kredit	[ 29,54 ]	[ 40,09 ]	[ 41,90 ]	[ 33,93 ]	[ 0 ]
• Zinsen		-3,55	-4,81	-5,03	-4,07
• Tilgung		-29,54	-40,09	-41,90	-33,93
C <sub>t</sub>	29,54	45	35	25	0

Investition B ist nun gegenüber Investition A vorzuziehen.

- *Zusammenfassung*

Nachstehend ist die Ergebnistabelle für die maximal entnehmbaren Werte in  $t=0$  bzw.  $t=4$  der drei Alternativen dargestellt:

Investition	NA	A	B
C <sub>4</sub> <sup>max</sup>	38,75	45,10	46,19
C <sub>0</sub> <sup>max</sup>	28,48	28,66	29,35

Investition B ist unabhängig von den beiden Konsumszenarien vorteilhaft.



## (49) Lösung Aufgabe 46 Kapitalwert und Endvermögen

## a) Ermittlung des Kapitalwerts

- 1) Kapitalwert einer 30-jährigen nachschüssigen Rente bei einer Anschaffungsauszahlung von 500 TEUR

$$C_0 = -A_0 + r \times \frac{(1+i)^T - 1}{(1+i)^T \times i} = -500 + 50 \times \frac{1,09^{30} - 1}{1,09^{30} \times 0,09} = 13,68 \text{ TEUR}$$

- 2) Kapitalwert einer zeitlich unendlichen jährlich nachschüssigen Rente bei einer Anschaffungsauszahlung von 500 TEUR

$$C_0 = -A_0 + \frac{r}{i} = -500 + \frac{50}{0,09} = 55,56 \text{ TEUR}$$

## b) Ermittlung des Endvermögens

- 1) Endvermögen am Ende von
- $t = 16$
- bei vorschüssiger Rente

$$EV = r \times \frac{q^n - 1}{i \times q^{-1}} = 500 \times \frac{1,05375^{16} - 1}{0,05375 \times 1,05375^{-1}} = 12\,850,92 \text{ EUR}$$

- 2) Endvermögen am Ende von
- $t = 16$
- bei nachschüssiger Rente

$$EV = r \times \frac{q^n - 1}{i} = 500 \times \frac{1,05375^{16} - 1}{0,05375} = 12\,195,42 \text{ EUR}$$

## c) Konstruktion selbstgewählter Beispiele

Bei der Konstruktion der Beispiele muss beachtet werden, dass die Höhe des Kapitalwerts von der Rendite der Investition abhängt. Es ist daher naheliegend, die Zahlungsstruktur einer festverzinslichen Anlage in nur einer Periode zu verändern. Die Ausgangsparameter sollen sein:  $A_0 = 100$ ,  $i = 10\%$ . Das Startkapital sei vorhanden. Der Kapitalmarkt ist vollkommen. Ein dreiperiodiger Zahlungsvektor verfügt über vier Zahlungszeitpunkte.

- 1) Kapitalwert ist gleich null

Die Zahlungsstruktur einer Realinvestition, die der Zahlungsstruktur einer festverzinslichen Anlage über drei Perioden entspricht, beträgt:

t	0	1	2	3
$Z_t$	-100	10	10	110

Der Kapitalwert ergibt:

$$C_0 = -100 + \frac{10}{1,1} + \frac{10}{1,1^2} + \frac{110}{1,1^3} = 0$$

- 2) Kapitalwert ist größer null

Anpassung der Zahlungsstruktur aus 1) in  $t = 1$  (Erhöhung um 1 EUR):



t	0	1	2	3
Z <sub>t</sub>	-100	10	10	111

Der Kapitalwert ergibt:

$$C_0 = -100 + \frac{10}{1,1} + \frac{10}{1,1^2} + \frac{111}{1,1^3} = 0,75$$

3) *Kapitalwert ist kleiner null*

Anpassung der Zahlungsstruktur aus 1) in t = 1 (Reduktion um 1 EUR):

t	0	1	2	3
Z <sub>t</sub>	-100	10	10	109

Der Kapitalwert ergibt:

$$C_0 = -100 + \frac{10}{1,1} + \frac{10}{1,1^2} + \frac{109}{1,1^3} = -0,75$$

(49) **Lösung Aufgabe 47** *Unternehmer »U«*

Zusammenfassung der gegebenen Zinssätze:

$$i_h^{0-1} = 5\% \quad i_h^{1-2} = 7\%$$

$$i_s^{0-1} = 12\% \quad i_s^{1-2} = 10\%$$

a) *Ermittlung der Endvermögen*

Da Soll- und Habenzinsen unterschiedlich sind, liegt ein *unvollkommener* Kapitalmarkt vor. Die Vermögensposition von U ist damit abhängig von Kapitalaufnahme und -anlagestruktur.

• *Nullalternative*

t	0	1	2
Basis-ZR	+1 200	+200	-400
Anlage 1	-1 160		
• Rückzahlung		+1 160	
• Zins ( $i_h^{0-1} = 5\%$ )		+58	
Anlage 2		-1 374	
• Rückzahlung			+1 374
• Zins ( $i_h^{1-2} = 7\%$ )			+96,18
Ziel-ZR	+40	+44	+48

Das Endvermögen nach Entnahme beträgt dann

$$K_N(\text{NA}) = -400 + 1\,374 + 96,18 - 48 = 1\,022,18.$$

- *Investition A*  
Aufgrund der hohen Auszahlung in  $t = 1$  muss ein Kredit aufgenommen werden, der in  $t = 2$  wieder getilgt wird.



t	0	1	2
Basis-ZR	+1 200	+200	-400
Objekt-ZR	-1 000	-800	+1 600
Zwischenergebnis	+200	-600	+1 200
Anlage 1	-160		
• Rückzahlung		+160	
• Zins ( $i_h^{0-1} = 5\%$ )		+8	
Finanzierung 1		+476	
• Tilgung			-476
• Zins ( $i_s^{1-2} = 10\%$ )			-47,60
Ziel-ZR	+40	+44	+48
Endvermögen			+628,40

Das Endvermögen berechnet sich durch

$$K_n(A) = 1\,200 - 476 - 47,60 - 48 = 628,40.$$

Der Vermögensnachteil im Vergleich zur Nullalternative (= Endwert) beträgt demnach

$$V_n(A) = K_n(A) - K_n(NA) = 628,40 - 1\,022,18 = -393,78.$$

• **Investition B**

t	0	1	2
Basis-ZR	+1 200	+200	-400
Objekt-ZR	-600	-1 600	+2 400
Zwischenergebnis	+600	-1 400	+2 000
Anlage 1	-560		
• Rückzahlung		+560	
• Zins ( $i_h^{0-1} = 5\%$ )		+28	
Finanzierung 1		+856	
• Tilgung			-856
• Zins ( $i_s^{1-2} = 10\%$ )			-85,60
Ziel-ZR	+40	+44	+48
Endvermögen			+1 010,40

Das Endvermögen berechnet sich durch

$$K_n(B) = 2\,000 - 856 - 85,60 - 48 = 1\,010,40.$$

Der Vermögensnachteil im Vergleich zur Nullalternative (= Endwert) beträgt demnach

$$V_n(B) = K_n(B) - K_n(NA) = 1\,010,40 - 1\,022,18 = -11,78.$$



- *Zusammenfassung der Ergebnisse*

Alternative	NA	A	B
Endvermögen	+1 022,18	+628,14	1 010,40
Endwert	0	-393,78	-11,78

Da der Endwert der Investitionsalternativen A und B jeweils negativ ist, ist die Durchführung der Nullalternative die beste Alternative.

- b) *Beschränkter Kapitalmarkt*

Bei Beschränkung der Kreditaufnahme auf 700 EUR, liegt ein beschränkter (unvollständiger) Kapitalmarkt vor, mit dem Ergebnis, dass Investition B nicht mehr durchgeführt werden könnte (wenn man dies trotz negativen Vermögenswertes vorhätte), da der Finanzierungsbedarf in  $t = 1$  insgesamt 856 EUR betragen würde und damit das Kreditlimit übersteigen würde.

- c) *Anwendung der Kapitalwertmethode anstatt des Vermögensendwerts*

Die Kapitalwertmethode zählt wie die Vermögensendwertmethode zu den Verfahren der dynamischen Investitionsrechnung und basiert auf der Annahme, dass

- ein unbeschränkter / vollständiger Kapitalmarkt (es existiert kein Finanzierungslimit) und
- und vollkommener Kapitalmarkt (Soll- und Habenzinsen sind äquivalent,  $i_s = i_h$ )

vorliegt. Nur unter diesen Voraussetzungen führen Kapitalwert-, Annuitäten- und Vermögensendwertmethode zum gleichen Ergebnis (zur gleichen Empfehlung). Anlagen und Finanzierungen verändern die Vermögensposition nicht.

Ein vollständiger und vollkommener Kapitalmarkt ist hier nicht gegeben. Die Investition kann nicht unabhängig von der Finanzierung betrachtet werden, denn

- die Finanzierung leistet einen negativen Vermögensbeitrag *und*
- Kreditlimits beeinflussen die Durchführbarkeit der Investition.

Basis- und Ziel-Zahlungsreihe erlangen jetzt Bedeutung, da sie die Höhe der Finanzierung / Anlage mitbestimmen.

(50) **Lösung Aufgabe 48** *Rentinvest 750*

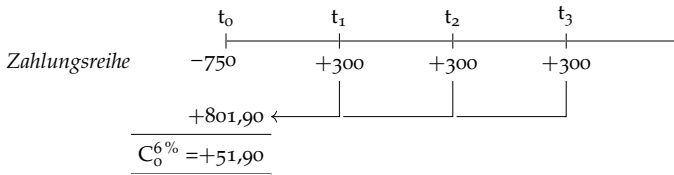
*Ausgangssituation*

Gegeben ist eine reine Investition. Es findet nur ein Vorzeichenwechsel bei der Zahlungsreihe statt, zudem übersteigt die Summe der Einzahlungen die Summe der Auszahlungen. Es gilt  $i_s = i_h = 6\%$ . Es liegen keine Finanzierungslimits vor. Es liegt ein vollkommener und vollständiger Kapitalmarkt vor.

- a) *Vorteilhaftigkeitsentscheidung*

Alle dynamischen Rechenmodelle führen zur gleichen Empfehlung, d. h. alle sind gleich gut zur Beurteilung geeignet. Ermittlung des *Kapitalwerts*:



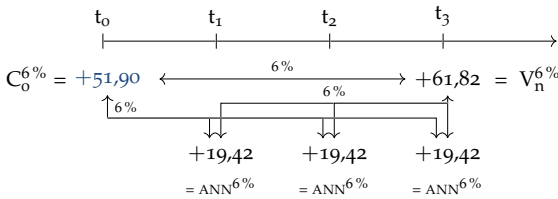


Der Barwert der Einzahlungen berechnet sich wie folgt:

$$B_0 = 300 \times \frac{1,06^3 - 1}{0,06 \times 1,06^3} = 801,90.$$

Die Investition sollte durchgeführt werden, da ein Vermögensmehrwert im Verhältnis zur Nullalternative erzielt wird. Es liegt ein positiver Kapitalwert vor. Der Investor kann 51,90 in  $t=0$  entnehmen, ohne Rückzahlung und Zinszahlung des Kapitaleinsatzes zu gefährden.

Die Beurteilung anhand anderer Vermögensmehrwertmethoden führt zum selben Ergebnis wie bei der Kapitalwertmethode, da die Auf- und Abzinsung der Zahlungen unabhängig von der Anlage bzw. Aufnahme der Mittel mit demselben Zinssatz erfolgt. Ausgehend vom Kapitalwert kann der Endwert bzw. die Annuität berechnet werden.



Formal ergibt der Endwert

$$V_n = C_0 \times (1 + i)^3 = 51,90 \times 1,06^3 = 61,82.$$

Da der Vermögensendwert positiv ist, sollte die Investition durchgeführt werden. Ermittlung der Annuität ausgehend vom Kapitalwert:

$$ANN = C_0 \times \frac{i \times q^n}{q^n - 1} = 51,90 \times \frac{0,06 \times 1,06^3}{1,06^3 - 1} = 19,42$$

Ermittlung der Annuität ausgehend vom Endwert

$$ANN = V_n \times \frac{i}{q^n - 1} = 61,82 \times \frac{0,06}{1,06^3 - 1} = 19,42.$$

Da die Annuität größer null ist, sollte die Investition durchgeführt werden.

#### b) Entnahmebetrag

Der Entnahmebetrag ergibt sich über die Verteilung des Kapitalwerts über den Planungshorizont mittels Wiedergewinnungsfaktor. Es ergibt sich eine Annuität i. H. v. 19,42. Die Annuität gibt den Betrag an, der unter Sicherstellung aller Tilgungs- und Zinszahlungen für den Kapitaleinsatz



periodisch über die Laufzeit entnommen werden kann. Zur Ermittlung der Annuität kann entweder der Kapitalwert verrechnet werden (vgl. dazu Aufgabenteil a)) oder die Investitionsauszahlung wird – wie nachstehend skizziert – über den Planungshorizont verteilt:

	$t_0$	$t_1$	$t_2$	$t_3$	
Zahlungsreihe	-750	+300	+300	+300	
		↓	↓	↓	
		-280,58	-280,58	-280,58	
		+19,42	+19,42	+19,42	= ANN <sup>6%</sup>

Pro Periode kann ein zusätzlicher Gewinn von  $+19,42$  entnommen werden. Die Finanzierung und der Tilgungszeitpunkt wirken sich nicht auf den Entnahmebetrag aus. Die Finanzierung zum Marktzins hat am vollkommenen und vollständigen Kapitalmarkt einen Vermögenswert von null. Die explizite Betrachtung ist deshalb nicht erforderlich.

	$t_0$	$t_1$	$t_2$	$t_3$	
Kredit	+750				
Zins 6 %		-45	-45	-45	
Tilgung				-750	
	+750	-45	-45	-795	
	-750				
	C <sub>0</sub> = 0				

(50) Lösung Aufgabe 49 Unvollkommener Kapitalmarkt

$t$	0	1	2	3
$Z_t^A$	-500	150	200	300
$Z_t^B$	-500	-150	0	850

a) Ermittlung der Kapitalwerte ( $C_0$ ) und Endvermögen (EV) der Investitionen A und B auf dem vollkommenen Kapitalmarkt ( $i = 6\%$ ).

- Investition A

$$C_0^A = -I_0 + \sum_{t=1}^T \frac{Z_t^A}{(1+i)^t} = -500 + \frac{150}{1,06} + \frac{200}{1,06^2} + \frac{300}{1,06^3} = 71,39$$

$$EV^A = [C_0^A + I_0] \times (1+i)^T = (71,39 + 500) \times 1,06^3 = 680,54$$

- Investition B

$$C_0^B = -I_0 + \sum_{t=1}^T \frac{Z_t^B}{(1+i)^t} = -500 - \frac{150}{1,06} + \frac{850}{1,06^3} = 72,17$$

$$EV^B = [C_0^B + I_0] \times (1+i)^T = (72,17 + 500) \times 1,06^3 = 681,46$$



Die Konsumprämisse beim Kapitalwert ist der Konsum im Entscheidungszeitpunkt  $t=0$ . Der Kapitalwert drückt den maximalen (Konsum)Kredit aus, der aufgenommen werden kann und durch die Rückflüsse der betrachteten Investition bis zum Planungshorizont getilgt werden kann.

Beim Endvermögen bzw. der Vermögensendwertmethode wird unterstellt, dass der Konsum am Ende des Planungshorizonts erfolgt.

Die Vorteilhaftigkeit der beiden Investitionen ist nahezu identisch. Es ist irrelevant für die Entscheidung, ob der Kapitalwert oder das Endvermögen als Entscheidungskriterium verwendet wird, Investition B ist immer vorteilhafter als Investition A. Der Grund liegt hier in der Äquivalenz von Soll- und Habenzinssatz (vollkommener Kapitalmarkt). Die Konsumprämissen haben keinen Einfluß auf die Vorteilhaftigkeit der Investitionsalternativen.

b) Ermittlung der Vorteilhaftigkeit bei unvollkommenem Kapitalmarkt

( $i_S = 8\%$ ,  $i_H = 4\%$ )

• Investition A – maximaler Konsum in  $t=0$

Bei der Ermittlung des maximal möglichen Kredits (Konsums) in  $t=0$  müssen die künftigen Zahlungsüberschüsse mit dem Sollzinssatz diskontiert werden. Der maximal mögliche Konsum beträgt dann:

$$C_0^A = \frac{150}{1,08} + \frac{200}{1,08^2} + \frac{300}{1,08^3} = 548,51$$

Da das Startkapital vorhanden ist, beträgt der Zahlungssaldo in  $t=0$  ( $+500 - 500 =$ ) null. Der maximal mögliche Konsum beträgt deshalb 548,51, was gleichzeitig einem Kredit entspricht, der durch die Rückflüsse der Investition in  $t=3$  gerade getilgt ist. Der Zins- und Tilgungsplan ist nachstehend abgetragen:

t	0	1	2	3
$Z_t^A$	-500	150	200	300
RBW Kredit <sub>t</sub>	[ 548,51 ]	[ 442,39 ]	[ 277,78 ]	[ 0 ]
Zins <sub>t</sub>		43,88	35,39	22,22
Tilgung <sub>t</sub>		106,12	164,61	277,78

• Investition A – Endvermögen

Werden die Rückflüsse bis  $t=3$  verzinslich angelegt, ergibt sich ein Endvermögen von

$$EV^A = 150 \times 1,04^2 + 200 \times 1,04 + 300 = 670,24.$$

Es stehen am Ende des Planungshorizonts liquide Mittel i. H. v. 670,24 zum Konsum zur Verfügung.

• Investition B – maximaler Konsum in  $t=0$

Der maximal mögliche Kredit (Konsum) beträgt in diesem Fall

$$C_0^B = \frac{-150}{1,08} + \frac{850}{1,08^3} = 535,87$$



Der Zins- und Tilgungsplan sieht wie folgt aus:

t	0	1	2	3
$Z_t^B$	-500	-150	0	850
$RBW\ Kredit_t$	[535,87]	[728,74]	[787,04]	[0]
$Zins_t$		42,87	58,30	62,96
$Tilgung_t$		-192,87	-58,30	787,04

• *Investition B – Endvermögen*

Hier muss beachtet werden, dass zur Ermittlung des Endvermögens Sollzinsen verwendet werden:

t	0	1	2	3
Startkapital	+500			
$Z_t^B$	-500	-150		850
• Kredit 1		150	-150	
Zinsen (8%)			-12	
• Kredit 2			162	-162
Zinsen (8%)				-12,96
Ziel-ZR	0	0	0	675,04

• *Zusammenfassung*

Auf dem unvollkommenen Kapitalmarkt können die Konsumprämissen entscheidend sein. Wünscht der Investor in  $t=0$  seinen Konsum zu maximieren, sollte er Investition A durchführen. Investition B ist hingegen vorteilhaft, wenn ausschließlich am Ende des Planungshorizonts konsumiert werden soll.

	Konsum in $t=0$	Endvermögen
<i>Investition A</i>	548,51	670,24
<i>Investition B</i>	535,87	675,04
<i>vorteilhaft</i>	<b>A</b>	<b>B</b>

(51) **Lösung Aufgabe 50** *Flipper-Leasing*

Es sollen 5 Flipper Geräte mit einer steuerlichen Nutzungsdauer von 4 Jahren angeschafft werden. Dazu werden zwei Beschaffungsalternativen diskutiert:

1. *Kreditkauf*

Im Fall des Kreditkaufs beträgt der Preis pro Stück 3 000 EUR. Die wirtschaftliche Nutzungsdauer beträgt 5 Jahre. Der Zinssatz liegt bei 10%.

2. *Finanzierungsleasing*

Im Fall des Leasing beträgt die Leasingrate pro Stück 1 200 EUR. Die Leasingdauer beträgt 3 Jahre und es existiert eine Kaufoption zum Preis des steuerlichen Restbuchwerts nach 3 Jahren.



## a) Ermittlung der günstigsten Beschaffungsart

Zur Ermittlung der vorteilhaften Alternative ist Vergleichbarkeit hinsichtlich der Betrachtungszeiträume bzw. der Nutzungsdauern herzustellen. Dabei existieren zwei Möglichkeiten

## 1. Nutzung über 5 Jahre

Nutzung der Geräte im Unternehmen über die tatsächliche Nutzungsdauer von 5 Jahren. In diesem Fall muss im Fall des Leasing die Kaufoption in  $t=3$  ausgeübt werden und die Wirtschaftsgüter zum Restbuchwert in  $t=3$  erworben werden.

## 2. Nutzung über 3 Jahre

Nutzung im Unternehmen über die Leasingzeit von 3 Jahren. Im Fall des Kreditkaufs müssen dann die Geräte in  $t=3$  zum Restbuchwert veräußert werden.

Die nachstehenden Berechnungen erfolgen jeweils für ein Gerät. Zunächst erfolgt die Ermittlung des steuerlichen Restbuchwerts (RBW) in  $t=3$ . Die jährliche lineare Abschreibung beträgt  $\frac{3000}{4} = 750$  EUR.

$t$	0	1	2	3	4
Wertentwicklung pro Stück	[3 000]	[2 250]	[1 500]	[750]	[0]
Abschreibung pro Stück		(-750)	(-750)	(-750)	(-750)

## 1. Nutzung über 5 Jahre (KK = Kreditkauf, FL = Finanzierungsleasing)

## • Kreditkauf

Der Barwert von Zins- und Tilgung entspricht, da es sich um einen vollkommenen Kapitalmarkt handelt, gerade der Kreditsumme in  $t=0$ . Der Kapitalwert des Kredits beträgt demnach null. Die Nettoauszahlungen in  $t=0$  pro Gerät betragen dann  $-3000$ .

$t$	0	1	2	3	4
Ansaffung	-3 000				
Kreditaufnahme	+3 000	...			
Barwert Zins/Tilgung	-3 000	←			
$B_0$ (KK)	<u>-3 000</u>				

## • Leasing (Mietkauf)

Im Fall des Leasing müssen die Leasingraten in  $t=1, \dots, 3$  bezahlt werden. Hinzu kommt der Kaufpreis für die Geräte in  $t=3$  in Höhe des Restbuchwerts  $(-750)$ . Der Barwert der Leasingraten ergibt

$$B_0(\text{LR}) = -1\,200 \times \frac{1,1^3 - 1}{0,1 \times 1,1^3} = -2\,984,22.$$

Der Barwert des Kaufpreises bei Ausübung der Kaufoption (KO) berechnet sich als

$$B_0(\text{KO}) = -\frac{750}{1,1^3} = -563,49.$$



Der Barwert der Auszahlungen im Fall des Finanzierungsleasing (FL) ergibt demnach:

t	0	1	2	3	4
Leasingrate		-1 200	-1 200	-1 200	
$B_0$ (LR)	-2 984,22	←			
Kaufoption				-750	
$B_0$ (KO)	-563,49	←			
$B_0$ (FL)	<u><u>-3 547,71</u></u>				

Leasing erweist sich als – bezogen auf  $t=0$  um 547,71 – ungünstigere Variante. Es sollte fremdfinanziert gekauft werden.

2. *Nutzung der Geräte über drei Jahre*

In diesem Fall wird bei Leasing die Kaufoption nicht ausgeübt. Beim Kreditkauf werden die Geräte in  $t=3$  zum Restbuchwert veräußert. Die Laufzeit des Kredits spielt hier keine Rolle, da der Kapitalwert des Kredits unabhängig von der Laufzeit und der Tilgungsstruktur null beträgt, da ein vollkommener Kapitalmarkt unterstellt wird.

• *Kreditkauf*

Der Barwert von Zins- und Tilgung entspricht, da es sich um einen vollkommenen Kapitalmarkt handelt, gerade der Kreditsumme in  $t=0$ . Der Kapitalwert des Kredits beträgt demnach null. Die Nettoauszahlungen in  $t=0$  pro Gerät betragen dann -3 000. Der Barwert des Liquidationserlöses (LE) beträgt 563,49.

t	0	1	2	3	4
Anschaffung	-3 000				
Kreditaufnahme	+3 000	...			
Barwert Zins/Tilgung	-3 000	←			
Verkaufserlös				+750	
$B_0$ (LE)	+563,49	←			
$B_0$ (KK)	<u><u>-2 436,51</u></u>				

• *Leasing (Mietkauf)*

Der Barwert der Auszahlung bei Leasing beschränkt sich jetzt auf den Barwert der Leasingraten, da die Kaufoption nicht ausgeübt wird.

t	0	1	2	3	4
Leasingrate		-1 200	-1 200	-1 200	
$B_0$ (FL)	-2 984,22	←			



Der Kreditkauf weist um  $2\,984,22 - 2\,436,51 = 547,71$  EUR niedrigere Auszahlungen im Barwert auf als das Finanzierungsleasing und ist deshalb die vorteilhafte Alternative.

b) *Ermittlung der kritischen Leasingrate*

Zur Ermittlung der kritischen Leasingrate existieren hier zwei Lösungswege. Insgesamt muss die Leasingrate sinken, um Äquivalenz herzustellen. Die Veräußerung zum Restbuchwert verändert sich dadurch nicht.

• *Lösungsweg 1*

Der Barwert der Auszahlungen bei Kreditkauf muss dem Barwert der Auszahlungen bei Finanzierungsleasing entsprechen

$$B_0(\text{KK}) \stackrel{!}{=} B_0(\text{FL})$$

Beim Finanzierungsleasing können die Auszahlungen aufgespalten werden in den Barwert der Leasingraten und den Barwert des Kaufpreises bei Ausübung der Kaufoption

$$-3\,000 = B_0(\text{LR}) - 750 \times \frac{1}{1,1^3}$$

Auflösen nach der Leasingrate ergibt

$$-2\,436,51 = \text{LR} \times \frac{1,1^3 - 1}{0,1 \times 1,1^3} \Leftrightarrow \text{LR} = -979,76$$

Der Barwert der Auszahlungen entspricht jetzt  $-3\,000$  EUR.

t	0	1	2	3	4
<i>Leasingrate</i>		-979,76	-979,76	-979,76	
$B_0(\text{LR})$	-2 436,51	←			
<i>Kaufoption</i>					-750
$B_0(\text{KO})$	-563,49	←			
$B_0(\text{FL})$	<u>-3 000,00</u>				

• *Lösungsweg 2*

Die Differenz zwischen Kreditkauf und Finanzierungsleasing beträgt

$$\begin{aligned} B_0(\text{KK}) &\rightarrow \Delta \leftarrow B_0(\text{FL}) \\ -3\,000 &\rightarrow 547,71 \leftarrow -3\,547,71 \end{aligned}$$

Dieser Differenzbetrag muss null betragen damit der Kreditkauf und das Finanzierungsleasing gleich teuer sind, bezogen auf  $t=0$ . Die Differenz wird als Annuität berechnet und von der ursprünglichen Leasingrate abgezogen. Ermittlung der Annuität:

$$\text{ANN} = 547,71 \times \frac{0,1 \times 1,1^3}{1,1^3 - 1} = 220,24$$



t	0	1	2	3	4
Leasingrate alt		-1 200	-1 200	-1 200	
Barwert	547,71				
Senkung LR		+220,24	+220,24	+220,24	
kritische LR		-979,76	-979,76	-979,76	

(51) **Lösung Aufgabe 51** Kapitalwert oder Annuität?

• *Diskussion der Entscheidungskriterien*

Die Vorteilhaftigkeitskriterien »Kapitalwert« und »Annuität« gehören zu den dynamischen Investitionsrechenmodellen, bei der die Vorteilhaftigkeitsentscheidung durch den Vergleich der Investitionsalternative mit der Nullalternative getroffen wird. Alle dynamischen Vermögensmehrwertrechnungen sind gleich gut zur Beurteilung geeignet und führen zum gleichen Ergebnis, denn alle Verfahren basieren auf den gleichen Annahmen. Sie unterliegen damit auch der gleichen Kritik.

1. *Die Prämissen unterstellen einen vollkommenen und vollständigen Kapitalmarkt*

- Der Sollzinssatz entspricht dem Habenzinssatz
- Es kann jederzeit Kapital in der gewünschten Höhe aufgenommen und angelegt werden.
- Es existieren keine Transaktionskosten.

2. *Realität*

- In der Realität übersteigt der Sollzinssatz den Habenzinssatz.
- Es bestehen in der Höhe limitierte Kapitalaufnahme- und -anlagemöglichkeiten in bestimmter Stückelung.
- Es existieren Transaktionskosten (z. B. in Form von Gebühren).

Eine explizite Berücksichtigung von Anlage und Finanzierung im vollständigen Finanzplan ist erforderlich, um Engpässe aufzudecken und unterschiedliche Konditionen abzubilden. Zudem ist die Berücksichtigung des gewünschten Zeitpunkts der Vermögensmehrung erforderlich. Die Vorteilhaftigkeit hängt vom Zeitpunkt des Konsums und von der Anfangskapitalausstattung ab.

Die genannten Vermögensmehrwertmethoden sind dennoch anwendbar, wenn Finanzierungsengpässe gesondert geprüft werden und wenn Zinsunterschiede unwesentlich oder für den Betrachter aufgrund einer beschränkten Anzahl an Handlungsalternativen unwesentlich sind oder durch die Ergänzung des Vermögenswerts in die Betrachtung einbezogen werden können.

Vorziehenswürdigkeitsentscheidung bedeutet die Auswahl einer Investition (Finanzierung) aus mehreren möglichen Investitions-(Finanzierungs-)alternativen. Die zur Auswahl stehenden Investitionen können sich hinsichtlich Kapitaleinsatz, Laufzeit, Rückflussstruktur unterscheiden. Damit unterscheidet sich das jeweils zu Periodengewinn in der Investition gebundene Kapitel. Es treten *Kapitalbindungsdifferenzen* auf. Die dynamischen Investitionsrechenverfahren treffen *unterschiedliche Annahmen* über die Verzinsung von Kapitalbindungsdifferenzen und können daher zu *unterschiedlichen Handlungsempfehlungen* führen.



### 1. Vermögensmehrwertmethoden

Die Kapitalbindungsdifferenzen verzinsen sich zum Kapitalmarktzins. Beim Kapitalwert bzw. Endwert werden alle Zahlungen auf einen bestimmten Zeitpunkt verdichtet. Bei der Annuitätenmethode wird der Kapitalwert über die Laufzeit der Investition verteilt. Laufzeitunterschiede führen dazu, dass die Annuitätenmethode zu anderen Ergebnissen führt als die Kapitalwert- bzw. Endwertmethode.

### 2. Rendite-Methode

Die Kapitalbindungsdifferenzen verzinsen sich zum internen Zinsfuß  $r$ .

### • Anwendungsvoraussetzungen

#### 1. Vermögenswertrechnungen

Bei der *Kapitalwertmethode* werden Kapitalanlagen- und -aufnahmen zu  $i$  zum Ausgleich von Kapitalbindungsdifferenzen angenommen. Es wird zudem unterstellt, dass die Investition einmal durchgeführt wird.

Bei der *Annuitätenmethode* werden Kapitalanlagen und -aufnahmen zu  $i$  zum Ausgleich unterschiedlicher Kapitaleinsätze und Rückflussstrukturen angenommen. Es wird Wiederholbarkeit der Investition zur Herstellung gleicher Laufzeiten angenommen.

#### 2. Rendite-Methode

Es wird Teilbarkeit und Wiederholbarkeit der Investition zum Ausgleich aller Kapitalbindungsdifferenzen zur internen Rendite  $r$  unterstellt.

### • Kapitalwert oder Annuität?

$t$	0	1	...	6	...	12	$r$	$C_0^{8\%}$	$ANN^{8\%}$
A	-1 000	+200	...	+200	...	+200	16,94%	507,22	67,30
B	-1 000	+300	...	+300			19,91%	386,86	83,68
C	-1 400	+400	...	+400			17,97%	449,15	97,16

### Unterschiede in der Kapitalbindung

- Investition C erfordert höheren *Kapitaleinsatz* als A und B
- Investition A hat längere *Laufzeit* als B und C

Laut Aufgabe soll der Alternativenvergleich ausschließlich anhand der Kapitalwertmethode und der Annuitätenmethode durchgeführt werden. Im Folgenden wird Investition B aus der weiteren Betrachtung ausgeschlossen, da sie der Investition C in beiden Kriterien (Kapitalwert und Annuität) unterlegen ist.

Die Annuitätenmethode verteilt den Vermögensmehrwert aus der Investition über die Nutzungsdauer. Bei unterschiedlicher Investitionsdauer der Alternative ist deshalb keine Vergleichbarkeit gegeben. Die Vergleichbarkeit wird hergestellt, indem gleiche Betrachtungszeiträume hergestellt werden. Dies bedingt die Möglichkeit der Wiederholung der kürzeren Investition. Ist die Wiederholbarkeit nicht gegeben, kann die Anpassung der Zeitspanne mittels Kapitalaufnahme und -anlage zum Kapitalmarktzins erfolgen.



(1) Die Wiederholung der kürzeren Investition (C) ist nicht möglich

• *Investition A*

$t$	0	1	...	6	7	...	12
A	-1 000	+200	...	+200	+200	...	+200
<i>Barwertstreben</i>							
	+1 507,22 ←						
$C_0$	+507,22						
<i>Einkommenstreben</i>							
A	-1 000	+200	...	+200	+200	...	+200
		-132,7	...	-132,7	-132,7	...	-132,7
ANN		+67,3	...	+67,3	+67,3	...	+67,3

*Barwertstreben* zeichnet sich durch Kreditaufnahme, die durch jährliche Raten von 200 EUR zurückgezahlt wird, aus, während *Einkommenstreben* die gleichmäßige Verteilung der Rückführung des eingesetzten Kapitals bedeutet. Der maximale Kredit bei Barwertstreben beträgt 507,22 EUR. Bei Einkommenstreben beträgt die Überschussannuität 67,3 EUR pro Periode.

• *Investition C*

Da angenommen wird, dass die Wiederholung der Investition nicht möglich ist, wird in  $t=6$  zur Herstellung der Vergleichbarkeit eine (Ergänzungs-)Investition in gleicher Höhe nochmal durchgeführt. Die Ergänzungsinvestition erfolgt zum Kapitalmarktzins  $i$ , weshalb deren Kapitalwert null beträgt.

$t$	0	1	...	6	7	...	12
C	-1 400	+400	...	+400			
<i>Barwertstreben</i>							
	+1 849,15 ←						
$C_0$	+449,15						
<i>Ergänzungsinvestition</i>				-1 400			
				+1 400	+302,84	...	+302,84
$C_0$	0 ←	$C_0 = 0$					
$C_0^{\text{ges}}$	+449,15						
<i>Einkommenstreben</i>							
ANN	-449,15	+59,6	...	+59,6	+59,6	...	+59,6





Bei Investition C muss beim *Barwertstreben* zur Herstellung der gleichen Laufzeit die Ergänzungsinvestition zum Kapitalmarktzins durchgeführt werden. Die sich daraus ergebende Annuität beträgt  $ANN = 1\,400 \times \frac{0,08 \times 1,08^6}{1,08^6 - 1} = 302,84$ . Beim *Einkommenstreben* wird eine gleichbleibende Rente über 12 Jahre ermittelt. Im Ergebnis ist Investition A gegenüber Investition C vorzuziehen.

(2) Die Wiederholung der kürzeren Investition (C) ist möglich

In diesem Fall verändert sich das Ergebnis für Investition A nicht. Bei Investition C wird die Ergänzungsinvestition allerdings zum internen Zinsfuß  $r$  durchgeführt.

• Investition C

$t$	0	1	...	6	7	...	12
C	-1 400	+400	...	+400			
<i>Barwertstreben</i>							
	+1 849,15	←					
$C_0$	+449,15						
<i>Ergänzungsinvestition</i>				-1 400	↓	↓	↓
				+1 849,15	+400	...	+400
$C_0^{Erg}$	+283,04	←			$C_6^{Erg} =$		
				+449,15			
$C_0^{ges}$	+732,19						
<i>Einkommenstreben</i>							
	-732,19	↓					
ANN		+97,16	...	+97,16	+97,16	...	+97,16

• Ergebnis

1. Wiederholung nicht möglich (Ergänzungsinvestition zum Kapitalmarktzins)

	<u>Kapitalwert</u>	<u>Annuität</u>
A	507,22	67,3
C	449,15	59,6

Kapitalwertmethode und Annuitätenmethoden führen zum selben Ergebnis. Kann die Investition nicht wiederholt werden, ist der Kapitalwert das geeignete Entscheidungskriterium. Es wird Investition A gewählt.

2. Wiederholung möglich (Ergänzungsinvestition erfolgt zur internen Rendite)

	<u>Kapitalwert</u>	<u>Annuität</u>
A	507,22	67,3
C	732,19	97,16

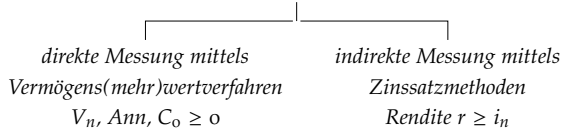
Kann Investition C wiederholt werden, ist die Annuität das geeignete Entscheidungskriterium. Es wird Investition c gewählt.



**(52) Lösung Aufgabe 52** Zahlungsreihen und Renditen

- Vorspann

Die Vorteilhaftigkeit einer Investition in Form der Steigerung des Konsumpotenzials kann ermittelt werden durch ...



Das Grundmodell der indirekten Messung besteht in der internen Zinsfußmethode. Gesucht wird dabei der Zinssatz, bei dem gilt  $C_0 = 0$ . Verzinst wird dabei jeweils das gebundene Kapital zu Periodenbeginn. Die Kapitalbindung hängt dabei ab vom Kapitaleinsatz, der Investitionsdauer und der Rückzahlungsstruktur.

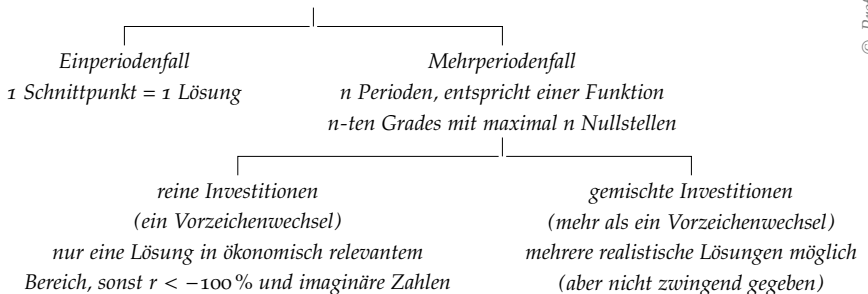
- Gleichung zur Ermittlung der internen Rendite

$$C_0 = -a_0 + \frac{Z_1}{(1+r)} + \frac{Z_2}{(1+r)^2} + \frac{Z_3}{(1+r)^3} \stackrel{!}{=} 0 \rightarrow \text{Nullstellenberechnung}$$

$$a_0 = \frac{Z_1}{(1+r)} + \frac{Z_2}{(1+r)^2} + \frac{Z_3}{(1+r)^3}$$

- Komplexität der Berechnung

Die Komplexität der Berechnung hängt ab vom ...



- Berechnung der internen Renditen

- $Z(r) [-100, +120]$

$$C_0 = -a_0 + \frac{Z_1}{(1+r)} \stackrel{!}{=} 0$$

$$0 = -100 + \frac{120}{(1+r)}$$

$$r = \frac{120}{100} - 1 \rightarrow r = 20\%$$



- $Z(2)$   $[-100, +95]$

$$C_0 = -100 + \frac{95}{(1+r)} \stackrel{!}{=} 0$$

$$r = \frac{95}{100} - 1 \rightarrow r = -5\%$$

- $Z(3)$   $[-100, +10, +110]$

$$C_0 = -100 + \frac{10}{(1+r)} + \frac{110}{(1+r)^2} \stackrel{!}{=} 0$$

$$0 = -100(1+2r+r^2) + 10(1+r) + 110$$

$$0 = -100r^2 - 190r + 20$$

$$0 = r^2 + 1,9r - 0,2$$

Unter Verwendung der abc-Formel ergibt sich:

$$0 = ax^2 + bx + c \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$r_{1,2} = \frac{190 \pm \sqrt{36100 + 400 \times 20}}{-200}$$

$$r_{1,2} = \frac{190 \pm 210}{-200} \rightarrow r_1 = 10\%, r_2 = -200\%$$

Unter Verwendung der pq-Formel ergibt sich:

$$0 = x^2 + px + q$$

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$r_{1,2} = -\frac{19}{20} \pm \sqrt{\frac{361}{400} + \frac{80}{400}}$$

$$r_{1,2} = -\frac{19}{20} \pm \frac{21}{20} \rightarrow r_1 = 10\%, r_2 = -200\%$$

Das Ergebnis  $r_2$  ist aus ökonomischer Sicht nicht relevant.

- $Z(4)$   $[-100, +60, +72]$

$$C_0 = -100 + \frac{60}{(1+r)} + \frac{72}{(1+r)^2} \stackrel{!}{=} 0$$

$$0 = -100(1+2r+r^2) + 60(1+r) + 72$$

$$0 = -100r^2 - 140r + 32$$

$$0 = r_{1,2} = \frac{140 \pm \sqrt{19600 + 400 \times 32}}{-200} = \frac{140 \pm 180}{-200}$$

$$r_1 = 20\%, r_2 = -160\%$$

Das Ergebnis  $r_2$  ist aus ökonomischer Sicht nicht relevant.



- $Z(5) [-100, +10, +132]$

$$C_0 = -100 + \frac{10}{(1+r)} + \frac{132}{(1+r)^2} \stackrel{!}{=} 0$$

$$0 = -100(1+2r+r^2) + 10(1+r) + 132$$

$$0 = -100r^2 - 190r + 42$$

$$0 = r^2 + \frac{19}{10}r - \frac{21}{50}$$

$$r_{1,2} = -\frac{19}{20} \pm \sqrt{\frac{361}{400} + \frac{168}{400}} = -\frac{19}{20} \pm \frac{23}{20}$$

$$r_1 = 20\%, r_2 = -210\%$$

Das Ergebnis  $r_2$  ist aus ökonomischer Sicht nicht relevant.

(52) **Lösung Aufgabe 53** Rendite-Märchen

- a) *Sparbrief mit Abzinsung*

Die Zahlungsstruktur des Sparbriefs mit Abzinsung entspricht:

$$\begin{array}{cccc} t & 0 & 1 \dots 4 & 5 \\ Z_t & -756 & 0 & +1\,000 \end{array}$$

Die Rendite ermittelt sich formal als

$$0 \stackrel{!}{=} -756 + \frac{+1\,000}{(1+r)^5} \Leftrightarrow r = \sqrt[5]{\frac{1\,000}{756}} - 1 \Rightarrow 5,75\%$$

Im Ergebnis entspricht die Rendite (interner Zinsfuß) der angegebenen Zinsausstattung.

Die Vermögensmehrung ergibt

$$1\,000 - 756 = 244 \rightarrow \frac{\text{Vermögensmehrung}}{\text{Kapitaleinsatz}} = \frac{244}{756} = 32,28\%$$

Die durchschnittliche Vermögensmehrung pro Jahr beträgt demnach

$$\frac{32,28\%}{5} = 6,46\% \text{ p. a.}$$

Die durchschnittliche Vermögensmehrung ist irreführend, da Zinseffekte vernachlässigt werden. Die Effektivverzinsung beträgt nur 5,75%. Es wird eine höhere Verzinsung suggeriert als der Sparbrief tatsächlich hat. Die Angabe der durchschnittlichen jährlichen Verzinsung unterstellt eine einfache Verzinsung:

$$K_n = K_0 + i \times K_0 \times n$$

$$1\,000 = 756 + 0,0646 \times 756 \times 5$$

Dies führt zur Übertreibung der tatsächlichen Verzinsung, da Zinseszins-effekte vernachlässigt werden.



## b) Überregionale Zeitung

Die Zahlungsstruktur der Anlage ergibt folgendes Bild.

$t$	0	1	2	3	4	...
Anlage	-100 000					
Rente		+9 760	+9 760	+9 760	+9 760	...

Es stellt sich zunächst die Frage, bei welchem Zinssatz die Rente im Barwert gerade 100 000 EUR beträgt.

$$i = \frac{\text{Rentenzahlung}}{\text{Kapitaleinsatz}} = \frac{9\,760}{100\,000} = 9,76\%.$$

Bei unendlicher Lebensdauer beträgt der Barwert der Rentenzahlungen also gerade 100 000 EUR. Dabei wird unterstellt, dass die Rentenzahlungen ausschließlich Zinsen darstellen. Die Rentenzahlung beinhaltet neben den Zinsen aber auch die Kapitalrückzahlung. Die Verzinsung ist demnach abhängig vom erreichten Lebensalter. Wie hoch ist die Verzinsung in Abhängigkeit des Restlebensalters? Gesucht ist der Zinssatz  $i^*$ , für den bei gegebener Laufzeit  $n$  gilt

$$B_0 = -100\,000 + 9\,760 \times \frac{(1+i^*)^n - 1}{i^* \times (1+i^*)^n} \stackrel{!}{=} 0.$$

Die Auflösung nach dem Zinssatz  $i$  ist formalanalytisch nicht möglich, kann aber durch Iterationsverfahren wie etwa dem Newton-Verfahren erfolgen. Die nachstehende Tabelle zeigt die Verzinsung bei gegebenen Laufzeiten (Restlebenserwartung):

Laufzeit	Alter*	Verzinsung
5 Jahre	65	-19,97%
10 Jahre	70	-0,44%
15 Jahre	75	5,19%
20 Jahre	80	7,43%
25 Jahre	85	8,49%
30 Jahre	90	9,03%
40 Jahre	100	9,50%
50 Jahre	110	9,66%

\* Erreichtes Lebensalter

Bis zu einer Laufzeit von 10 Jahren ist die Verzinsung negativ, das bedeutet, dass der Kapitalwert der Rente negativ ist. Erst ab einer Laufzeit von 15 Jahren ist die Verzinsung positiv, aber immer geringer als 9,76%. Bei Vertragsschluss mit 60 müsste man über 75 Jahre alt werden, um annähernd die versprochene Verzinsung zu erhalten.



## (52) Lösung Aufgabe 54 Kapitalwert, Annuität und interner Zins

## a) Auswahlentscheidung und Diskussion

## • Ergebnistabelle

t	0	1	2	3	4	$C_0^{10\%}$	$ANN^{10\%}$
A	-100	+130	+130	-	-	+125,62	+72,38
B	-100	+100	+100	+100	+100	+216,99	+68,45

Die Ergebnistabelle suggeriert widersprüchliche Handlungsempfehlungen

## 1. Kapitalwertmethode

Nach der Kapitalwertmethode ist Investition B vorteilhaft. Der Kapitalwert drückt den Vermögensmehrwert einer Investition im Entscheidungszeitpunkt  $t=0$  aus, der entnommen werden kann, wenn alle Zins- und Tilgungszahlungen für den Kapitaleinsatz gedeckt werden.

## 2. Annuitätenmethode

Nach der Annuitätenmethode ist Investition A vorzuziehen. Die Annuität drückt die gleichmäßige Entnahme aus, die während der Laufzeit einer Investition getätigt werden kann, wenn alle Zins- und Tilgungszahlungen für den Kapitaleinsatz gedeckt werden.

Die Annuität stellt den Kapitalwert einer Investition, der unter Zinsberücksichtigung in gleichen Raten über die Investitionsdauer verteilt ist, dar. Das Problem besteht darin, dass Investitionsalternativen mit unterschiedlicher Investitionsdauer im Rahmen der Annuitätenmethode nicht vergleichbar sind. Es muss die gleiche Investitionsdauer durch Verlängerung der kürzeren Investition A hergestellt werden. Zur Herstellung gleicher Laufzeiten stellt sich die Frage, ob Investition A in  $t=2$  identisch wiederholt werden kann (2) oder nicht (1).

## (1) Investition A kann identisch wiederholt werden.

Die Verlängerung (Wiederholung) von Investition A erfolgt in diesem Fall zur internen Rendite  $r$ . Der Kapitalwert der Ergänzungsinvestition, berechnet auf den Zeitpunkt  $t=2$  beträgt dann ebenfalls +125,62. Berücksichtigt man die Diskontierung auf den Entscheidungszeitpunkt  $t=0$ , ergibt sich folgender Gesamtkapitalwert

$$C_0^{\text{ges}} = 125,62 + \frac{125,62}{1,1^2} = 229,44.$$

Die Umrechnung des Kapitalwerts in eine Annuität ergibt demnach

$$ANN = 229,44 \times \frac{1,1^4 \times 0,1}{1,1^4 - 1} = 72,38.$$

## • Ergebnistabelle



	$C_0^{10\%}$	$ANN^{10\%}$
A	+229,44	+72,38
B	+216,99	+68,45



Wenn Investition A wiederholt werden kann, ist A die beste Alternative. Die Annuität ist dann von vornherein das geeignete Entscheidungskriterium.

- (2) *Investition A kann nicht identisch wiederholt werden.*

In diesem Fall erfolgt die Verlängerung zum Kapitalmarktzins  $i$ . Das Aufzinsen und gleichzeitiges Abzinsen der Zahlungen mit demselben Zinsfuß führt dazu, dass der *Kapitalwert* der Ergänzungsinvestition null beträgt. Der Gesamtkapitalwert aus Ausgangsinvestition und Ergänzungsinvestition bleibt daher unverändert bei +125,62.

Im Fall der Annuitätenmethode wird der Kapitalwert auf vier Perioden anstatt bisher nur zwei Perioden umgelegt. Die Annuität sinkt daher auf

$$ANN = 125,62 \times \frac{1,1^4 \times 0,1}{1,1^4 - 1} = 39,63.$$

- *Ergebnistabelle*

	$C_0^{10\%}$	$ANN^{10\%}$
A	+125,62	+39,63
B	+216,99	+68,45

Wenn Investition A nicht wiederholt werden kann, ist B optimal. Der Kapitalwert ist von vornherein das geeignete Entscheidungskriterium.

Im Ergebnis ist das geeignete Entscheidungskriterium und die vorzuziehenswürdigste Alternative abhängig von der Wiederholbarkeit von Investition A.

- b) *Auswahlentscheidung, Diskussion und Prämissen*

- *Prämissen*

Die gemeinsame Prämisse der Kapitalwertmethode und dem internen Zinsfuß (interne Rendite) ist der vollkommene und vollständige Kapitalmarkt. Das bedeutet Äquivalenz von Soll- und Habenzinsen, die jederzeitige Kapitalaufnahme und -anlage in jeder gewünschten Höhe und die Abwesenheit von Transaktionskosten.

Die unterschiedlichen Prämissen sind nur relevant bei der Alternativenwahl. Der wesentliche Unterschied zwischen Kapitalwertmethode und interner Zinsfußmethode konzentriert sich auf die Verzinsung der Kapitalbindung. Die Kapitalbindung wird bei der Kapitalwertmethode mit dem Kapitalmarktzins verzinst und bei der internen Zinsfußmethode mit dem internen Zinsfuß. Diese unterschiedliche Prämisse ist die Ursache für widersprüchliche Handlungsempfehlungen der Methoden.

Beim vorliegenden Beispiel ist der Kapitaleinsatz und damit die ursprüngliche Kapitalbindung unterschiedlich hoch. Im Ergebnis muss Investition A um eine Ergänzungsinvestition erweitert werden

$t$	0	1
$Erg(A)$	-50	?





- (1)
- Investition A ist nicht teilbar und wiederholbar.*

Die Ergänzungsinvestition erfolgt zum Kapitalmarktzins.

$t$	0	1	$C_0^{10\%}$	$r$
Erg (A)	-50	+55		
A + Erg	-150	+175	9,09	16,67%

Alternativenvergleich

	$C_0^{10\%}$	$r$
A	+9,09	16,67%
B	+10,91	18%

Werden Kapitalbindungsdifferenzen zum Kapitalmarktzins verzinst, ist der Kapitalwert das geeignete Entscheidungskriterium. Investition B ist vorteilhaft.

- (2)
- Investition A ist teilbar und wiederholbar.*

In diesem Fall erfolgt die Ergänzungsinvestition zur internen Rendite.

$t$	0	1	$C_0^{10\%}$	$r$
Erg (A)	-50	+60		
A + Erg	-150	+180	+13,64	20%

Alternativenvergleich

	$C_0^{10\%}$	$r$
A	+13,64	20%
B	+10,91	18%

Ist Investition A teilbar und wiederholbar, ist die interne Rendite das geeignete Entscheidungskriterium. Investition A ist vorteilhaft.

Das geeignete Entscheidungskriterium und die vorzuziehende Alternative sind abhängig von Teilbarkeit und Wiederholbarkeit der Investition.

- *Ermittlung des kritischen Zinssatzes*

$t$	0	1	$C_0^{10\%}$	$r$
A	-100	+120	+9,09	20%
B	-150	+177	+10,90	18%
$\Delta$	-50	+57	1,82	14%

Damit A und B gleich gut beurteilt werden, müsste A um eine Investition zu 14% ergänzt werden. Steht nur die Kapitalmarktanlage von 10% zur Verfügung, ist das nicht möglich. Dann gilt:  $A < B$ .



## (53) Lösung Aufgabe 55 Kreditauswahl

## a) Rechnerische Verzinsung Kredit I

Unter »rechnerischer Verzinsung« versteht man die Effektivverzinsung des Kredits. Nach Kenntnis der Zahlungsstruktur des Kredits wird dazu der interne Zinsfuß ermittelt. Die Zahlungsströme von Kredit I (Auszahlung und Kapitaldienst in Form der Annuität) sind nachfolgend dargestellt.

$t$	0	1	2	...	6	$\Sigma$
$EZ_0$	+90 000					
$ANN$		-18 303	-18 303	...	-18 303	
<i>Summe</i>	+90 000	-18 303	-18 303	...	-18 303	-19 818

Ermittlung der internen Rendite unter Verwendung des Newton-Verfahrens

## 1. Zielfunktion

$$C_0(i) = +90\,000 - 18\,303 \times \frac{(1+i)^6 - 1}{i \times (1+i)^6} \stackrel{!}{=} 0$$

## 2. 1. Differential der Zielfunktion unter Anwendung der Quotientenregel

$$C'_0(i) = 18\,303 \times \frac{(1+i) + 6 \times i - (1+i)^{6+1}}{i^2 \times (1+i)^{6+1}}$$

3. Start mit  $i_0 = 0,05$ 

$$C_0(0,05) = +90\,000 - 18\,303 \times \frac{(1+0,05)^6 - 1}{0,05 \times (1+0,05)^6} = -2\,900,39$$

$$C'_0(0,05) = 18\,303 \times \frac{(1+0,05) + 6 \times 0,05 - (1+0,05)^{6+1}}{0,05^2 \times (1+0,05)^{6+1}} = 297\,095,79$$

4. Ermittlung von  $i_1$ 

$$i_1 = i_0 - \frac{C_0}{C'_0} = 0,05 - \frac{-2\,900,39}{297\,095,79} = 0,059760$$

5. Ermittlung der Funktionswerte an der Stelle  $i_1 = 0,059760$ 

$$C_0(i_1) = +90\,000 - 18\,303 \times \frac{(1+0,059760)^6 - 1}{0,059760 \times (1+0,059760)^6} = -69,69$$

$$C'_0(i_1) = 18\,303 \times \frac{(1+0,059760) + 6 \times 0,059760 - (1+0,059760)^{6+1}}{0,059760^2 \times (1+0,059760)^{6+1}} = 283\,108,97$$

6. Ermittlung von  $i_2$ 

$$i_2 = 0,059760 - \frac{-69,69}{283\,108,97} = 0,06001$$

7. Ermittlung des Zielfunktionswerts an der Stelle  $i_2 = 0,06001$ 

$$C_0(0,06001) = +90\,000 - 18\,303 \times \frac{(1+0,06001)^6 - 1}{0,06001 \times (1+0,06001)^6} = 1,04$$

Der Kapitalwert beträgt annähernd null. Die interne Verzinsung beträgt demnach 6%.



Der Kapitalwert des Kredits bei einem Zinssatz von 6% beträgt

$$C_0 = +90\,000 - 18\,303 \times \frac{(1 + 0,06)^6 - 1}{0,06 \times (1 + 0,06)^6} = 0.$$

Die interne Verzinsung bzw. der Sollzinssatz beträgt demnach 6%. Die Ermittlung der Rendite kann durch das Newton-Verfahren ermittelt werden.

Der Kapitalwert des Kredits bei einem Kapitalmarktzins von 8% beträgt

$$C_0 = +90\,000 - 18\,303 \times \frac{1,08^6 - 1}{0,08 \times 1,08^6} = 5\,387,43.$$

Der Kapitalwert ist positiv. Es bestehen Arbitragemöglichkeiten. Es können Fremdmittel aufgenommen werden und in eine festverzinsliche Anlage investiert werden. Im vorliegenden Fall ist die Finanzierung der Investition mit Fremdmittel vorteilhaft im Vergleich zur Finanzierung mit Eigenmitteln (sofern Eigenmittel vorhanden sind).

b) *Vorziehenswürdigkeit*

Die Zahlungsstruktur von Kredit II ist nachstehend aufgeführt:

$t$	0	1	2	3	4
$EZ_0$	+100 000				
$i \times K_{t-1}$		-6 200	-6 200	-6 200	-6 200
$TIL_t$					-100 000
$K_t$	[+100 000]	[+100 000]	[+100 000]	[+100 000]	[0]
$\sum Z_t$	+100 000	-6 200	-6 200	-6 200	-106 200

Der Kapitalwert von Kredit II beträgt

$$C_0 = 100\,000 - 6\,200 \times \frac{1,08^4 - 1}{1,08^4 \times 0,08} - \frac{100\,000}{1,08^4} = 5\,961,83.$$

Die Zahlungsreihe des *Normalkredits* und die Differenzzahlungsreihe zu Kredit II ergibt sich als:

$t$	0	1	2	3	4
<i>Normalkredit</i>					
$EZ_0$	+100 000				
$i \times K_{t-1}$		-8 000	-8 000	-8 000	-8 000
$TIL_t$					-100 000
$\sum Z_t$	+100 000	-8 000	-8 000	-8 000	-108 000
<i>Kredit II</i>	+100 000	-6 200	-6 200	-6 200	-106 200
$\Delta$ -ZR	0	+1 800	+1 800	+1 800	+1 800
<i>(Kredit II – Normalkredit)</i>					

• *Zusammenfassung der Ergebnisse*

Da es sich um Kredite handelt, ist der Kredit mit dem höchsten Kapitalwert (Subventionswert) bzw. der niedrigsten internen Verzinsung vorteilhaft.

Kapitalwert und interne Rendite führen zu diametralen Empfehlungen. Laut Kapitalwert ist Kredit II vorteilhaft, nach der internen Rendite ist Kredit I vorzuziehen.

	$C_0$	$r$
Kredit I	5 387,43	6%
Kredit II	5 961,83	6,2%

Graphisch liegt ein Fall sich schneidender Kapitalwertkurven vor. Es existieren zwei Möglichkeiten der Ermittlung des Subventionswerts der Sonderkredite

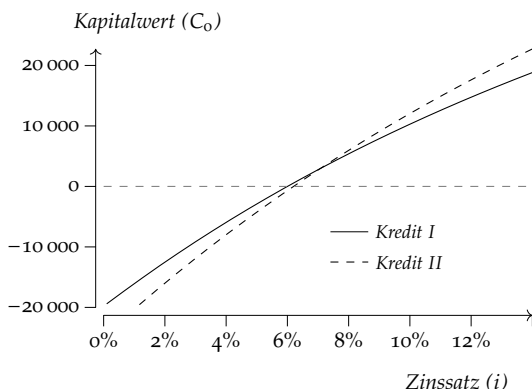
1. Ermittlung des Kapitalwerts der Kredite
2. Ermittlung des Kapitalwerts der Differenzinvestition  
*Zahlungsreihe des (Sonder)Kredits (I bzw. II)*  
*./. Zahlungsreihe des Normalkredits*  
 = *Differenzzahlungsreihe*

Ermittlung des kritischen Zinssatzes, bei dem sich die Kapitalwertkurven schneiden. Dazu Ermittlung der Differenzfinanzierung:

$t$	0	1	2	3	4	5	6
K II	+100 000	-6 200	-6 200	-6 200	-106 200		
K I	+90 000	-18 303	-18 303	-18 303	-18 303	-18 303	-18 303
$\Delta$	+10 000	+12 103	+12 103	+12 103	-87 897	+18 303	+18 303

Der Kapitalwert der Differenzinvestition beträgt

$$C_0^\Delta = 10\,000 + 12\,103 \times \frac{1,08^3 - 1}{0,08 \times 1,08^3} - \frac{87\,897}{1,08^4} + \frac{18\,303}{1,08^5} + \frac{18\,303}{1,08^6} = 574,39$$



Die interne Rendite der Differenzinvestition (zur Berechnung der internen Rendite vgl. die Ausführungen in Aufgabenteil a)) beträgt  $r = 7,08\%$ .



(53) Lösung Aufgabe 56 *Kompatibilität der Baldwinrendite*

Es gilt zu beweisen, dass das Entscheidungskriterium *Baldwin-Rendite* immer zur selben Vorteilhaftigkeitsaussage führt wie das Kapitalwertkriterium. Der Kapitalwert ermittelt sich formal als:

$$C_0 = -I_0 + \sum_{t=1}^T Z_t \times (1+i)^{-t} \Leftrightarrow \sum_{t=1}^T Z_t \times (1+i)^{-t} > I_0$$

Die *Baldwin-Rendite* beschreibt die geometrische Verzinsung des eingesetzten Kapitals. Dazu ist neben den Anschaffungskosten das Endvermögen der Rückflüsse zu bestimmen. Das Endvermögen der Rückflüsse beträgt:

$$EV = (C_0 + I_0) \times (1+i)^T$$

Die *Baldwin-Rendite* lässt sich schreiben als:

$$r_B = \left( \frac{(C_0 + I_0) \times (1+i)^T}{I_0} \right)^{\frac{1}{T}} - 1$$

Durch Umformen erhält man:

$$\begin{aligned} 1 + r_B &= \left( \frac{(C_0 + I_0)}{I_0} \right)^{\frac{1}{T}} \times \left( \frac{(1+i)^T}{1} \right)^{\frac{1}{T}} \\ 1 + r_B &= \left( \frac{(C_0 + I_0)}{I_0} \right)^{\frac{1}{T}} \times (1+i) \\ \frac{1 + r_B}{1+i} &= \left( \frac{-I_0 + \sum_{t=1}^T Z_t \times (1+i)^{-t} + I_0}{I_0} \right)^{\frac{1}{T}} \\ \left( \frac{1 + r_B}{1+i} \right)^T &= \frac{\sum_{t=1}^T Z_t \times (1+i)^{-t}}{I_0} \\ \left( \frac{1 + r_B}{1+i} \right)^T \times I_0 &= \sum_{t=1}^T Z_t \times (1+i)^{-t} \\ \left( \frac{1 + r_B}{1+i} \right)^T \times I_0 - I_0 &= -I_0 + \sum_{t=1}^T Z_t \times (1+i)^{-t} \\ I_0 \times \left[ \left( \frac{1 + r_B}{1+i} \right)^T - 1 \right] &= -I_0 + \sum_{t=1}^T Z_t \times (1+i)^{-t} \quad (30) \end{aligned}$$

Mit

$$\alpha = \left( \frac{1 + r_B}{1+i} \right)^T$$



und

$$C_0 = -I_0 + \sum_{t=1}^T Z_t \times (1+i)^{-t}$$

vereinfacht sich (30) zu

$$I_0 \times (\alpha - 1) = C_0$$

Es gilt:

$$\text{für } r = i \Rightarrow \alpha = 1 \Rightarrow C_0 = 0$$

$$\text{für } r > i \Rightarrow \alpha > 1 \Rightarrow C_0 > 0$$

$$\text{für } r < i \Rightarrow \alpha < 1 \Rightarrow C_0 < 0$$

(54) **Lösung Aufgabe 57** Kapitalwert und Baldwin-Rendite 1

a) Ermittlung des Kapitalwerts und der Baldwin-Rendite

- Kapitalwert

$$C_0^A = -1\,000 + \frac{200}{1,07} + \frac{270}{1,07^2} + \frac{350}{1,07^3} + \frac{400}{1,07^4} = 13,61$$

$$C_0^B = -800 + \frac{400}{1,07} + \frac{500}{1,07^2} = 10,55$$

Beide Investitionsobjekte sind im Vergleich zur Nullalternative vorteilhaft. Da Investition A einen höheren Kapitalwert liefert als Investition B, sollte Investition A durchgeführt werden!

- Baldwin-Rendite

$$r_B^A = \left( \frac{200 \times 1,07^3 + 270 \times 1,07^2 + 350 \times 1,07 + 400}{1\,000} \right)^{\frac{1}{4}} - 1 = 7,36\%$$

$$r_B^B = \left( \frac{400 \times 1,07 + 500}{800} \right)^{\frac{1}{2}} - 1 = 7,70\%$$

Nach der Baldwin-Rendite ist es besser, Investition B durchzuführen.

- Problem

Die Entscheidungsregeln widersprechen sich. Damit die Baldwin-Rendite zur selben Aussage führt wie der Kapitalwert, muss die Kapitalbindung im Entscheidungszeitpunkt und die Laufzeit identisch sein.

b) Ermittlung der Entscheidungskriterien nach Anpassung der Kapitalbindung

- Kapitalwert

Der Kapitalwert für Investition A ändert sich nicht. Dies gilt ebenfalls für den Kapitalwert für Investition B, da die zusätzliche Kapitalmarktanlage i. H. v. 200 EUR aufgrund des vollkommenen Kapitalmarkts einen Kapitalwert von null hat. Die Zahlungsreihe wird um Zinszahlungen und die Rückzahlung in  $t=2$  ergänzt:

$$C_0^B = -1\,000 + \frac{400 + 14}{1,07} + \frac{500 + 214}{1,07^2} = 10,55$$



- *Baldwin-Rendite*

Die Baldwin-Rendite für Investition A ändert sich nicht. Die Rendite für Investition B beträgt nach Anpassung der Kapitalbindung und des Endvermögens nun:

$$r_B^B = \left( \frac{(400 + 14) \times 1,07 + 500 + 214}{1\,000} \right)^{\frac{1}{2}} - 1 = 7,56\%$$

Die Entscheidungsregeln widersprechen sich immer noch. Um zu einer äquivalenten Aussage zu kommen, muss im letzten Schritt noch die Laufzeit angepasst werden.

c) *Anpassung von Kapitalbindung und Laufzeit*

- *Kapitalwert*

Der Kapitalwert für Investition A ändert sich nicht. Dies gilt ebenfalls für Investition B, da die Kapitalmarktanlage für weitere 3 Jahre einen Kapitalwert von null aufweist

$$C_0^B = -1\,000 + ((400 + 14) \times 1,07^3 + (500 + 214) \times 1,07^2) \times 1,07^{-4} = 10,55.$$

- *Baldwin-Rendite*

Die Baldwin-Rendite für Investition A ändert sich nicht. Die Rendite für Investition B beträgt jetzt:

$$r_B^B = \left( \frac{(400 + 14) \times 1,07^3 + (500 + 214) \times 1,07^2}{1\,000} \right)^{\frac{1}{4}} - 1 = 7,28\%$$

Jetzt empfiehlt auch die Baldwin-Rendite die Durchführung von Investition A! Kapitalwert und Baldwin-Rendite kommen zur selben Empfehlung.

(55) **Lösung Aufgabe 58** *Kapitalwert und Baldwin-Rendite II*

a) *Ermittlung der Kapitalwerte*

$$C_0^A = -1\,000 + \frac{200}{1,1} - \frac{330}{1,1^2} + \frac{700}{1,1^3} + \frac{900}{1,1^4} = 49,72$$

$$C_0^B = -1\,000 + \frac{400}{1,1} - \frac{330}{1,1^2} + \frac{700}{1,1^3} + \frac{750}{1,1^4} = 129,09$$

b) *Ermittlung der Baldwin-Rendite im Fall, dass die Auszahlung in  $t=2$  auf das Ende des Planungshorizonts aufgezinst wird.*

$$r_B^A = \left( \frac{200 \times 1,1^3 - 330 \times 1,1^2 + 700 \times 1,1 + 900}{1\,000} \right)^{\frac{1}{4}} - 1 = 11,34\%$$

$$r_B^B = \left( \frac{400 \times 1,1^3 - 330 \times 1,1^2 + 700 \times 1,1 + 750}{1\,000} \right)^{\frac{1}{4}} - 1 = 13,39\%$$

- c) Ermittlung der Baldwin-Rendite im Fall, dass die Auszahlung in  $t=2$  auf den Entscheidungszeitpunkt diskontiert wird.

$$r_B^A = \left( \frac{200 \times 1,1^3 + 700 \times 1,1 + 900}{1\,000 + \frac{330}{1,1^2}} \right)^{\frac{1}{4}} - 1 = 11,06\%$$

$$r_B^B = \left( \frac{400 \times 1,1^3 + 700 \times 1,1 + 750}{1\,000 + \frac{330}{1,1^2}} \right)^{\frac{1}{4}} - 1 = 12,69\%$$

- d) Interpretation der Ergebnisse

Die Rangfolge ist durch die Auf- bzw. Abzinsung von  $Z_2$  nicht betroffen, da die Auf- bzw. Abzinsung zum Kapitalmarktzins erfolgt!

- e) Begründung der Auf- bzw. Abzinsung von im Zeitablauf anfallenden negativen Zahlungen

$Z_2$  könnte als Anschaffungsauszahlung interpretiert werden, was eine Diskontierung rechtfertigen würde. Andererseits könnte  $Z_2$  auch als operativer Verlust interpretiert werden, dann wäre eine Aufzinsung gerechtfertigt. Eine andere Unterscheidung könnte sein, ob die negative Zahlung durch frühere Einzahlungen gedeckt ist (das wäre bei Investition B der Fall) oder nicht (das wäre bei Investition A der Fall). Kann die negative Zahlung durch vorige positive Zahlungsüberschüsse ausgeglichen werden, wäre eine Aufzinsung rechtfertigbar. Sofern die negative Zahlung nicht ausgeglichen werden kann, müssten in  $t=0$  Fremdmittel aufgenommen werden. In diesem Fall müsste das Kapital in  $t=0$  vorgehalten werden was eine Diskontierung rechtfertigen würde.

(55) Lösung Aufgabe 59 Entscheidungskriterien

- a) Kapitalwert

Der Kapitalwert drückt den relativen Vermögensvorteil zur festverzinslichen Kapitalmarktanlage im Entscheidungszeitpunkt aus.

$$C_0 = -120 + \frac{40}{1,05} + \frac{-20}{1,05^2} + \frac{60}{1,05^3} + \frac{30}{1,05^4} = -23,53$$

Da der Kapitalwert hier negativ ist, sollte die Unterlassungsalternative gewählt werden. Aus der Aufgabenstellung geht nicht hervor, ob das Eigenkapital zur Finanzierung der Anschaffungsauszahlung in  $t=0$  vorhanden ist oder nicht. Ist Eigenkapital vorhanden, besteht die Unterlassungsalternative in der Investition in die festverzinsliche Kapitalmarktanlage. Ist das Startkapital nicht vorhanden besteht die Unterlassungsalternative im »Nichtstun«.

- b) Endvermögen

Das Endvermögen stellt – anders als der Kapitalwert – ein absolutes Maß dar. Aus diesem Grund kann auf Basis eines positiven Endvermögens nur eine Entscheidung getroffen werden, wenn das Endvermögen





der Alternativenanlage bekannt ist. Im vorliegenden Beispiel beträgt das Endvermögen der Durchführungsalternative

$$EV = (C_0 + I_0) \times q^4 = (-23,53 + 120) \times 1,05^4 = 117,26$$

bzw.

$$EV = 40 \times 1,05^3 - 20 \times 1,05^2 + 60 \times 1,05 + 30 \times 1,05^0 = 117,26$$

c) *Endwert*

Der Endwert stellt – wie auch der Kapitalwert – ein relatives Vorteilhaftigkeitsmaß dar. Auf dem hier vorliegenden vollkommenen Kapitalmarkt ist die Empfehlung des Entscheidungskriteriums kongruent zum Kapitalwert. Der (Vermögens)Endwert drückt den Vorteil der Durchführungsalternative im Vergleich zur Unterlassungsalternative am Ende des Planungshorizonts aus. Der Endwert beträgt für das vorliegende Beispiel:

$$V_n = C_0 \times q^4 = -23,53 \times 1,05^4 = -28,61$$

d) *Ertragswerte*

Der Ertragswert stellt den Barwert einer Zahlungsreihe in einem bestimmten Zeitpunkt dar. Der Ertragswert ist ein absolutes Maß. Zum Beispiel kann bei Kenntnis des Ertragswerts in  $t=0$  erst eine Entscheidung getroffen werden, wenn die Anschaffungsauszahlung bekannt ist (Ausnahme: Grenzpreisermittlung). Aus der Summe der beiden Werte resultiert der Kapitalwert. Bei der Ermittlung der Ertragswerte beginnt man mit der letzten Periode. In der letzten Periode beträgt der Ertragswert immer null, da annahmegemäß danach keine Zahlungen mehr resultieren. Die Ertragswerte in den einzelnen Perioden ergeben:

$$EW_4 = 0$$

$$EW_3 = (EW_4 + Z_4) \times q^{-1} = (0 + 30) \times 1,05^{-1} = 28,57$$

$$EW_2 = (EW_3 + Z_3) \times q^{-1} = (28,57 + 60) \times 1,05^{-1} = 84,35$$

$$EW_1 = (EW_2 + Z_2) \times q^{-1} = (84,35 - 20) \times 1,05^{-1} = 61,29$$

$$EW_0 = (EW_1 + Z_1) \times q^{-1} = (61,29 + 40) \times 1,05^{-1} = 96,47$$

e) *Unendliche Rente*

Die periodenuniforme Reihe, die entnommen werden kann, ohne das künftige Entnahmepotenzial zu schmälern, wird auch als ökonomischer Gewinn bzw. ökonomische Rente bezeichnet und ergibt sich aus der Verzinsung des Ertragswert in  $t=0$ . Mithin:

$$ANN = EW_0 \times i = 96,47 \times 0,05 = 4,82.$$



t	0	1	2	3	4	...	∞
$Z_t$	-120	40	-20	60	30	...	0
$KMA_t$		[35,18]	[12,12]	[67,91]	[96,49]	...	[96,49]
$i \times KMA_{t-1}$			1,76	0,61	3,40	...	4,82
$Ent_t$		4,82	4,82	4,82	4,82	...	4,82

Die Kapitalmarktanlage in  $t = 4, \dots, \infty$  müsste eigentlich 96,47 betragen. Die Differenz kommt durch Rundungsfehler zustande. Bei der Ermittlung des ökonomischen Gewinns wurde unterstellt, dass die Investition mit Eigenmitteln durchgeführt wird.

f) *Maximale Rente*

Wie bei der Ermittlung des ökonomischen Gewinns muss auch bei der Ermittlung der maximalen Rente eine Annahme hinsichtlich des Startkapitals getroffen werden. Bei den nachstehenden Berechnungen wird davon ausgegangen, dass die Anschaffungsauszahlung mit Eigenmitteln vorgenommen wird. Die maximale Rente ergibt sich durch Verrentung des Ertragswerts in  $t = 0$ :

$$ANN = EW_0 \times \frac{i \times q^4}{q^4 - 1} = 96,47 \times \frac{0,05 \times 1,05^4}{1,05^4 - 1} = 27,20.$$

Nachstehender Finanzplan zeigt, dass bei Entnahme der Rente i. H. v. 27,20 EUR das Vermögen am Ende von  $t = 4$  null beträgt:

t	0	1	2	3	4
$Z_t$	-120	40	-20	60	30
$KMA_t$		[12,80]	[-33,76]	[-2,65]	[0,02]
$i \times KMA_{t-1}$			0,64	-1,69	-0,13
$Ent_t$		27,20	27,20	27,20	27,20

Die Kapitalmarktanlage in  $t = 4$  müsste eigentlich null betragen. Die Differenz kommt durch Rundungsfehler zustande. Eine Aussage über die Vorteilhaftigkeit der Durchführungsalternative könnte nur getroffen werden, wenn die Annuität der Unterlassungsalternative bekannt wäre. Insofern ist die Annuitätenmethode ein absolutes Vorteilhaftigkeitsmaß.

g) *Interner Zinsfuß*: Anwendung des Newton-Verfahrens:

- Schätzen des Startwertes  $i_k$  für  $k = 0$  und Definition des Abbruchkriteriums:  $|i_{k+1} - i_k| < \epsilon$  ( $|\Delta i| < 0,5\%$ -Punkte): Start mit  $i_0 = -5\%$ ,
- Zielfunktion  $f(i_0)$  ( $q = (1 - 0,05)$ ),

$$f(-0,05) = -120 + \frac{40}{0,95} - \frac{20}{0,95^2} + \frac{60}{0,95^3} + \frac{30}{0,95^4} = 6,757775.$$

- Erste Ableitung der Zielfunktion ( $f'(i_0)$ ),

$$f'(-0,05) = -\frac{40}{0,95^2} + \frac{40}{0,95^3} - \frac{180}{0,95^4} - \frac{120}{0,95^5} = -373,742730.$$

4. Ermittlung des neuen Wertes  $i_{k+1}$ 

$$i_{k+1} = i_k - \frac{f(i_k)}{f'(i_k)} = -0,05 - \frac{6,757775}{-373,742730} = -0,031919$$

5. Veränderung von  $i_k = -0,05 + 0,031919 = 0,018081$  ( $= 1,8081\%$ )  $> \epsilon \rightarrow$   
Wiederholung der Schritte 2 bis 4:Ermittlung des Funktionswertes an der Stelle  $i_1 = -0,031919$ 

$$f(i_1) = -120 + \frac{40}{0,968081} - \frac{20}{0,968081^2} + \frac{60}{0,968081^3} + \frac{30}{0,968081^4} = 0,267531.$$

Ermittlung des Wertes der ersten Ableitung

$$f'(i_1) = -\frac{40}{0,968081^2} + \frac{40}{0,968081^3} - \frac{180}{0,968081^4} - \frac{120}{0,968081^5} = -344,663379.$$

Ermittlung des neuen Wertes  $i_2$ 

$$i_{k+1} = -0,031919 - \frac{0,267531}{-344,663379} = -0,031143$$

Veränderung von  $i_k = 0,031143 - 0,031919 = 0,000776 < \epsilon \rightarrow$  Abbruch.  
Der Schätzwert  $i_2 = -3,11\%$  liefert ein einigermaßen exaktes Ergebnis ( $f(-0,0311) \approx 0$ ).

Da der interne Zinsfuß negativ ist, hat die Investition eine negative »innere« Verzinsung. Die Investition ist nicht vorteilhaft.

## h) Baldwin-Rendite

Bei der Baldwin-Rendite handelt es sich um eine geometrische Verzinsung des eingesetzten Kapitals. Ist die Rendite größer als der Referenzzinssatz (Kapitalmarktzins), ist die Investition vorteilhaft:

1) Die Zahlung in  $t = 2$  wird auf  $t = 0$  diskontiert

$$r_B = \left( \frac{40 \times 1,05^3 + 60 \times 1,05 + 30}{120 + 20 \times 1,05^{-2}} \right)^{\frac{1}{4}} - 1 = 0,21\%.$$

2) Die Zahlung in  $t = 2$  wird auf  $t = 4$  aufgezinst

$$r_B = \left( \frac{40 \times 1,05^3 - 20 \times 1,05^2 + 60 \times 1,05 + 30}{120} \right)^{\frac{1}{4}} - 1 = -0,58\%.$$

Da die Baldwin-Rendite unter dem Kapitalmarktzins liegt, sollte die Investition nicht durchgeführt werden.

## i) Kapitalwertrate

Die Kapitalwertrate ist ein relatives Entscheidungsmaß. Ist die Kapitalwertrate negativ, ist die betrachtete Investition im Vergleich zur Unterlassungsalternative nachteilhaft.

$$KW^{rate} = \frac{-23,53}{120} = -0,1961$$

Die Kapitalwertrate der Unterlassungsalternative beträgt null im Fall, dass das Startkapital nicht vorhanden ist und 1 im Fall, dass das Startkapital vorhanden ist.



## (56) Lösung Aufgabe 60 Auswahlentscheidungen

## • Kurzlösungen

	A	B	KMA	?
1. $C_0^A < C_0^B < 0$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2. $r_B^B > i > r_B^A$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3. $SUM^A < SUM^B < 0$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
4. $C_0^A > SUM^B > 0$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
5. $C_0^{A-B} > 0$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
6. $i > r_B^B > r_B^A$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
7. $r_B^B > r_B^A > i$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
8. $C_0^{A-B} > 0$ und $C_0^A > 0$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
9. $C_0^{A-B} < 0$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
10. $C_0^{B-A} < 0$ und $C_0^A > 0$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

## • Erläuterungen zu den Kurzlösungen

- Da der *Kapitalwert* beider Realinvestitionen negativ ist, ist die Finanzinvestition/Unterlassungsalternative vorteilhaft.
- Da die *Baldwin-Rendite* der Realinvestition B den Kapitalmarktzins übersteigt, ist Realinvestition B vorzuziehen.
- Auch wenn die nichtdiskontierten Zahlungsüberschüsse negativ sind, muss der *Kapitalwert* nicht auch zwingend negativ sein. Ein positiver Kapitalwert, aber eine negative Summe nichtdiskontierter Zahlungsüberschüsse kann dann vorliegen, wenn die negativen Zahlungsüberschüsse weiter in der Zukunft liegen und dadurch stärker diskontiert werden.  
Beispiel, bei dem der Kapitalwert positiv ist obwohl die Summe der nichtdiskontierten Zahlungsüberschüsse negativ ist:  $i = 10\%$

t	0	1	2	3	4	Σ
$Z_t$	-10	20	0	0	-11	-1

$$C_0 = -10 + \frac{20}{1,1} - \frac{11}{1,1^4} = 0,67$$

- Der *Kapitalwert* von Investition A ist zwar positiv, allerdings liegen keine Informationen über den Kapitalwert von Investition B vor. Die Informationen reichen für eine Investitionsentscheidung nicht aus. Beispiel, bei dem der Kapitalwert von Investition A größer ist als die Summe der nichtdiskontierten Zahlungsüberschüsse von B, aber der Kapitalwert von B größer ist als der Kapitalwert von A:  $i = 10\%$



- Investition A

$t$	0	1	2	3	4	$\Sigma$
$Z_t^A$	-10	20	0	0	-11	-1

$$C_0^A = -10 + \frac{20}{1,1} - \frac{11}{1,1^4} = 0,67$$

- Investition B

$t$	0	1	2	3	4	$\Sigma$
$Z_t^B$	-10	20	0	0	-10,5	-0,5

$$C_0^B = -10 + \frac{20}{1,1} - \frac{10,5}{1,1^4} = 1,01$$

- Der Kapitalwert der Differenzinvestition ist positiv. Allerdings bleibt unklar, ob der Kapitalwert von A bzw. B positiv ist. Ist der Kapitalwert von A und B negativ, kann daraus ein positiver Kapitalwert der Differenzinvestition resultieren. Es liegen deshalb nicht genügend Informationen für eine Investitionsentscheidung vor.
- Da der Kapitalmarktzins die *Baldwin-Rendite* in beiden Fällen übersteigt, ist die Finanzanlage vorzuziehen.
- Da der Kapitalmarktzins kleiner ist als die *Baldwin-Rendite* und zusätzlich die *Baldwin-Rendite* von Investition B die *Baldwin-Rendite* von Investition A übersteigt, ist Investition B vorteilhaft.
- Der Kapitalwert der *Differenzinvestition* ist positiv, zusätzlich ist der Kapitalwert von A positiv (hinsichtlich des positiven Kapitalwerts liegt eine Zusatzinformation im Vergleich zu 5. vor). Investition A wird durchgeführt.
- Analog zu 5. liegen zu wenig Informationen für eine Entscheidung vor.
- Ist der Kapitalwert von B negativ, ist A vorzuziehen. Ist der Kapitalwert von B positiv, so muss, um die Bedingung  $C_0^{B-A} < 0$  zu erfüllen, der Kapitalwert von A größer sein als der Kapitalwert von B. Investition A wird durchgeführt.

(56) Lösung Aufgabe 61 Sollzinssatzmethoden

a) Ermittlung des kritischen Sollzinssatzes bei Kontenausgleichsverbot

Beim *Kontenausgleichsverbot* werden für eine Investition je ein positives und ein negatives Vermögenskonto geführt. Während des Planungszeitraums ist kein Ausgleich zwischen beiden Vermögenskonten möglich. Positive Nettozahlungen fließen dem positiven und negative Nettozahlungen dem negativen Vermögenskonto zu. Es wird unterstellt, dass alle Auszahlungen fremdfinanziert werden.



- Vermögensendwert bei  $b_1 = 15\%$

$t$	$Z_t$	positiv	Faktor	$V_n^+$	negativ	Faktor	$V_n^-$
0	-100	0	1,22		-100	1,75	-174,90
1	80	80	1,16	92,61	0	1,52	
2	-50	0	1,10		-50	1,32	-66,13
3	150	150	1,05	157,50	0	1,15	
4	20	20	1,00	20	0	1,00	
Summe				<u>270,11</u>			<u>-241,03</u>

Der Endwert beträgt demnach  $270,11 - 241,03 = +29,08$ . Das bedeutet, dass der kritische Sollzins größer sein muss als  $15\%$ .

- Vermögensendwert bei  $b_2 = 20\%$

$t$	$Z_t$	positiv	Faktor	$V_n^+$	negativ	Faktor	$V_n^-$
0	-100	0	1,22		-100	2,07	-207,36
1	80	80	1,16	92,61		1,73	
2	-50	0	1,10		-50	1,44	-72
3	150	150	1,05	157,50		1,20	
4	20	20	1,00	20		1,00	
Summe				<u>270,11</u>			<u>-279,36</u>

Der Endwert beträgt jetzt  $270,11 - 279,36 = -9,25$ . Der kritische Sollzins muss zwischen  $15\%$  und  $20\%$  liegen und kann durch lineare Interpolation bestimmt werden

$$b_{krit} = b_1 - V_n^{b_1} \times \frac{b_2 - b_1}{V_n^{b_2} - V_n^{b_1}} = 0,15 - 29,08 \times \frac{0,2 - 0,15}{-9,29 - 29,08} = 0,1879 = 18,79\%$$

Der kritische Sollzins, bei dem der Vermögensendwert gerade null ergibt, beträgt  $18,79\%$ . Das bedeutet, dass Auszahlungen unter der Prämisse der endfälligen Tilgung maximal zu einem Zinssatz von  $18,79\%$  finanziert werden können, damit gerade noch Indifferenz zwischen der Durchführung und der Unterlassung der Investition herrscht.

- b) Ermittlung des kritischen Sollzinssatzes bei Kontenausgleichsgebot

Beim Kontenausgleichsgebot werden die Einnahmenüberschüsse primär zum Abbau des negativen Vermögenskontos verwendet. Durch die im Vergleich zum Kontenausgleichsverbot frühere Tilgung, ist der kritische Sollzinssatz beim Kontenausgleichsgebot i. d. R. höher als beim Kontenausgleichsverbot.

- Vermögensendwert bei  $b_1 = 30\%$



t	Z <sub>t</sub>	Zinsen	Konto t-1	Konto t
0	-100		0	-100
1	80	[ -100 × 0,3 = ] -30	-100	-50
2	-50	[ -50 × 0,3 = ] -15	-50	-115
3	150	[ -115 × 0,3 = ] -34,50	-115	0,50
4	20	[ 0,5 × 0,05 ≈ ] 0,03	0,50	<u>20,53</u>

Bei einem Sollzinssatz von 30% ergibt sich ein Endwert von 20,53. Der kritische Sollzins muss demnach größer sein als 30%.

- Vermögensendwert bei  $b_2 = 40\%$

t	Z <sub>t</sub>	Zinsen	Konto t-1	Konto t
0	-100		0	-100
1	80	[ -100 × 0,4 = ] -40	-100	-60
2	-50	[ -60 × 0,4 = ] -24	-60	-134
3	150	[ -134 × 0,4 = ] -53,60	-134	-37,60
4	20	[ -37,60 × 0,4 = ] -15,04	-37,60	<u>-32,64</u>

Bei einem Sollzinssatz von 40% ergibt sich ein Endwert von -32,64. Der kritische Sollzins ergibt sich durch Interpolation

$$b_{\text{krit}} = b_1 - V_n^{b_1} \times \frac{b_2 - b_1}{V_n^{b_2} - V_n^{b_1}} = 0,3386 = 33,86\%.$$

Der kritische Sollzins, bei dem der Vermögensendwert gerade null ergibt, beträgt 33,86% und ist um 15,07 Prozentpunkte -und damit wesentlich - größer als beim Kontenausgleichsverbot.



## 5 Statische Methoden

### (57) Lösung Aufgabe 62 Wahr oder falsch?

1. *wahr* | Die (relative) Länge der Amortisationsdauer gilt als Indikator für das mit der Investition verbundene Risiko.
2. *falsch* | Die Rückflussdauer beträgt 4 Jahre. Im 4. Jahr übersteigen die kumulierten Rückflüsse die Anschaffungsauszahlung.
3. *wahr* | Die Restnutzungsdauer bleibt unberücksichtigt.
4. *falsch* | Amortisationsverfahren liefern *keine* Aussage über den Erfolg einer Investitionsalternative. Die Länge der Amortisationsdauer gilt als Indikator für das mit der Investition verbundene Risiko.
5. *falsch* | Die Berechnung erfolgt unter expliziter Berücksichtigung der Verzinsung.
6. *wahr* | Als Endwertmodell (Kumulationsmethode) angewandt, wird die Frage beantwortet, zu welchem Zeitpunkt oder in welcher Periode der um die bisherigen Tilgungen fortgeführte und in Höhe des jeweiligen Restbetrags verzinste Kapitaleinsatz vollständig getilgt werden kann. Als Barwertmodell (Diskontierungsmethode) angewandt, wird die Zahl der Perioden berechnet, deren diskontierte Überschüsse dem Kapitalwert entsprechen oder ihn erstmals übertreffen.
7. *falsch* | Bei Normalinvestitionen bestehen auch im Mehrperiodenfall keine Interpretationsprobleme, da in diesem Fall nur ein eindeutiger interner Zinsfuß existiert.
8. *wahr* | Reine Investitionen weisen nur einen Vorzeichenwechsel auf.
9. *wahr* | In diesem Fall existiert ein eindeutiger interner Zinsfuß.
10. *wahr* | Im Einperiodenfall (zwei Zahlungszeitpunkte) ist der interne Zinsfuß entweder positiv, null oder negativ.
11. *wahr* | Das Problem kann durch die Baldwin-Rendite umgangen werden.
12. *wahr* | Der interne Rendite einer Normalinvestition ist positiv. Liegt der Kapitalmarktzins zwischen  $0\%$  und  $r$ , muss der Kapitalwert der Normalinvestition positiv sein, da die Kapitalwertfunktion in Abhängigkeit vom Kapitalmarktzins streng monoton fallend ist.
13. *falsch* | Bei Anwendung von Renditemethoden ist die Höhe der Kapitalbindung von zentraler Bedeutung, da die Rendite nur auf das jeweils zu Periodenbeginn gebundene Kapital erzielt wird.
14. *wahr* | Während der Kapitaleinsatz und die Investitionsdauer offensichtlich sind (lassen sich leicht ermitteln), ist die Entwicklung der Kapitalbindung in Abhängigkeit der Rückflüsse nicht sofort ersichtlich.
15. *falsch* | Zinssatzmethoden messen indirekt. Sie messen die innere Verzinsung einer Investition. Es wird kein absoluter Vorteil in Geld ermittelt.
16. *wahr* | Der interne Zinsfuß geht implizit davon aus, dass die frei werdenden Mittel (die Tilgung der Kapitalbindung) zum internen Zinsfuß angelegt werden. Dies wäre nur dann realistisch, wenn der interne Zinsfuß gerade dem Kapitalmarktzins entspricht.





17. *falsch* | Die Baldwin-Rendite stellt die geometrische Verzinsung des eingesetzten Kapital dar.
18. *falsch* | Der kritische Sollzins ist derjenige Sollzins, bei dem der Vermögensendwert null beträgt.
19. *falsch* | Es ist umgekehrt, da beim Kontenausgleichsgebot das »teure« Fremdkapital früher zurückgezahlt werden kann.
20. *wahr* | Zum Beispiel stellt der Kapitalwert ein Entscheidungskalkül dar.
21. *wahr* | Zum Beispiel wird die Investitionsrechnung nur durchgeführt, um die optimale Verwendung der knappen Ressource »Kapital« zu gewährleisten.
22. *wahr* | Zum Beispiel dann, wenn alle Periodenzahlungen bis auf eine übereinstimmen, oder wenn bei gleicher Anschaffungsauszahlung die künftigen Zahlungsüberschüsse einer Investition in jeder einzelnen Periode mindestens gleich hoch sind und in einer Periode höher sind, als bei einer anderen Investition.
23. *wahr* | In diesem Fall wird die Alternative gewählt, mit der sich der gegebene Konsumstrom am besten verwirklichen lässt.
24. *falsch* | Die Anwendung der Annuitätenmethode setzt eine identische Nutzungsdauer der Vergleichsobjekte voraus.
25. *wahr* | Es müssen dann keine Anpassungen, wie etwa Ergänzungsinvestitionen, vorgenommen werden.
26. *wahr* | Der Ausgleich der Kapitalbindungsunterschiede erfolgt bei den dynamischen Vermögensmehrwertmethoden durch Anlagen und Finanzierungen zum Kalkulationszinssatz  $i$  und bei der internen Zinsfußmethode durch Anlagen und Finanzierungen zum internen Zinsfuß  $r$ .
27. *wahr* | Dabei ist allerdings zu beachten, dass die Annuitätenmethode bei der Entscheidung über die Vorziehungswürdigkeit gleiche Nutzungsdauern voraussetzt.
28. *falsch* | Die Vorteilhaftigkeit hängt vom Zinssatz ab.
29. *falsch* | Der Kapitalwert muss zusätzlich größer null sein. Beide Kapitalwerte könnten auch negativ sein.
30. *wahr* | Durch die Differenzinvestition lassen sich u. a. Unterschiede in der Kapitalbindung beschreiben.
31. *falsch* | Im Fall, dass kein Kapitalmarkt existiert, wird das Investitionsobjekt ausgewählt, das den Konsumprämissen in den einzelnen Perioden am besten entspricht.

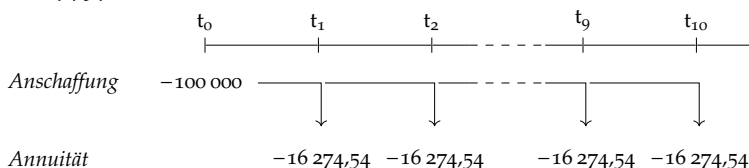
(59) **Lösung Aufgabe 63** *Break & Even KG*

- a) Ermittlung der Mindestabsatzmenge im Fall *ohne Restverkaufserlös*
- *Kapitaldienst nach der Annuitätenmethode*  
Legt man die Anschaffungsauszahlung von 100 000 EUR auf die einzelnen Perioden um, entstehen jährliche »Aufwendungen« von

$$ANN = -100\,000 \times \frac{0,1 \times 1,1^{10}}{1,1^{10} - 1} = -16\,274,54.$$



Anders ausgedrückt, um die Anschaffungsauszahlung i. H. v. 100 000 finanzieren zu können, müsste man ein Annuitätendarlehen mit einer Annuität von 16 274,54 aufnehmen.



Ermittlung der jährlichen Mindestabsatzmenge: Welche Menge ( $x$ ) muss mindestens abgesetzt werden, um gerade die Gewinnschwelle zu erreichen? Dabei wird unterstellt, dass die Kapitalkosten im vollen Umfang Aufwendungen darstellen. Die Gewinnfunktion lautet

$$G \stackrel{!}{=} 0 = \text{Erlöse} - \text{variable Kosten} - \text{fixe Kosten} - \text{Kreditannuität}$$

Die Mindestabsatzmenge beträgt demnach:

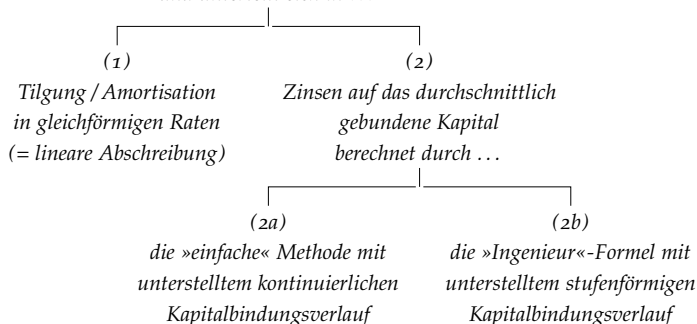
$$\begin{aligned} 0 &= 10x - 5x - 6\,000 - 16\,274,54 \\ 22\,274,54 &= 5x \\ x &= 4\,454,91 \approx 4\,455 \end{aligned}$$

Es müssen jährlich mindestens 4 455 Stück abgesetzt werden.

- *Kapitaldienst bei einfacher Kapitalbindung bzw. Ingenieur-Formel*  
Zur Ermittlung des Kapitaldienstes muss neben der jährlichen Tilgung die Kapitalbindung ermittelt werden. Der Gewinn ergibt sich aus den Erlösen abzüglich der Kosten.

$$G \stackrel{!}{=} 0 = \text{Erlöse} - \text{variable Kosten} - \text{fixe Kosten} - \text{Kapitaldienst}$$

Der Kapitaldienst wird pauschal erfasst  
und unterteilt sich in ...



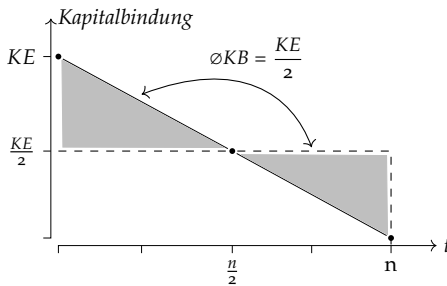
(1) *Ermittlung der Tilgung / Amortisation*

Die Tilgung bzw. Amortisation berechnet sich auf Basis der linearen Abschreibung. Demnach beträgt die Tilgung unabhängig vom Verlauf der Kapitalbindung jährlich

$$\frac{KE - RVE}{ND} = \frac{100\,000 - 0}{10} = 10\,000.$$

(2) *Ermittlung der Zinsen auf das durchschnittlich gebundene Kapital*

- i. Bei Annahme des *einfachen Kapitalbindungsverlaufs* wird unterstellt, dass die Kapitalbindung kontinuierlich sinkt. Graphisch ergibt sich dann folgender Verlauf der Kapitalbindung



Das durchschnittlich gebundene Kapital berechnet sich dann als

$$\varnothing KB = \frac{KE + RVE}{2} = \frac{100\,000 + 0}{2} = 50\,000.$$

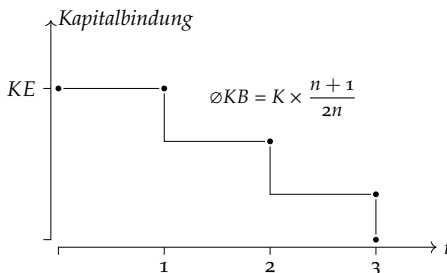
Die Zinsen betragen dann

$$\varnothing KB \times i = 50\,000 \times 0,1 = 5\,000.$$

Der Kapitaldienst beträgt demnach

$$KD = 10\,000 + 5\,000 = 15\,000.$$

- ii. Bei Anwendung der »*Ingenieur-Formel*« wird ein *stufenförmiger Verlauf* der Kapitalbindung unterstellt. Es ergibt sich:



Das durchschnittlich gebundene Kapital berechnet sich dann als

$$\emptyset KB = \frac{KE + \frac{1}{n}KE}{2} = \frac{100\,000 + 10\,000}{2} = 55\,000.$$

Die Zinsen betragen dann

$$\emptyset KB \times i = 55\,000 \times 0,1 = 5\,500.$$

Der Kapitaldienst beträgt demnach

$$KD = 10\,000 + 5\,500 = 15\,500.$$

- *Zusammenfassung*

Zusammenfassend ergeben sich folgende Werte:

	$t_0$	$t_1$	$t_2$	...	$t_9$	$t_{10}$
Tilgung (fiktiv)		-10 000	-10 000	...	-10 000	-10 000
Zinsen (einfache KB)		-5 000	-5 000	...	-5 000	-5 000
Zinsen (»Ingenieur«)		-5 500	-5 500	...	-5 500	-5 500
Fixkosten $\hat{=}$ AZ		-6 000	-6 000	...	-6 000	-6 000
Erlöse $\hat{=}$ EZ		+10x	+10x	...	+10x	+10x
variable Kosten $\hat{=}$ AZ		-5x	-5x	...	-5x	-5x

Die Gewinnvergleichsrechnung arbeitet mit einer repräsentativen Periode. Dabei wird angenommen, dass alle anderen Perioden identisch zu dieser repräsentativen Periode sind. Hier erfolgt die Betrachtung der ersten Periode als repräsentative Periode zur Ermittlung der jährlichen Mindestabsatzmenge.

Im Fall der *einfachen Kapitalbindung* ergibt die jährliche Mindestabsatzmenge

$$G \stackrel{!}{=} \text{Erlöse} - \text{variable Kosten} - \text{fixe Kosten} - \text{Kapitaldienst}$$

$$0 = 10x - 5x - 6\,000 - 15\,000$$

$$x = 4\,200.$$

Im Fall der *stufenförmigen Kapitalbindung* ergibt die jährliche Mindestabsatzmenge

$$G \stackrel{!}{=} \text{Erlöse} - \text{variable Kosten} - \text{fixe Kosten} - \text{Kapitaldienst}$$

$$0 = 10x - 5x - 6\,000 - 15\,500$$

$$x = 4\,300$$



b) Ermittlung der Mindestabsatzmenge im Fall mit Restverkaufserlös

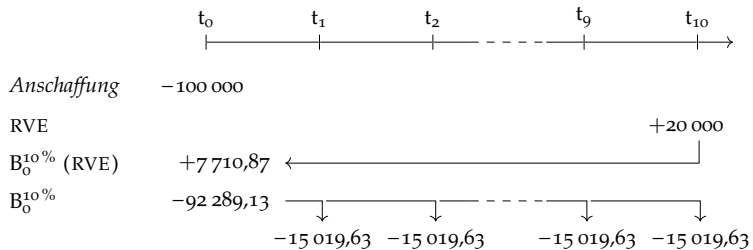
- *Kapitaldienst nach der Annuitätenmethode*

Der Restverkaufserlös (RVE) beträgt 20 000 EUR. Im Barwert sind dies

$$B_0^{10\%} = \frac{20\,000}{1,1^{10}} = 7\,710,87.$$

Dadurch sinkt der Barwert der Anschaffungsauszahlung auf  $(-100\,000 + 7\,710,87) = -92\,289,13$ . Umgerechnet als Annuität ergibt sich

$$ANN = -92\,289,13 \times \frac{0,1 \times 1,1^{10}}{1,1^{10} - 1} = -15\,019,63.$$



Die jährliche Mindestabsatzmenge ergibt dann

$$G \stackrel{!}{=} \text{Erlöse} - \text{variable Kosten} - \text{fixe Kosten} - \text{Kapitaldienst}$$

$$0 = 5x - 6\,000 - 15\,019,63$$

$$x = 4\,203,93 \approx 4\,204$$

- *Kapitaldienst bei einfacher Kapitalbindung bzw. Ingenieur-Formel*

Die Ermittlung des Kapitaldienstes erfolgt analog zu Aufgabenteil a).

(1) *Ermittlung der Tilgung / Amortisation*

Die Tilgung bzw. Amortisation berechnet sich auf Basis der linearen Abschreibung. Demnach beträgt die Tilgung unabhängig vom Verlauf der Kapitalbindung jährlich

$$\frac{KE - RVE}{ND} = \frac{100\,000 - 20\,000}{10} = 8\,000 \text{ EUR.}$$

(2) *Ermittlung der Zinsen auf das durchschnittlich gebundene Kapital*

i. *Ermittlung der Mindestmenge bei einfacher Kapitalbindung*

$$\emptyset KB = \frac{KE + RVE}{2} = \frac{100\,000 + 20\,000}{2} = 60\,000$$

$$\text{Zinsen} = 0,1 \times 60\,000 = 6\,000$$

$$KD = 8\,000 + 6\,000 = 14\,000$$

$$G \stackrel{!}{=} 0 = 5x - 6\,000 - 14\,000$$

$$x = 4\,000$$

Der jährliche Mindestabsatz beträgt 4 000 Stück.



- ii. Ermittlung der Mindestmenge bei *Kapitalbindungsverlauf nach der »Ingenieur-Formel«*

$$\varnothing \text{ KB} = \frac{(\text{KE} - \text{RVE}) + \frac{1}{n}(\text{KE} - \text{RVE})}{2} + \text{RVE} = 64\,000$$

$$\text{Zinsen} = 0,1 \times 64\,000 = 6\,400$$

$$\text{KD} = 8\,000 + 6\,400 = 14\,400$$

$$G \stackrel{!}{=} 0 = 5x - 6\,000 - 14\,400$$

$$x = 4\,080$$

Der jährliche Mindestabsatz beträgt jetzt 4 080 Stück.

- c) *Kritische Würdigung der Gewinn(vergleichs)rechnung*

Die Gewinnvergleichsrechnung zählt zu den statischen Vermögenswertmethoden und betrachtet nur eine Repräsentativperiode, d. h. es wird eine »Durchschnittsperiode« betrachtet. Die nachstehenden Investitionsalternativen weisen jeweils  $\varnothing$ -Rückflüsse von 50 pro Periode auf. Allerdings ist die zeitliche Verteilung der Rückflüsse sehr unterschiedlich.

<i>t</i>	<i>0</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>
<i>Investition A</i>	-120	0	0	+150
<i>Investition B</i>	-120	+149	+1	0
<i>Investition C</i>	-120	+50	+50	+50

- Die Gewinnvergleichsmethode vernachlässigt, dass der Wert von Zahlungen abhängig vom zeitlichen Anfall dieser ist.
- Sie berücksichtigt zwar, dass der Kapitaleinsatz mit Zinsen »verdient« werden muss, aber die Berücksichtigung erfolgt vereinfacht auf das durchschnittlich gebundene Kapital wobei unterschiedliche Ermittlungswege des gebundenen Kapitals existieren (normaler Kapitalbindungsverlauf, stufenförmiger Kapitalbindungsverlauf)
- Definiert man die Kapitalbindung nach der Annuitätenmethode als Referenzmaßstab für die Kapitalbindung, ergeben sich folgende Formen der Fehleinschätzung:
  1. Unterschätzung der Kapitalbindung zu Beginn der Nutzungsdauer, d. h. die angesetzten Zinsen sind zu niedrig im Vergleich zur Annuitätenmethode.
  2. Überschätzung der Kapitalbindung zum Ende der Nutzungsdauer, d. h. die Zinsbelastung ist im Vergleich zur Annuitätenmethode in den letzten Perioden zu hoch.

Beide Fehleinschätzungen gleichen sich in ihrer Wirkung nicht aus. Insgesamt erfolgt ein zu niedriger Ansatz der Zinsen mit der Folge – bezogen auf die vorliegende Aufgabe – dass der berechnete Mindestabsatz (im Vergleich zur Annuitätenmethode) zu niedrig ausfällt.



- Grundsätzlich kann die Gewinnvergleichsmethode zu falschen Entscheidungen führen, wenn die Nutzungsdauern der Handlungsalternativen nicht identisch sind.

(59) **Lösung Aufgabe 64** *Unternehmer Mikost*

a) *Mindestkosteneinsparung ohne Restverkaufserlös*

Die Rationalisierungsinvestition wird getätigt, um Kosten einzusparen. Aus Vereinfachungsgründen bleiben die Erlöse bei der Rationalisierungsinvestition unverändert und können deshalb vernachlässigt werden. Die Rationalisierungsinvestition führt zu Kosteneinsparungen. Die Kosteneinsparung muss mindestens der Auszahlung für die Rationalisierung entsprechen:

1. *Unterlassensalternative*

Im Fall der Unterlassensalternative ist keine Investitionsauszahlung erforderlich. Im Gegenzug werden keine Kosten eingespart.

2. *Durchführungsalternative*

In diesem Fall ist die Anschaffungsauszahlung fällig. Im Gegenzug sind Kosteneinsparungen möglich. Die Kosteneinsparung muss dabei mindestens so groß sein wie die Investitionsauszahlung damit die Maßnahme nicht schlechter ist als die Nullalternative.

• *Annuitätenmethode*

Es wird unterstellt, dass die Rückflüsse in jährlich gleichbleibenden Beträgen anfallen und dass die Kosteneinsparung (ANN) in jährlich gleichbleibenden Beträgen anfällt. Daraus lässt sich folgendes Kalkül ableiten:

$$C_0 \stackrel{!}{=} 0 = -a_0 + B_0 \text{ (Kosteneinsparung)}$$

Demnach ergibt die Annuität:

$$a_0 = ANN \times \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$$

$$90\,000 = ANN \times \frac{1,1^5 - 1}{0,1 \times 1,1^5} = ANN \times 3,7908$$

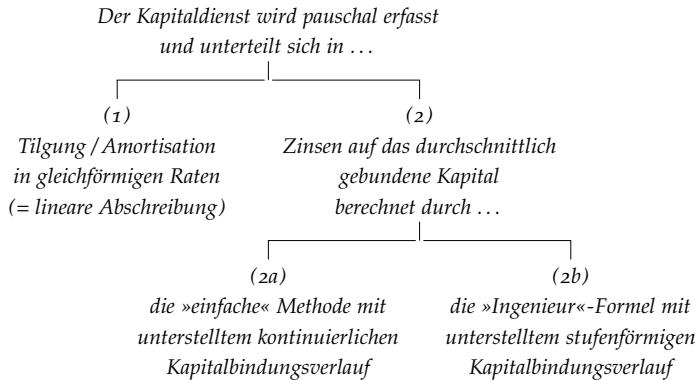
$$ANN = 23\,741,77 \text{ p. a.}$$

Pro Jahr müssen 23 741,77 EUR an Kosten eingespart werden, damit sich aus der Investition keine Vermögensminderung ergibt.

• *Kostenvergleichsrechnung*

Das Kalkül bei Vorziehwürdigkeitskriterium ist, dass die Investitionsauszahlung mindestens der Summe der Kapitaldienste entsprechen muss. Dabei wird die Anfangsinvestition über die Zeit »verteilt« mittels einfacher Betrachtung der Durchschnittsperiode. Der Kapitaldienst teilt sich auf in Zins- und Tilgung.





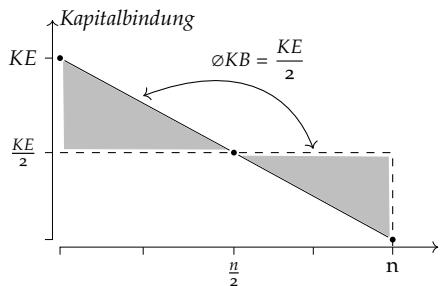
## (1) Ermittlung der Tilgung / Amortisation

Die Tilgung bzw. Amortisation berechnet sich auf Basis der linearen Abschreibung. Demnach beträgt die Tilgung unabhängig vom Verlauf der Kapitalbindung jährlich

$$\frac{KE - RVE}{ND} = \frac{90\,000 - 0}{5} = 18\,000.$$

## (2) Ermittlung der Zinsen auf das durchschnittlich gebundene Kapital

i. Bei Annahme des einfachen Kapitalbindungsverlaufs wird unterstellt, dass die Kapitalbindung kontinuierlich sinkt. Graphisch ergibt sich dann folgender Verlauf der Kapitalbindung



Das durchschnittlich gebundene Kapital berechnet sich dann als

$$\varnothing KB = \frac{KE + RVE}{2} = \frac{90\,000 + 0}{2} = 45\,000.$$

Die Zinsen betragen dann

$$\varnothing KB \times i = 45\,000 \times 0,1 = 4\,500.$$

Der Kapitaldienst beträgt demnach

$$KD = 18\,000 + 4\,500 = 22\,500.$$

Die erforderliche Kosteneinsparung beträgt 22 500 EUR pro Jahr.







Die Tilgung bzw. Amortisation berechnet sich auf Basis der linearen Abschreibung. Demnach beträgt die Tilgung unabhängig vom Verlauf der Kapitalbindung jährlich

$$\frac{KE - RVE}{ND} = \frac{90\,000 - 10\,000}{5} = 16\,000$$

- (2) Ermittlung der Zinsen auf das durchschnittlich gebundene Kapital  
i. Ermittlung der Mindestmenge bei einfacher Kapitalbindung

$$\varnothing KB = \frac{KE + RVE}{2} = \frac{90\,000 + 10\,000}{2} = 50\,000$$

$$Zinsen = 0,1 \times 50\,000 = 5\,000$$

$$KD = 16\,000 + 5\,000 = 21\,000$$

Die jährliche Mindestkosteneinsparung beträgt 21 000 EUR.

- ii. Ermittlung der Mindestmenge bei Kapitalbindungsverlauf nach der »Ingenieur-Formel«

$$\varnothing KB = \frac{(KE - RVE) + \frac{1}{n}(KE - RVE)}{2} + RVE = 58\,000$$

$$Zinsen = 0,1 \times 58\,000 = 5\,800$$

$$KD = 16\,000 + 5\,800 = 21\,800$$

Die jährliche Mindestkosteneinsparung beträgt 21 800 EUR.

- Kritische Würdigung der Kostenvergleichsrechnung

Für Kostenvergleiche als statistische Rechenverfahren gilt grundsätzlich die gleiche Kritik wie für die Gewinn(vergleichs)rechnung (vgl. dazu die Ausführungen zu Aufgabe 63).

Hier wird im Ergebnis die Mindestkosteneinsparung unterschätzt, da die Kostenvergleichsrechnung Zinsen zwar berücksichtigt, diese jedoch vereinfacht auf das durchschnittliche gebundene Kapital ermittelt. Dadurch wird der Zinseszinsseffekt nicht korrekt abgebildet und die Zinswirkung unterschätzt. Zudem werden Erlöse nicht betrachtet, sondern ausschließlich Kosten und dabei hier nur der Kapitaldienst. Es erfolgt keine Aussage darüber, ob die Erlöse überhaupt die Kosten decken und ob die Gewinnschwelle überhaupt erreicht wird (Kellersyndrom).

(59) Lösung Aufgabe 65 Amort GmbH & Co. KG

- a) Statische Amortisationsrechnung

Bei der statischen Amortisationsrechnung wird der Zeitpunkt ermittelt, bei dem die kumulierten Rückflüsse den Anschaffungskosten entsprechen oder diese übersteigen. Zinsen werden dabei vernachlässigt. Zur Ermittlung der Amortisationsdauer existieren zwei Verfahren:

- 1) Kumulationsmethode

Bei der Kumulationsmethode werden die periodischen Rückflüsse kumuliert. Die Investition gilt dann als amortisiert, wenn die Summe der Rückflüsse der Anschaffungsauszahlung entspricht bzw. übersteigt.



2) *Durchschnittsmethode*

Bei der Durchschnittsmethode wird die Amortisationsdauer als Quotient des Kapitaleinsatzes und der durchschnittlichen Rückflüsse pro Periode berechnet. Formal berechnet sich die Amortisationsdauer (AD) als

$$AD = \frac{\text{Kapitaleinsatz}}{\varnothing \text{ Rückflüsse}} \quad \text{mit} \quad \varnothing \text{ Rückflüsse} = \frac{\sum_{t=1}^n Z_t}{n}$$

• *Investition A**Kumulationsmethode*

t	0	1	2	3	4
A	-100	+50	+50	+50	+50
		↳ -50	↳ 0		
AD = 2 Jahre					

*Durchschnittsmethode*

$$\varnothing \text{ Rückflüsse} = \frac{200}{4} = 50$$

$$AD = \frac{100}{50} = 2 \text{ Jahre}$$

• *Investition B**Kumulationsmethode*

t	0	1	2	3	4
B	-100	0	0	0	+200
		↳ -100	↳ -100	↳ -100	↳ +100
AD = 4 Jahre					

*Durchschnittsmethode*

$$\varnothing \text{ Rückflüsse} = \frac{200}{4} = 50$$

$$AD = \frac{100}{50} = 2 \text{ Jahre}$$

• *Investition C**Kumulationsmethode*

t	0	1	2	3	4
C	-100	+120	+30	+30	+20
		↳ +20			
AD = 1 Jahr					

*Durchschnittsmethode*

$$\varnothing \text{ Rückflüsse} = \frac{200}{4} = 50$$

$$AD = \frac{100}{50} = 2 \text{ Jahre}$$

• *Investition D**Kumulationsmethode*

t	0	1	2	3	4
D	-100	+70	+40	+30	+20
		↳ -30	↳ +10		
AD = 2 Jahre					

*Durchschnittsmethode*

$$\varnothing \text{ Rückflüsse} = \frac{160}{4} = 40$$

$$AD = \frac{100}{40} = 2,5 \text{ Jahre}$$

• *Investition E**Kumulationsmethode*

t	0	1	2	3	4
E	-100	+20	+40	+60	+120
		↳ -80	↳ -80	↳ +20	
AD = 3 Jahre					

*Durchschnittsmethode*

$$\varnothing \text{ Rückflüsse} = \frac{240}{4} = 60$$

$$AD = \frac{100}{60} = 1 \frac{2}{3} \text{ Jahre}$$

• *Stellungnahme*

Das Ziel der Amortisationsrechnung besteht grundsätzlich in der Risikomes- sung. Die Messung des Risikos kann bei der Durchschnittsbildung



nicht erreicht werden, da der Amortisationszeiteffekt zu früh oder spät ermittelt wird. Grundsätzlich werden frühe Rückflüsse mit einem geringen Risiko und späte Rückflüsse mit einem hohen Risiko assoziiert. Die fehlende Zinsberücksichtigung führt zu einer Unterschätzung des Risikos.



b) *Dynamische Amortisationsrechnung*

Bei der dynamischen Amortisationsrechnung erfolgt eine verzinssliche Transformation der Rückflüsse. Während bei der Kumulationsmethode die noch nicht verrechneten Anschaffungsauszahlungen aufgezinst und mit den künftigen Rückflüssen verrechnet werden, erfolgt bei der Durchschnittsmethode die Verrechnung der Anschaffungskosten mit den Diskontierten Rückflüssen.

• *Investition A**Kumulationsmethode/Endwertmodell*

t	0	1	2	3	4
A	-100	+50	+50	+50	+50
		↳ -110			
			-60		
			↳ -66		
				-16	
				↳ -17,60	
					+32,40

AD = 3 Jahre

*Durchschnittsmethode/Barwertmodell*

	0	1	2	3	4
	-100	+50	+50	+50	+50
	+45,45	←			
	-54,55				
	+41,32	←			
	-13,22				
	+37,57	←			
	+24,34				

• *Investition B**Kumulationsmethode/Endwertmodell*

t	0	1	2	3	4
B	-100	0	0	0	+200
		↳ -110			
			-110		
			↳ -121		
				-121	
				↳ -133,10	
					-133,10
					↳ -146,41
					+53,59

AD = 4 Jahre

*Durchschnittsmethode/Barwertmodell*

	0	1	2	3	4
	-100	0	0	0	+200
	0	←			
	-100				
	0	←			
	-100				
	0	←			
	-100				
	+136,60	←			
	+36,60				

• *Investition C**Kumulationsmethode/Endwertmodell*

t	0	1	2	3	4
C	-100	+120	+30	+30	+20
		↳ +110			
			+10		

AD = 1 Jahr

*Durchschnittsmethode/Barwertmodell*

	0	1	2	3	4
	-100	+120	+30	+30	+20
	+109,09	←			
	+9,09				



• *Investition D*

*Kumulationsmethode / Endwertmodell*

t	0	1	2	3	4
D	-100	+70	+40	+30	+20
		↳ -110			
			-40		
			↳ -44		
				-4	
				↳ -4,40	
					+25,60

*Durchschnittsmethode / Barwertmodell*

	0	1	2	3	4
	-100	+70	+40	+30	+20
		+63,64	←		
			-36,36		
			+33,06	←	
				-3,31	
				+22,54	←
					+19,23

AD = 3 Jahre

• *Investition E*

*Kumulationsmethode / Endwertmodell*

t	0	1	2	3	4
E	-100	+20	+40	+60	+120
		↳ -110			
			-90		
			↳ -99		
				-59	
				↳ -64,90	
					-4,90
					↳ -5,39
					+114,61

*Durchschnittsmethode / Barwertmodell*

	0	1	2	3	4
	-100	+20	+40	+60	+120
		+18,18	←		
			-81,82		
			+33,06	←	
				-48,76	
				+45,08	←
					-3,68
					+81,96
					+78,28

AD = 4 Jahre

• *Stellungnahme*

Die Amortisationsdauer ist jetzt bei der Durchschnittsmethode und der Kumulationsmethode immer identisch.

(60) **Lösung Aufgabe 66** Rentabilitäts-Varianten

a) *Ermittlung der Rentabilitätsziffern*

1. *Gesamtkapitalrentabilität*

Die Kapitalrentabilität ergibt sich grundsätzlich durch

$$\text{Kapitalrentabilität} = \frac{\text{bestimmter Kapitalertrag}}{\text{bestimmter Kapitaleinsatz}}$$

Beim Kapitaleinsatz wird unterschieden zwischen dem durchschnittlich gebundenen Gesamtkapital und dem durchschnittlich gebundenen Eigenkapital. Das durchschnittlich gebundene Gesamtkapital beim einfachen (kontinuierlichen) Kapitalbindungsverlauf ergibt

$$\varnothing_{GK} = \frac{\text{Kapitaleinsatz} + \text{Resterlös}}{2} = \frac{50\,000 + 10\,000}{2} = 30\,000.$$



Die durchschnittliche Kapitalbindung entfällt zu 40% auf das Eigenkapital ( $0,4 \times 30\,000 = 12\,000$ ) und zu 60% auf Fremdkapital ( $0,6 \times 30\,000 = 18\,000$ ). Die kalkulatorischen Zinsen auf das Eigenkapital betragen demnach ( $0,1 \times 12\,000 =$ ) 1 200 EUR, während die (pagatorischen) Fremdkapitalzinsen ( $18\,000 \times 0,1 =$ ) 1 800 EUR betragen.

Das durchschnittlich gebundene Gesamtkapital bei Annahme eines stufenförmigen Kapitalbindungsverlaufs (»Ingenieur-Formel«) beträgt (KE = Kapitaleinsatz, RVE = Restverkaufserlös)

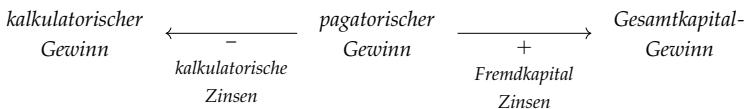
$$\begin{aligned}\varnothing_{GK} &= \frac{(KE - RVE) + \frac{1}{n} \times (KE - RVE)}{2} + RVE \\ &= \frac{40\,000 + \frac{1}{4} \times 40\,000}{2} + 10\,000 \\ &= 35\,000.\end{aligned}$$

Die durchschnittliche Kapitalbindung entfällt zu 40% auf das Eigenkapital ( $0,4 \times 35\,000 = 14\,000$ ) und zu 60% auf Fremdkapital ( $0,6 \times 35\,000 = 21\,000$ ). Die kalkulatorischen Zinsen auf das Eigenkapital betragen demnach ( $0,1 \times 14\,000 =$ ) 1 400 EUR, während die (pagatorischen) Fremdkapitalzinsen ( $21\,000 \times 0,1 =$ ) 2 100 EUR betragen.

- Ermittlung des Gesamtkapitalgewinns und der Zwischengrößen

	einfache Methode	»Ingenieur- Formel«
Erträge	26 000	26 000
- Betriebskosten	-10 000	-10 000
- Zinsen auf Fremdkapital	-1 800	-2 100
- lineare Abschreibung	-10 000	-10 000
= pagatorischer Gewinn	= 4 200	= 3 900
- kalkulatorische Zinsen	-1 200	-1 400
= kalkulatorischer Gewinn	= 3 000	= 2 500
+ Zinsen auf Fremdkapital	+1 800	+2 100
+ kalkulatorische Zinsen	+1 200	+1 400
= Gesamtkapitalgewinn	= 6 000	= 6 000

Es ergibt sich folgender Zusammenhang zwischen kalkulatorischem-, pagatorischem- und Gesamtkapitalgewinn.



Die Gesamtkapitalrentabilität (GKR) bei kontinuierlichem Kapitalbindungsverlauf beträgt

$$GKR = \frac{\text{Gesamtkapitalgewinn}}{\varnothing \text{ gebundenes Gesamtkapital}} = \frac{6\,000}{30\,000} = 20\%$$

bzw. bei stufenförmigem Kapitalbindungsverlauf

$$GKR = \frac{6\,000}{35\,000} = 17,14\%$$

2. *Return on Investment (RoI)*

Der Return on Investment bei kontinuierlichem Kapitalbindungsverlauf beträgt

$$RoI = \frac{\text{pagatorischer Gewinn}}{\varnothing \text{ gebundenes Gesamtkapital}} = \frac{4\,200}{30\,000} = 14\%$$

bzw. bei stufenförmigem Kapitalbindungsverlauf

$$RoI = \frac{3\,900}{35\,000} = 11,14\%$$

3. *Eigenkapital-Rentabilität*

Die Eigenkapital-Rentabilität (EKR) bei kontinuierlichem Kapitalbindungsverlauf beträgt

$$EKR = \frac{\text{pagatorischer Gewinn}}{\varnothing \text{ gebundenes Eigenkapital}} = \frac{4\,200}{12\,000} = 35\%$$

bzw. bei stufenförmigem Kapitalbindungsverlauf

$$EKR = \frac{3\,900}{21\,000} = 27,86\%$$

4. *Übergewinn-Rentabilität*

Die Übergewinn-Rentabilität (ÜGR) bei kontinuierlichem Kapitalbindungsverlauf beträgt

$$\ddot{U}GR = \frac{\text{kalkulatorischer Gewinn}}{\varnothing \text{ gebundenes Gesamtkapital}} = \frac{3\,000}{30\,000} = 10\%$$

bzw. bei stufenförmigem Kapitalbindungsverlauf

$$\ddot{U}GR = \frac{2\,500}{35\,000} = 7,14\%$$

- b) Der *Return on Investment* ist eine statische Größe und gibt an, der wievielte Teil (Prozentsatz) des gesamten eingesetzten Kapitals für die Anteilseigner aus der Investition erwirtschaftet wurde, denn der pagatorische Gewinn entspricht dem Gesamtkapitalgewinn abzüglich Fremdkapitalzinsen





oder dem erwarteten Eigenkapitalgewinn der Eigentümer ( $r \times \emptyset EK$ ) plus Übergewinn (der auch negativ sein kann) und wird zum Gesamtkapital  $EK + FK$  ins Verhältnis gesetzt.

- *Kritik*

Eine statische Größe ist nur für eine Periode sinnvoll ermittelbar. Bei schwankenden Nettorückflüssen erhält man für jede Periode eine andere Rentabilität. Das durchschnittlich gebundene Kapital gibt nicht die tatsächliche Kapitalbindung wieder. Die tatsächliche Kapitalbindung variiert im Zeitablauf und wird insgesamt unterschätzt, was zu einer zu positiven Beurteilung der Investition führt. Im Ergebnis ist der Return on Investment ein ungeeignetes Instrument, um mehrperiodige Investitionen zu beurteilen.

(60) **Lösung Aufgabe 67** *Rentabilitätsmaße ex-post*

a) *Ermittlung der Eigenkapitalrendite*

$$EK\text{-Rentabilität} = \frac{\text{Jahresüberschuss}}{\text{Eigenkapital}} = \frac{6\,835}{48\,712} = 14,03\%$$

Die *Eigenkapitalrendite* (*Return on Equity*) ist die (Eigen-)Kapitalrentabilität eines Unternehmens und gibt an, wieviel Prozent Gewinn auf das eingesetzte Eigenkapital entfällt. Die Eigenkapitalrendite zeigt somit die Verzinsung des Eigenkapitals an.

b) *Ermittlung der Gesamtkapitalrentabilität*

$$\begin{aligned} GKR &= \frac{\text{Jahresüberschuss} + \text{Steuern} + \text{Fremdkapitalzinsen}}{\text{Gesamtkapital}} \\ &= \frac{7\,141}{199\,393} = 3,58\% \quad \text{oder alternativ} \\ &= \frac{6\,835 + 1\,767 + 2\,144}{199\,393} = 5,39\% \end{aligned}$$

Die *Gesamtkapitalrendite* gibt an, welchen prozentualen Betrag (Rendite) das eingesetzte Gesamtkapital erwirtschaftet hat.

c) *Ermittlung des Return on Investment (RoI)*

$$\begin{aligned} RoI &= \frac{\text{Jahresüberschuss}}{\text{Umsatz}} \times \frac{\text{Umsatz}}{\text{Gesamtkapital}} \\ &= \frac{6\,835}{126\,875} \times \frac{126\,875}{199\,393} = 3,43\% \end{aligned}$$

Der *Return on Investment* gibt an, welche Rendite das gesamte im Unternehmen eingesetzte Kapital innerhalb einer Periode erwirtschaftet hat bzw. wie hoch der prozentuelle Anteil des Gewinns am Gesamtkapital ausfällt. Im Unterschied zur Gesamtkapitalrentabilität werden hier die Werttreiber explizit genannt.



## 6 Investitionsrechnung mit Gewinnen?

### (64) Lösung Aufgabe 68 Wahr oder falsch?

1. *falsch* | Die Aussage ist nur dann wahr, wenn das Kongruenzprinzip gilt.
2. *wahr* | Letztlich führen alle Aufwendungen und Erträge bis zum Ende des Planungshorizonts zu Auszahlungen oder Einzahlungen. Eingang in die externe Rechnungslegung haben ausschließlich Geschäftsvorfälle, die irgendwann zahlungswirksam werden. Der Grundsatz der Pagatorik muss erfüllt sein.
3. *falsch* | Es werden grundsätzlich nur Zielgrößen, also konsumierbare Größen in Form von Zahlungen, diskontiert.
4. *wahr* | Dies können z. B. Abschreibungen, Rückstellungen, Forderungen, die Bildung bzw. Auflösung von Rechnungsabgrenzungsposten und latenten Steuern sein.
5. *wahr* | Durch Zahlungen können Güter und/oder Dienstleistungen erworben werden, die den Konsumnutzen steigern.
6. *wahr* | Gewinn ist Ausfluss des Modells »Gewinn - und Verlustrechnung«, das dem externen Rechnungswesen zugeordnet wird. Die Investitionsrechnung als Zahlungsrechnung gehört zu den Modellen der internen Rechnungslegung.
7. *wahr* | Das wäre etwa dann der Fall, wenn in  $t = 1$  die Auszahlung 100 EUR beträgt und in  $t = 1$  die Einzahlung 105 EUR und der Kapitalmarktzins 10% beträgt. Es kommt auf die Verteilung von Zahlungen und Gewinn an.
8. *falsch* | Die gleiche Zahlung morgen ist bei einem positiven Zinssatz weniger wert als die Zahlung heute.
9. *falsch* | Der Residualgewinn ist nicht zahlungsgleich, allerdings führt die Anpassung des pagatorischen Gewinns durch Abzug der kalkulatorischen Kosten dazu, dass der Residualgewinn im Barwert dem Kapitalwert (also einem Wert, der aus reinen Zahlungen ermittelt wurde) entspricht.
10. *wahr* | Der pagatorische Gewinn entspricht dem buchhalterischen Gewinn. Die kalkulatorischen Zinsen berechnen sich auf Basis des gebundenen Kapitals und stellen keine pagatorische Größe dar.
11. *falsch* | Die Kapitalbindung erhöht sich um die Differenz, also um 50 EUR.
12. *falsch* | Der Zielverkauf verändert die Kapitalbindung nicht, da durch den Aktivtausch der Bestand an Immobilien um den gleichen Wert sinkt, wie die Forderungen steigen.
13. *falsch* | Durch den Barverkauf wird Aktivvermögen in liquide Mittel transformiert. Liquide Mittel sind per Definition nicht gebunden. Das gebundene Kapital wird vermindert. Allerdings handelt es sich um einen Aktivtausch, die Summe der Aktiva ändert sich nicht.
14. *wahr* | Es werden liquide Mittel in Handelswaren gebunden. Das gebundene Kapital steigt.
15. *wahr* | Die Besteuerung des Residualgewinns wird auch als zinsbereinigte bzw. sparbereinigte Einkommensteuer bezeichnet.





zu 5.: Der Erhalt der Miete im Voraus führt zu einer transitorischen passiven Rechnungsabgrenzung. Zunächst erfolgt die Einzahlung:

<i>Bank</i>		100 EUR	[B-13]
<i>an Mieterträge</i>		100 EUR	

Dann die Passivierung:

<i>Mieterträge</i>		100 EUR	[B-14]
<i>an Passiver Rechnungsabgrenzungsposten</i>		100 EUR	

Im neuen Jahr erfolgt die Auflösung:

<i>Passiver Rechnungsabgrenzungsposten</i>		100 EUR	[B-15]
<i>an Mieterträge</i>		100 EUR	

zu 6.: Die Kreditaufnahme führt nie zu einem Ertrag (Ausnahme: Der Kredit wird erlassen):

<i>Bank</i>		100 EUR	[B-16]
<i>an Verbindlichkeiten</i>		100 EUR	

zu 7.: Die Privateinlage in bar führt nicht zu einem Ertrag oder Aufwand. Erst durch Geschäftsvorfälle im Anschluss, z. B. durch den Erwerb von sofort abschreibbaren Vermögensgegenständen, führt die Einlage zu Aufwand:

<i>Bank</i>		100 EUR	[B-17]
<i>an Privateinlage</i>		100 EUR	

zu 8.: Der Bezahlung der Zinsen im Nachhinein geht der Aufwand voraus. Zum Beispiel wenn Zinszahlungen am Jahresende fällig werden, aber erst im Januar des folgenden Jahres gezahlt werden. Der Bezahlung der Zinsen geht eine antizipatorische passive Rechnungsabgrenzung voraus.

<i>sonstige Verbindlichkeiten</i>		100 EUR	[B-18]
<i>an Bank</i>		100 EUR	

(65) **Lösung Aufgabe 70** *Investitionsrechnung mit Gewinnen?*

a) *Ermittlung des Barwerts der Residualgewinne*

Zur Ermittlung der Residualgewinne in den einzelnen Perioden muss jeweils die Kapitalbindung der Vorperiode ermittelt werden. Das gebundene Kapital besteht hier aus dem Eigenkapital unter Vernachlässigung liquider Mittel. Die Kapitalbindung in  $t=0$  besteht aus der Summe von Anlagevermögen und Vorräten und beträgt 6 000 EUR. In  $t=1$  beträgt die Kapitalbindung 3 675 EUR und ergibt sich aus der Kapitalbindung der Vorperiode abzüglich Abschreibungen und Bestandsminderung bei den



Vorräten. Die Bilanzen in den einzelnen Perioden – unter der Annahme der Entnahme aller liquiden Mittel am Ende jeder Periode – ergeben:

Aktiva	Bilanz t=0	Passiva	Aktiva	Bilanz t=1	Passiva		
Maschine	4 500	EK	6 000	Maschine	3 375	EK	3 675
Vorräte	1 500			Vorräte	300		
Summe	<u>6 000</u>	Summe	<u>6 000</u>	Summe	<u>3 675</u>	Summe	<u>3 675</u>

Aktiva	Bilanz t=2	Passiva	Aktiva	Bilanz t=3	Passiva		
Maschine	2 250	EK	2 550	Maschine	1 125	EK	1 425
Vorräte	300			Vorräte	300		
Summe	<u>2 550</u>	Summe	<u>2 550</u>	Summe	<u>1 425</u>	Summe	<u>1 425</u>

Die Residualgewinne ergeben sich wie folgt:

t	0	1	2	3	4
Z <sub>t</sub>	-4 500	8 000	8 000	8 000	8 000
AfA <sub>t</sub>		(-1 125)	(-1 125)	(-1 125)	(-1 125)
Vorräte	-1 500				
Bestandsminderung		(-1 200)			(-300)
KB <sub>t</sub>	[6 000]	[3 675]	[2 550]	[1 425]	0
i × KB <sub>t-1</sub>		(-600)	(-367,5)	(-255)	(-142,5)
RG <sub>t</sub>		(5 075)	(6 507,5)	(6 620)	(6 432,5)

Der Barwert der Residualgewinne beträgt:

$$BW_{RG} = \frac{5\,075}{1,1} + \frac{6\,507,5}{1,1^2} + \frac{6\,620}{1,1^3} + \frac{6\,432,5}{1,1^4} = 19\,358,92$$

Der Barwert der Residualgewinne ist positiv. Demnach ist der Kapitalwert auch positiv und die Investition liefert einen Vermögensmehrwert unabhängig von den Konsumprämissen, da ein vollkommener Kapitalmarkt unterstellt wird.

b) Ermittlung des Kapitalwerts der Zahlungsreihe

Der Kapitalwert vor Steuern beträgt

$$C_0 = -6\,000 + 8\,000 \times \frac{1,1^4 - 1}{0,1 \times 1,1^4} = 19\,358,92$$

und entspricht dem Barwert der Residualgewinne. Sofern das Kongruenzprinzip erfüllt ist, führen der Barwert der Residualgewinne sowie der Kapitalwert der Zahlungsreihe zum selben Ergebnis. Der buchhalterische Gewinn ergibt sich durch die Periodisierung von Zahlungen. Erträge und Einzahlungen bzw. Aufwendungen und Auszahlungen fallen nicht zeitgleich an. Durch das Periodisieren entstehen im Vergleich zur Zahlungsreihe Zins- bzw. Zeiteffekt, die durch den Abzug der kalkulatorischen Zinsen korrigiert werden.

## (66) Lösung Aufgabe 71 GAP AG

## a) Ermittlung der Zahlungsreihe

Die zahlungswirksamen Umsatzerlöse betragen:

$$UE_1 = 60 \times 1\,500 = 90\,000$$

$$UE_2 = 64 \times 2\,000 = 128\,000$$

$$UE_3 = 72 \times 3\,000 + 66 \times 2\,000 = 348\,000$$

Die Summe der Zahlungen in den einzelnen Perioden beträgt dann:

t	0	1	2	3
./. Kaufpreis	150 000			
+ Umsatzerlöse		90 000	128 000	348 000
./. Auszahlung Rohstoffe		30 000	48 000	24 000
./. Energie und Reparaturen		10 000	20 000	8 000
./. Löhne und Gehälter		40 000	80 000	60 000
= Zahlungsreihe	-150 000	10 000	-20 000	256 000

## b) Ermittlung der Gewinnreihe

Die Ermittlung der Gewinnreihe ist ungleich schwieriger als die Ermittlung der Zahlungsreihe. Der Gewinn ergibt sich jeweils aus der Gewinn- und Verlustrechnung der einzelnen Perioden. Die Materialkosten stellen aufwandsgleiche Kosten dar.

t	0	1	2	3
+ Umsatzerlöse		90 000	260 000	216 000
./. Materialkosten		24 000	45 000	33 000
./. Abschreibungen		50 000	50 000	50 000
./. Energie		10 000	20 000	8 000
./. Löhne		40 000	80 000	60 000
+ Bestandsveränderungen		25 000	-12 500	-12 500
= Gewinnreihe	0	-9 000	52 500	52 500

Die Bestandsveränderungen ergeben sich aus der bewerteten Differenz der produzierten und abgesetzten Einheiten. In  $t = 1$  wird mehr produziert als veräußert. Die Bestandserhöhung beträgt

$$\text{Bestandserhöhung}_1 = 50 \times (2\,000 - 1\,500) = 25\,000.$$

In  $t = 2$  werden mehr Einheiten abgesetzt als produziert. Die Bestandsminderung beträgt

$$\text{Bestandsminderung}_2 = 50 \times (3\,750 - 4\,000) = -12\,500$$

Die Bestandsminderung in  $t = 3$  beträgt

$$\text{Bestandsminderung}_3 = 50 \times (2\,750 - 3\,000) = -12\,500$$



- c) *Ermittlung der Kapitalwerte der Zahlungs- und Gewinnreihe*  
 Kapitalwert der Zahlungsreihe

$$C_0 = -150\,000 + \frac{10\,000}{1,2} + \frac{-20\,000}{1,2^2} + \frac{256\,000}{1,2^3} = -7\,407,41$$

Kapitalwert der Gewinnreihe

$$BW_G = \frac{-9\,000}{1,2} + \frac{52\,500}{1,2^2} + \frac{52\,500}{1,2^3} = 59\,340,28$$

- d) *Beurteilung der Ergebnisse*

Zur Beurteilung zählt das Ergebnis des Vorteilhaftigkeitsmaßes auf Basis der Zahlungen, da konsumierbare Zahlungen die finanzielle Zielgröße des Investors darstellen. Da der Kapitalwerte der Zahlungsreihe negativ ist, sollte die Investition nicht durchgeführt werden, da bei Durchführung eine Vermögensminderung stattfindet.

- e) *Ermittlung der Residualgewinne sowie deren Barwert*

t	0	1	2	3
<i>Gewinnreihe aus b)</i>		-9 000	52 500	52 500
<i>Auszahlung/kein Aufwand</i>				
+ Anschaffungsauszahlung	150 000	100 000	50 000	0
+ Rohstoffe		6 000	9 000	0
+ Bestand an Fertigerzeugnissen		25 000	12 500	0
<i>Ertrag/keine Einzahlungen</i>				
+ Forderungen aus L. u. L.			132 000	
= <i>Kapitalbindung gesamt</i>	150 000	131 000	203 500	0
./. Zinsen		30 000	26 200	40 700
= <i>Residualgewinne</i>		-39 000	26 300	11 800

Der Barwert der Residualgewinne beträgt

$$BW_{RG} = \frac{-39\,000}{1,2} + \frac{26\,300}{1,2^2} + \frac{11\,800}{1,2^3} = -7\,407,41$$

und entspricht dem Kapitalwert. Alternativ lässt sich die Kapitalbindung aus dem Eigenkapital der Periode abzüglich liquider Mittel berechnen. Nachstehend sind die zugehörigen Bilanzen und Gewinn- und Verlustrechnungen dargestellt (Werte in TEUR).

<i>Aktiva</i>	<i>Bilanz in t = 0</i>	<i>Passiva</i>
AV	150	EK
Summe	150	Summe



Aktiva	Bilanz in t = 1		Passiva	Soll	GuV in t = 1		Haben
AV	100	EK	150	AfA	50	UE	90
Rohstoffe	6	Gewinn	-9	Material	24	BV	25
FE	25			Energie	10	Verlust	9
Kasse	10			Löhne	40		
Summe	<u>141</u>	Summe	<u>141</u>	Summe	<u>124</u>	Summe	<u>124</u>

Aktiva	Bilanz in t = 2		Passiva	Soll	GuV in t = 2		Haben
AV	50,00	EK	141,00	AfA	50,00	UE	260,00
Rohstoffe	90,00	Gewinn	52,50	Material	45,00		
FE	12,50	Bank	10,00	BV	12,50		
Ford.	132,00			Energie	20,00		
Summe	<u>284,50</u>	Summe	<u>203,50</u>	Löhne	80,00		
				Gewinn	52,50		
				Summe	<u>260,00</u>	Summe	<u>260,00</u>

Aktiva	Bilanz in t = 3		Passiva	Soll	GuV in t = 3		Haben
Bank	246,00	EK	193,50	AfA	50,00	UE	216,00
		Gewinn	52,50	Material	33,00		
Summe	<u>246,00</u>	Summe	<u>246,00</u>	BV	12,50		
				Energie	8,00		
				Löhne	60,00		
				Gewinn	52,50		
				Summe	<u>216,00</u>	Summe	<u>216,00</u>

Es wurde angenommen, dass alle liquiden Mittel am Ende jeder Periode entnommen werden. Die Bilanz in t = 3 ist vor Entnahme der liquiden Mittel dargestellt.

(67) Lösung Aufgabe 72 Kapitalflussrechnung

Bestand am Jahresbeginn	45
+ Abschreibungen	+20
<i>Die Abschreibungen haben den Gewinn gemindert, sind aber nicht zahlungswirksam und müssen deshalb hinzugerechnet werden.</i>	
Personalaufwand	-
<i>Der Personalaufwand ist aufwands- und zahlungswirksam. Es erfolgt deshalb keine Korrektur.</i>	
+ Steueraufwand	+ 5
<i>Die Steuerrückstellung ist aufwands- aber nicht zahlungswirksam und muss deshalb hinzugerechnet werden (1/3 v. 15 = 5)</i>	
+ Warenverbrauch	+10





Die Waren wurden im Vorjahr angeschafft. Sie sind in 2019 aufwands-, aber nicht zahlungswirksam. Es erfolgt deshalb eine Hinzurechnung.

./.	<b>Forderungen</b>	-60
	<i>Die Umsatzerlöse in Höhe der Forderungen haben den Gewinn erhöht, sind aber nicht zahlungswirksam. Es muss eine Kürzung i. H. v. <math>0,5 \times 120 = 60</math> erfolgen.</i>	
+	<b>Desinvestitionen</b>	+45
	<i>Es wurde zu 80 verkauft. Da ein Ertrag von 35 entstanden ist, betrug der Buchwert 45. Demnach haben sich die Zahlungen um 80 erhöht, wonach aber nur 35 als Ertrag ausgewiesen wurden. Es müssen deshalb 45 hinzugerechnet werden.</i>	
+	<b>Bankdarlehen</b>	+40
	<i>Die Aufnahme von Darlehen ist nicht Erfolgswirksam. Es muss eine Hinzurechnung erfolgen.</i>	
./.	<b>Entnahmen</b>	-65
	<i>Entnahmen mindern den Gewinn nicht. Es muss demnach eine Kürzung erfolgen.</i>	
./.	<b>Bestandserhöhungen</b>	-23
	<i>Die Warenkäufe sind nicht erfolgswirksam und müssen deshalb gekürzt werden.</i>	
=	<b>Bestand am Jahresende</b>	<u><u>17</u></u>

(68) **Lösung Aufgabe 73** Kapitalbindung bei Mischfinanzierung

a) **Kapitalwert**

Zur Bestimmung des Kapitalwerts muss die Zahlungsreihe nach Fremdfinanzierung ermittelt werden. Der Nennbetrag des Kredits beträgt  $(90 - 30 =) 60$ , demnach beträgt die jährliche Tilgung 20. Die Zahlungsreihe nach Fremdfinanzierung ergibt:

$t$	0	1	2	3
$Z_t^{\text{Objekt}}$	-90	40	40	30
$K_0$	60			
$RBW_t^{\text{Kredit}}$	[60]	[40]	[20]	[0]
$TIL_t$		-20	-20	-20
$i \times RBW_{t-1}^{\text{Kredit}}$		-9	-6	-3
$Z_t^{\text{gesamt}}$	-30	11	14	7

Der Kapitalwert auf Basis der Zahlungsreihe  $Z_t^{\text{gesamt}}$  beträgt

$$C_0 = -30 + \frac{11}{1,1} + \frac{14}{1,1^2} + \frac{7}{1,1^3} = -3,17.$$



b) Ermittlung der Residualgewinne und des Barwerts der Residualgewinne

$t$	0	1	2	3
$Z_t^{\text{Objekt}}$	-90	40	40	30
$K_0$	60			
$RBW_t^{\text{Kredit}}$	[60]	[40]	[20]	[0]
$TIL_t$		-20	-20	-20
$i \times RBW_{t-1}^{\text{Kredit}}$		-9	-6	-3
$Z_t^{\text{gesamt}}$	-30	11	14	7
$AfA_t$		(-30)	(-30)	(-30)
$G_t$	(0)	(1)	(4)	(-3)
$\sum G_t$	0	[1]	[5]	[2]
$\sum Z_t^{\text{gesamt}}$	[-30]	[-19]	[-5]	[2]
$KB_t$	[30]	[20]	[10]	[0]
$i \times KB_{t-1}$		(-3)	(-2)	(-1)
$RG_t$	(0)	(-2)	(2)	(-4)

Der Barwert der Residualgewinne beträgt

$$BW^{RG} = -\frac{2}{1,1} + \frac{2}{1,1^2} - \frac{4}{1,1^3} = -3,17$$

und entspricht dem Kapitalwert.

Die Kapitalbindungen lassen sich auch aus den Bilanzen ablesen. Sie ergeben sich aus dem Eigenkapital abzüglich Kassenbestand.

Aktiva	Bilanz $t=0$	Passiva	Aktiva	Bilanz $t=1$	Passiva		
AV	90	EK	30	AV	60	EK	31
Kasse	0	FK	60	Kasse	11	FK	40
Summe	90	Summe	90	Summe	71	Summe	71

Aktiva	Bilanz $t=2$	Passiva	Aktiva	Bilanz $t=3$	Passiva		
AV	30	EK	35	AV	0	EK	32
Kasse	25	FK	20	Kasse	32	FK	0
Summe	55	Summe	55	Summe	32	Summe	32



## 7 Erfolgsteuern in der Investitionsrechnung

### (69) Lösung Aufgabe 74 Wahr oder falsch?

1. *falsch* | Steuern mindern Zielgrößen bzw. stellen eine negative Zielgröße dar. Da Individuen nach Nettozielgrößen streben, also Einkommen nach Steuern, sind Steuern bei Vorteilhaftigkeitsberechnungen grundsätzlich zu berücksichtigen.
2. *wahr* | Steuern entfalten Entscheidungswirkungen und müssen deshalb in Entscheidungskalkülen berücksichtigt werden.
3. *falsch* | Modelle, die Steuern schon bei der Entscheidungsfindung berücksichtigen, gehören zu den steuerlichen Optimierungsmodellen.
4. *wahr* | Die Zielfunktion in diesem Fall wäre die Minimierung der Steuern bei gegebenem Zahlungsstrom.
5. *wahr* | Die Besteuerung findet Berücksichtigung bevor entschieden wird, welche Investitionsalternative durchgeführt wird.
6. *falsch* | Steuerminimierung ist das Ziel der steuerlichen Suboptimierung, also das Ziel in den Fällen, in denen die Entscheidung ohne Berücksichtigung der Besteuerung getroffen wird.
7. *falsch* | Die Steuerbarwertminimierung ist das Ziel steuerlicher Suboptimierung im mehrperiodigen Kontext.
8. *wahr* | Zum Beispiel ist der Kapitalwert bei degressiver Abschreibung höher als bei linearer Abschreibung (der Rest gleichbleibend), da die Steuererstattung auf die Abschreibung früher erfolgt.
9. *wahr* | Im Zähler wird der Gewinn besteuert, im Nenner wird eine Zahlungsgröße (Zinsen) besteuert.
10. *wahr* | Privatentnahmen können nur bei Personenunternehmen getätigt werden. Die Einkommensteuer gehört zur Privatsphäre, insofern stellt die Bezahlung der Einkommensteuer vom betrieblichen Konto eine Privatentnahme dar.
11. *wahr* | Steigt der Zinssatz, so wird der Nenner größer. Je größer der Nenner, desto kleiner der Kapitalwert.
12. *falsch* | Eine allgemeingültige Aussage kann nicht getroffen werden, da der Steuersatz sowohl Zähler als auch Nenner beeinflusst. Die Richtung, in die sich der Kapitalwert bei Erhöhung des Steuersatzes verändert, hängt von der Zahlungsreihe bzw. den buchhalterischen Abschreibungen ab.
13. *wahr* | Das bedeutet, dass Steuererstattungen sofort und in unbegrenzter Höhe erfolgen und Verluste nicht in folgende Rechnungsperioden vorgetragen werden müssen.
14. *falsch* | Es wird die Durchführung im Rahmen einer Personenunternehmung unterstellt.
15. *wahr* | Es werden identische Soll- und Habenzinsen unterstellt.
16. *falsch* | Die Aussage stimmt nur dann, wenn der Steuersatz auf Zinsen dem Steuersatz auf die Zuflüsse der zu beurteilenden Zahlungsreihe entspricht. Nur dann kürzt sich die Besteuerung heraus.



17. *falsch* | Es besteht kein funktionaler Zusammenhang. Aus diesem Grund kann keine Pauschalaussage über die Wirkung der Besteuerung getroffen werden. Die Besteuerung ist deshalb ausdrücklich in das Entscheidungskalkül mit einzubeziehen.
18. *wahr* | Steuern sind (auszahlungs)wirksam und reduzieren demnach das Ausmaß der Zielerreichung.
19. *falsch* | Im Zähler wird der Gewinn besteuert, im Nenner eine zahlungsgleiche Größe.
20. *falsch* | Bei der Umsatzsteuer handelt es sich nicht um eine Erfolgsteuer, sondern um eine Verbrauchsteuer.
21. *wahr* | Auch die Körperschaftsteuer gehört zu den Erfolgsteuern.
22. *wahr* | Das hängt vom Barwert der Ertragswertabschreibung und damit von der Zahlungsreihe der Investition ab.
23. *falsch* | Der Kapitalwert nach Steuern kann auch größer sein als der Kapitalwert vor Steuern.
24. *falsch* | Der relative Vorteil der Investitionsalternative im Vergleich zur Unterlassungsalternative ist größer.

(70) **Lösung Aufgabe 75** Barwert einer unendlichen Rente nach Steuern

Zur Bestimmung der Nettozahlungen ist zunächst der zu versteuernde Gewinn zu ermitteln. Unterstellt wird eine einfache Gewinnsteuer. Die einzige nichtzahlungswirksame Größe stellt in diesem Fall die Abschreibung dar, die im vorliegenden Fall als linear angenommen wird. Die jährliche Abschreibung beträgt demnach

$$AfA = \frac{I_0}{T}.$$

Der zu versteuernde Gewinn beträgt demnach

$$G = Z_t - \frac{I_0}{T}.$$

Die Zahlungsüberschüsse nach Steuern betragen:

$$Z_{s,t} = Z_t - s \times \left( Z_t - \frac{I_0}{T} \right)$$

Neben der Realinvestition (Zähler) werden auch die Erträge (Zinsen) der festverzinslichen Alternativenanlage besteuert. Die Zinsen nach Steuern betragen:

$$i_s = i \times (1 - s) \quad \text{bzw.} \quad q_s = 1 + i \times (1 - s)$$

Unter Verwendung des nachschüssigen Rentenbarwertfaktors nach Steuern lässt sich der Kapitalwert nach Steuern schreiben als:

$$\begin{aligned} C_{0,s} &= \left[ Z_t - s \times \left( Z_t - \frac{I_0}{T} \right) \right] \times \frac{(1 + i \times (1 - s))^T - 1}{i \times (1 - s) \times (1 + i \times (1 - s))^T} \quad \left| \times \frac{q_s^{-T}}{q_s^{-T}} \right. \\ &= \left[ Z_t - s \times \left( Z_t - \frac{I_0}{T} \right) \right] \times \frac{1 - (1 + i \times (1 - s))^{-T}}{i \times (1 - s)} \end{aligned} \quad (31)$$

Für  $T \rightarrow \infty$  vereinfacht sich (31) zu

$$C_{0,s} = \frac{Z_t \times (1-s)}{i \times (1-s)} = \frac{Z}{i}$$

Im Ergebnis hat die Besteuerung im Fall eines unendlichen Planungshorizonts keine Auswirkung auf den Kapitalwert. Der Kapitalwert vor und nach Steuern ist identisch unter der Voraussetzung, dass im Zähler und im Nenner derselbe Steuersatz zur Anwendung kommt.

(71) **Lösung Aufgabe 76** Steuerliche Verzerrungen

a) *Vorteilhaftigkeit vor Steuern*

Bei der Ermittlung der Rangfolge der Vorteilhaftigkeit vor Steuern sind lediglich die Nominalzinssätze vor Steuern relevant. Daraus ergibt sich nachstehende Rangfolge:

Rang	Wertpapier	Ertrag
1	C	500
2	A	400
3	i	300
4	B	250

b) *Ermittlung der Erträge nach Steuern*

Rang	Wertpapier	Ertrag
1	A	$0,08 \times (1 - 0,25) \times 5\,000 = 300$
2	C	$0,05 \times (1 - 0,5) \times 5\,000 = 250$
3	B	$(0,05 - 0,6 \times 0,5 \times 0,05) \times 5\,000 = 175$
4	i	$0,06 \times (1 - 0,5) \times 5\,000 = 150$

Durch die Einführung der differenzierten Besteuerung ändert sich die Rangfolge. Die Vernachlässigung der Besteuerung würde dazu führen, dass die 5 000 EUR in Wertpapier C investiert werden. Unter Berücksichtigung der Besteuerung würde Knudsen Wertpapier A kaufen. Bei Vernachlässigung der Besteuerung würde er eine falsche Entscheidung treffen.

(71) **Lösung Aufgabe 77** Standardmodell mit Ertragsteuern

a) *Kapitalwert vor Steuern*

Bei einem Kapitalmarktzins von  $i = 10\%$  (vollkommener Kapitalmarkt) beträgt der Kapitalwert vor Steuern

$$C_0 = -90 + \frac{40}{1,1} + \frac{50}{1,1^2} + \frac{60}{1,1^3} = 32,76$$

Die Investition ist vorteilhaft.

b) *Kapitalwert nach Steuern und Buchungssätze*

• *Kapitalwert nach Steuern*

Zur Ermittlung des Kapitalwerts nach Steuern ist zunächst die Zahlungsreihe nach Steuern zu ermitteln. Dabei werden die Steuern am Gewinn



bemessen, der sich aus den jährlichen Einzahlungen zzgl. Zinsen abzgl. Abschreibungen ergibt. Die linearen Abschreibungen betragen  $\left(\frac{90}{3} =\right)$  30 TEUR pro Periode. Die Ermittlung der Nettozahlungen sowie das Endvermögen ist im nachstehenden vollständigen Finanzplan dargestellt:

$t$	0	1	2	3
$Z_t$	-90	40	50	60
$AfA_t$		(-30)	(-30)	(-30)
$KMA_t$	[0]	[35]	[76,75]	[0]
$i \times KMA_{t-1}$		0	3,50	7,68
$BMG_t$		(10)	(23,50)	(37,68)
$S_t$		-5	-11,75	-18,84
$Z_{s,t}$		35	41,75	48,84
$Ent_t$	0	0	0	125,59

Die Finanzierung erfolgt mit Eigenmitteln. Aus diesem Grund beträgt der Zahlungssaldo in  $t=0$  null. Der Kapitalmarktzins nach Steuern beträgt  $i_s = 0,1 \times (1 - 0,5) = 0,05$ . Demnach beträgt der Kapitalwert nach Steuern:

$$C_{0,s} = -90 + \frac{0}{1,05} + \frac{0}{1,05^2} + \frac{125,59}{1,05^3} = 18,49$$

Durch die Besteuerung resultieren keine Entscheidungsverzerrungen. Sowohl vor als auch nach Steuern würde die Investition durchgeführt werden.

- *Buchungssätze*

1. *Buchungen in  $t=0$*

Einlage der Eigenmittel (Privateinlage):

<i>Kasse</i>		90 EUR	[B-19]
	<i>an Privat</i>		90 EUR

Kauf der Maschine in bar (Annahme):

<i>Sachanlagen</i>		90 EUR	[B-20]
	<i>an Kasse</i>		90 EUR

2. *Buchungen in  $t=1$*

Die Umsatzerlöse sind vollständig zahlungswirksam:

<i>Kasse</i>		40 EUR	[B-21]
	<i>an Umsatzerlöse</i>		40 EUR

Abschreibung der Sachanlagen:

<i>Abschreibungen</i>		30 EUR	[B-22]
	<i>an Sachanlagen</i>		30 EUR

Steuerzahlung an das Finanzamt (Annahme: Zahlung per Kasse):



[B-23]	<i>Privat</i>		5 EUR	
	<i>an Kasse</i>			5 EUR

3. *Buchungen in t = 2*

Umsatzerlöse:

[B-24]	<i>Kasse</i>		50 EUR	
	<i>an Umsatzerlöse</i>			50 EUR

Abschreibungen:

[B-25]	<i>Abschreibungen</i>		30 EUR	
	<i>an Sachanlagen</i>			30 EUR

Steuerzahlung (Annahme: Zahlung per Kasse)

[B-26]	<i>Privat</i>		11,75 EUR	
	<i>an Kasse</i>			11,75 EUR

Zinserträge aus der Kapitalmarktanlage:

[B-27]	<i>Kasse</i>		3,50 EUR	
	<i>an Zinserträge</i>			3,50 EUR

4. *Buchungen in t = 3*

Umsatzerlöse:

[B-28]	<i>Kasse</i>		60 EUR	
	<i>an Umsatzerlöse</i>			60 EUR

Abschreibungen:

[B-29]	<i>Abschreibungen</i>		30 EUR	
	<i>an Sachanlagen</i>			30 EUR

Steuerzahlung (Annahme: Zahlung per Kasse)

[B-30]	<i>Privat</i>		18,84 EUR	
	<i>an Kasse</i>			18,84 EUR

Zinserträge:

[B-31]	<i>Kasse</i>		7,68 EUR	
	<i>an Zinserträge</i>			7,68 EUR

Entnahme

[B-32]	<i>Privat</i>		125,59 EUR	
	<i>an Kasse</i>			125,59 EUR



## (72) Lösung Aufgabe 78 Entscheidungswirkung der Besteuerung

## a) Kapitalwert und Endwert vor Steuern

Da es sich um einen vollkommenen Kapitalmarkt handelt, führen Kapitalwert und Endwert zur selben Vorteilhaftigkeitsaussage.

## • Investition A

$$C_0^A = -I_0 + \sum_{t=1}^T \frac{Z_t^A}{(1+i)^t} = 110,65$$

$$V_n^A = C_0^A \times (1+i)^T = 110,65 \times 1,1^4 = 162$$

## • Investition B

$$C_0^B = -I_0 + \sum_{t=1}^T \frac{Z_t^B}{(1+i)^t} = 109,45$$

$$V_n^B = C_0^B \times (1+i)^T = 109,45 \times 1,1^4 = 160,25$$

## • Zusammenfassung

Es gilt

$$C_0^A = 110,65 > C_0^B = 109,45$$

$$V_n^A = 162 > V_n^B = 160,25$$

Kapitalwert und Endwert führen zur selben Vorteilhaftigkeitsaussage. Investition A ist vorteilhaft gegenüber der Unterlassungsalternative und Investition B.

## b) Kapitalwert und Endvermögen nach Steuern

## • Investition A

Die Zahlungsüberschüsse nach Steuern ergeben:

$t$	0	1	2	3	4
$Z_t$	-1 000	600	250	250	250
$AfA_t$		(-250)	(-250)	(-250)	(-250)
$BMG_t$		(350)	(0)	(0)	(0)
$S_t$		-140	0	0	0
$Z_{s,t}$		460	250	250	250

Der Finanzplan ist unvollständig, da Kapitalanlage bzw. -aufnahme sowie die daraus resultierenden Zinsen nicht dargestellt sind. Da es sich um einen vollkommenen Kapitalmarkt handelt, beeinflusst die Geldanlage und -aufnahme die Entscheidung nicht. Es ist deshalb auch unerheblich welches dynamische Entscheidungskriterium (hier: Kapitalwert oder Endwert) als





Entscheidungskriterium herangezogen wird, da die Kriterien jeweils zur gleichen Empfehlung führen. Der Kapitalmarktzins nach Steuern beträgt:

$$i_s = i \times (1 - s) = 0,1 \times (1 - 0,4) = 0,06$$

Der Kapitalwert von Investition A beträgt demnach

$$C_{0,s}^A = -1\,000 + \frac{460}{1,06} + \frac{250}{1,06^2} + \frac{250}{1,06^3} + \frac{250}{1,06^4} = 64,39.$$

Der Endwert beträgt

$$V_{n,s}^A = 64,39 \times 1,06^4 = 81,29$$

- **Investition B**

Die Zahlungsüberschüsse nach Steuern ergeben:

$t$	0	1	2	3	4
$Z_t$	-1 000	350	350	350	350
$AfA_t$		(-250)	(-250)	(-250)	(-250)
$BMG_t$		(100)	(100)	(100)	(100)
$S_t$		-40	-40	-40	-40
$Z_{s,t}$		310	310	310	310

Der Kapitalwert nach Steuern beträgt

$$C_{0,s}^B = -1\,000 + 310 \times \frac{1,06^4 - 1}{0,06 \times 1,06^4} = 74,18.$$

Der Endwert ergibt:

$$V_{n,s}^B = -1\,000 \times 1,06^4 + 310 \times \frac{1,06^4 - 1}{0,06} = 93,65.$$

Die Rangfolge hat sich durch die Berücksichtigung der Besteuerung geändert. Jetzt ist Investition B gegenüber der Unterlassungsalternative und Investition A vorteilhaft.

(72) **Lösung Aufgabe 79** Standardmodell III

a) *Kapitalwert vor Steuern* ( $i = 5\%$ )

Vorgegeben ist ein vollkommener Kapitalmarkt. Konsumprämissen und die Finanzierung des Projekts mit Eigen- oder Fremdmitteln haben in diesem Fall keine Auswirkungen auf die Vorteilhaftigkeit der Alternativen. Bei einem Kapitalmarktzins von  $i = 5\%$  beträgt der Kapitalwert vor Steuern:

$$C_0 = -625 - \frac{20}{1,05} + \frac{110}{1,05^2} + \frac{145}{1,05^3} + \frac{260}{1,05^4} + \frac{300}{1,05^5} = 29,94$$

Da der relative Vermögensvorteil bei Durchführung des Projekts positiv ist, sollte das Projekt durchgeführt werden.

- b)
- Kapitalwert vor Steuern*
- (
- $i = 7\%$
- )

Der Kapitalwert beträgt jetzt:

$$C_0 = -625 - \frac{20}{1,07} + \frac{110}{1,07^2} + \frac{145}{1,07^3} + \frac{260}{1,07^4} + \frac{300}{1,07^5} = -17$$

Bei Durchführung des Projekts resultiert eine relativer Vermögensnachteil zur Unterlassungsalternative. Das Projekt sollte nicht durchgeführt werden.

- c)
- Kalkulationszinssatz*

Der Kalkulationszinssatz bestimmt sich durch die Opportunitätskosten alternativer Anlagemöglichkeiten. Dabei ist auf die Risikoäquivalenz der Alternative zu achten. Bei der hier unterstellten Parametersituation wird von sicheren künftigen Ein- und Auszahlungen ausgegangen. Korrespondierend ergibt sich der Kalkulationszinsfuß aus einer sicheren (festverzinslichen) Anlagealternative.

- d)
- Kapitalwert einer Anleihe zum risikolosen Marktzins*

Der Kapitalwert beträgt unabhängig von der Laufzeit null. Formal ergibt sich der Kapitalwert der Kapitalmarktanlage als

$$C_0 = -I_0 + \sum_{t=1}^n \frac{Z_t}{(1+i)^t} \quad (32)$$

und damit aus der Relation von Zähler und Nenner. Sofern der Zähler und der Nenner dieselbe Alternative repräsentieren, muss der Kapitalwert null ergeben, da aus dem Vergleich mit sich selbst kein relativer Vor- oder Nachteil entstehen kann. Formal ergibt die Zahlungsreihe einer festverzinslichen Anlage unter Berücksichtigung der Auszahlung in  $t=0$  und der Rückzahlung des Kapitals in  $t=n$ :

$$\begin{aligned} C_0 &= -I_0 + \sum_{t=1}^n \frac{Z_t}{(1+i)^t} = 0 \\ 0 &= -I_0 + \frac{i \times I_0}{(1+i)} + \frac{i \times I_0}{(1+i)^2} + \frac{i \times I_0}{(1+i)^3} + \dots + \frac{i \times I_0}{(1+i)^n} + \frac{I_0}{(1+i)} \\ &= -I_0 + i \times I_0 \times \left( \frac{1}{(1+i)} + \frac{1}{(1+i)^2} + \frac{1}{(1+i)^3} + \dots + \frac{1}{(1+i)^n} \right) + \frac{I_0}{(1+i)^n} \\ &= -I_0 + i \times I_0 \times \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} + (1+i)^{-n} \\ &= 0 \end{aligned}$$

Dass der Kapitalwert einer festverzinslichen Anlage zum risikolosen Marktzins null beträgt, ist notwendige Bedingung der Arbitragefreiheit der Kapitalmärkte bei Existenz eines einheitlichen risikolosen Zinssatzes.

- e) 1.
- Nur die Alternativanlage wird besteuert*

Der Kapitalwert wird positiv aufgrund der relativen Schlechterstellung der Alternativanlage nach Steuern (Nenner) im Vergleich zur



Kapitalmarktanleihe aus Sicht des Käufers (Zähler). Betrachtet man (32), dann wird der Nenner bei Erhebung einer Steuer kleiner, da der Zinssatz nach Steuern kleiner ist als der Zinssatz vor Steuern. Wenn der Nenner sinkt, steigt der Kapitalwert c. p.

2. *Nur die Kapitalmarktanleihe wird besteuert*

Der Kapitalwert wird negativ aufgrund der relativen Schlechterstellung der Kapitalmarktanlage nach Steuern im Vergleich zur Alternativanlage. Der Zähler sinkt bei konstant bleibendem Nenner, der Kapitalwert sinkt. Der Beweis aus Aufgabenteil d) gilt analog.

3. *Besteuerung in gleicher Höhe*

Der Kapitalwert bleibt unverändert, da Steuern sowohl auf Kapitalmarktanlage als auch auf Alternativanlage gleich wirken.

4. *Ungleiche Besteuerung*

Je nachdem, welche Anlage höher besteuert wird, kann der Kapitalwert sowohl steigen als auch fallen. Wird die Kapitalmarktanleihe (Zähler) mit einem höheren Steuersatz besteuert als die Kapitalmarktanlage (Nenner), ist der Kapitalwert der Kapitalmarktanleihe negativ. Werden hingegen die Erträge aus der Kapitalmarktanlage (Nenner) mit einem höheren Satz besteuert als die Kapitalmarktanleihe (Zähler), ist der Kapitalwert der Kapitalmarktanleihe positiv.

(73) **Lösung Aufgabe 80** *Steuerwirkung und deren Ursachen*

- *Aufgabenteil 1*

- a) *Kapitalwert vor Steuern*

Der Kapitalwert vor Steuern beträgt bei einem Kapitalmarktzins vor Steuern von  $i = 10\%$

$$C_0 = -90\,000 + \frac{33\,000}{1,1} + \frac{36\,300}{1,1^2} + \frac{39\,930}{1,1^3} = 0$$

Der Investor ist indifferent zwischen Anschaffung der Produktionsanlage und der festverzinslichen Alternativanlage.

- b) 1. *Kapitalwert nach Steuern bei leistungsbezogener Abschreibung*

Die Abschreibungsbeträge ermitteln sich in Abhängigkeit der Stundenleistung der Periode zur Gesamtleistung:

$t$	1	2	3
Stunden	6 500	2 000	1 500
Gesamt	10 000		
Anteil	65%	20%	15%
AfA <sub>t</sub>	58 500	18 000	13 500

Im Einzelnen ermitteln sich die Abschreibungsbeträge wie folgt:

$$AfA_1 = 0,65 \times 90\,000 = 58\,500$$

$$AfA_2 = 0,20 \times 90\,000 = 18\,000$$

$$AfA_3 = 0,15 \times 90\,000 = 13\,500$$

Aufgrund des vollkommenen Kapitalmarkts ist keine Kenntnis der Konsumprämissen erforderlich. Geldanlage und -aufnahme beeinflussen die Vorteilhaftigkeit nicht. Insofern genügt ein unvollständiger Finanzplan zur Ermittlung der Zahlungsüberschüsse nach Steuern:

$t$	0	1	2	3
$Z_t$	-90 000	33 000	36 300	39 930
$AfA_t$		(-58 500)	(-18 000)	(-13 500)
$BMG_t$		(-25 500)	(18 300)	(26 430)
$S_t$		10 710	-7 686	-11 100,60
$Z_{s,t}$		43 710	28 614	28 829,40

Der Kalkulationszinsfuß nach Steuern beträgt:

$$i_s = 0,1 \times (1 - 0,25) = 0,075$$

Der Kapitalwert nach Steuern beträgt dann:

$$C_{0,s} = -90\,000 + \frac{43\,710}{1,075} + \frac{28\,614}{1,075^2} + \frac{28\,829,40}{1,075^3} = -1\,372,38$$

Im Vergleich zum Fall ohne Steuern lohnt sich die Anschaffung der Produktionsanlage jetzt nicht mehr.

## 2. Kapitalwert nach Steuern bei linearer AfA

Im Vergleich zur leistungsbezogenen Abschreibung erfolgt die Abschreibung jetzt in späteren Jahren. Die Summe der Abschreibungsbeträge entspricht nach wie vor den Anschaffungskosten. Aufgrund des Verschiebens der Abschreibung in die Zukunft erfolgen auch die auf die Abschreibung bezogenen Steuerersparnisse erst später. Dadurch sinkt der Barwert der Steuererstattungen und damit der Kapitalwert:

$t$	0	1	2	3
$Z_t$	-90 000	33 000	36 300	39 930
$AfA_t$		(-30 000)	(-30 000)	(-30 000)
$BMG_t$		(3 000)	(6 300)	(9 930)
$S_t$		-1 260	-2 646	-4 170,60
$Z_{s,t}$		31 740	33 654	35 759,40



Der Kapitalwert nach Steuern beträgt jetzt:

$$C_{0,s} = -90\,000 + \frac{31\,740}{1,075} + \frac{33\,654}{1,075^2} + \frac{35\,759,40}{1,075^3} = -2\,567,61$$

c) *Art der Wirkung der Ertragsteuern*

Steuerwirkungen werden in

- Zeiteffekte
- Tarifeffekte und
- Bemessungsgrundlageneffekte

separiert.

*Zeiteffekte* treten nur bei Entscheidungsalternativen mit mehr als einperiodiger Wirkungsdauer auf. Alternativen, die über die gesamte Wirkungsdauer betrachtet insgesamt die gleiche Höhe der steuerlichen Bemessungsgrundlagen aufweisen und jeweils auch denselben Steuersätzen unterliegen, sind nach Steuern unterschiedlich vorteilhaft, wenn die zeitliche Verteilung der Bemessungsgrundlagen bis zum Wirkungshorizont Unterschiede aufweist.

Als *Tarifeffekt* werden Effekte bezeichnet, die sich durch unterschiedliche Steuersätze auf Durchführungsalternative und Unterlassungsalternative ergeben.

*Bemessungsgrundlageneffekte* treten dann auf, wenn Teile – wie etwa Veräußerungsgewinne – gar nicht der Besteuerung unterworfen werden.

Im Vergleich zum Fall vor Steuern treten hier Zeiteffekt und Tarifeffekte auf. Zeiteffekte deshalb, weil die Anschaffungskosten erst im Zeitablauf über die Nutzungsdauer steuerwirksam werden, d. h. es findet keine Reduktion der Bemessungsgrundlage im Zeitpunkt der Auszahlung statt.

Tarifeffekte treten auf, da der Gewinn aus der Durchführungsalternative mit einem anderen Steuersatz (42%) besteuert wird als die Erträge aus der Alternativanlage (25%).

Im Vergleich zur leistungsbezogenen Abschreibung treten vor allem Zeiteffekt auf, da die lineare Abschreibung vergleichsweise später anfällt.

• *Aufgabenteil 2*

a) *Kapitalwert vor Steuern (i = 10%)*

Der Kapitalwert vor Steuern beträgt:

$$C_0 = -200\,000 + 20\,000 \times \frac{1,1^{10} - 1}{0,1 \times 1,1^{10}} + \frac{200\,000}{1,1^{10}} = 0$$

b) *Kapitalwert nach Steuern*

Zunächst sind die Zahlungsüberschüsse nach Steuern zu bestimmen. Die Abschreibung in  $t = 1$  beträgt 120 000 EUR. Die daraus resultierende Steuererstattung beträgt:

$$S_1 = -(20\,000 - 120\,000) \times 0,42 = 42\,000$$



Die Steuerzahlungen auf Basis der Mieteinzahlungen betragen in den Perioden  $t = 1, \dots, 10$  jeweils

$$S_t = S = -20\,000 \times 0,42 = -8\,400$$

Der Veräußerungsgewinn in  $t = 10$  ergibt sich aus der Differenz des Verkaufspreises und dem Buchwert des Grund und Bodens:

$$V\ddot{A}G = 200\,000 - 80\,000 = 120\,000$$

1. *Der Veräußerungsgewinn wird versteuert*

Der Kapitalwert setzt sich zusammen aus den diskontierten Zahlungsüberschüssen vor Steuern (Miete zzgl. Veräußerungserlös), dem Barwert der Steuererstattung aus  $t = 1$  und dem Barwert der Steuerzahlungen aus  $t = 2, \dots, 10$ . Wenn die Steuerzahlungen in den Perioden  $t = 2, \dots, 10$  mit dem nachschüssigen Rentenbarwertfaktor bestimmt werden (was den Barwert in  $t = 1$  ergibt), muss anschließend nochmals eine Periode abgezinst werden, damit man den Barwert in  $t = 0$  erhält. Formal erhält man:

$$\begin{aligned} C_{0,S} &= -200\,000 + 20\,000 \times \frac{1,075^{10} - 1}{0,075 \times 1,075^{10}} + \frac{200\,000 - 0,42 \times 120\,000}{1,075^{10}} \\ &+ \frac{42\,000}{1,075} - 8\,400 \times \frac{1,075^9 - 1}{0,075 \times 1,075^9} \times 1,075^{-1} = -907,92. \end{aligned}$$

Der zugehörige Finanzplan ist nachstehend dargestellt (Werte in TEUR):

$t$	0	1	2	...	9	10
$Z_t$	-200	20	20		20	220
$AfA_t$		(-120)		...		(-80)
$BMG_t$		(-100)	(20)	...	(20)	(140)
$S_t$	0	42	-8,4	...	-8,4	-58,8
$Z_{s,t}$	-200	62	11,6	...	11,6	161,2

2. *Der Veräußerungsgewinn bleibt steuerfrei*

Der einzige Unterschied zu 1. besteht in der Besteuerung des Veräußerungsgewinns in  $T = 10$ , der 120 000 EUR beträgt, da der Buchwert des Gebäudes null beträgt. Insofern ist dem Kapitalwert aus 1. die diskontierte Steuerersparnis hinzuzurechnen:

$$C_{0,S} = -907,92 + \frac{0,42 \times 120\,000}{1,075^{10}} = 23\,545,85.$$

c) *Art der Steuerwirkung*

Es handelt sich um einen *Bemessungsgrundlageneffekt*, da bei Steuerfreiheit des Veräußerungsgewinns ein Teil des Ertrags nicht in die steuerliche Bemessungsgrundlage einfließt.



## (74) Lösung Aufgabe 81 Finanzplansudoku (leicht)

## 1. Ermittlung der Abschreibung

Da die Anschaffungsauszahlung, die Form der planmäßigen Abschreibung sowie die betriebsgewöhnliche Nutzungsdauer gegeben ist, lässt sich die periodenkonstante Abschreibung ermitteln:

$$AfA = \frac{A_0}{n} = \frac{1000}{4} = 250$$

2. Ermittlung der Zahlungsüberschüsse in  $t = 2$  ( $Z_2$ )

$$Z_2 = G_2 + AfA_2 = 50 + 250 = 300$$

3. Ermittlung von  $Z_3$ 

$$Z_3 = G_3 + AfA_3 = 100 + 250 = 350$$

4. Ermittlung des Gewinns in  $t = 4$  ( $G_4$ )

$$G_4 = Z_4 - AfA_4 = 500 - 250 = 250$$

5. Ermittlung von  $G_1$ 

$$G_1 = Z_1 - AfA_1 = 200 - 250 = -50$$

6. Ermittlung der Steuer in den jeweiligen Perioden ( $S_t$ ) durch

$$S_t = -s \times G_t$$

$$S_1 = -0,4 \times -50 = 20$$

$$S_2 = -0,4 \times 50 = -20$$

$$S_3 = -0,4 \times 100 = -40$$

$$S_4 = -0,4 \times 250 = -100$$

## 7. Zahlungsüberschüsse nach Steuern

Die Zahlungsüberschüsse nach Steuern in den jeweiligen Perioden ( $Z_{s,t}$ ) ergeben sich durch

$$Z_{s,t} = Z_t - S_t$$

$$Z_{s,1} = 200 + 20 = 220$$

$$Z_{s,2} = 300 - 20 = 280$$

$$Z_{s,3} = 350 - 40 = 310$$

$$Z_{s,4} = 500 - 100 = 400$$



• Zusammenfassung der Ergebnisse

$t$	0	1	2	3	4	Summe
$Z_t$	-1 000	200	300	350	500	350
$AfA_t$		(-250)	(-250)	(-250)	(-250)	-1 000
$G_t$		(-50)	(50)	(100)	(250)	350
$S_t$		20	-20	-40	-100	-140
$Z_{s,t}$	-1 000	220	280	310	400	210

Die Summe der Zahlungsüberschüsse entspricht der Summe der Gewinne. Die Summe der Steuerzahlungen ergibt sich aus dem Produkt der Summe der Gewinne und dem Steuersatz ( $-0,4 \times 350 = -140$ ). Die Summe der Abschreibungsbeträge entspricht den Anschaffungskosten. Die Summe der Zahlungsüberschüsse nach Steuern ergibt sich aus der Summe der Zahlungsüberschüsse vor Steuern abzüglich der Summe der Steuerzahlungen. Der Kapitalwert vor Steuern wird zur Ermittlung der fehlenden Werte nicht benötigt.

(74) Lösung Aufgabe 82 Finanzplansudoku (mittel)

1. Ermittlung der Steuerzahlung in  $t=1$  ( $S_1$ )

$$S_1 = -s \times G_1 = 0,4 \times 40 = -16$$

2. Ermittlung der Zahlungsüberschüsse vor Steuern in  $t=1$  ( $Z_1$ )

$$Z_1 = Z_{s,1} + S_1 = 324 + 16 = 340$$

3. Ermittlung der Abschreibung in  $t=1$  ( $AfA_1$ )

Da nutzungsabhängig abgeschrieben wird und über die Nutzungsintensität in den einzelnen Perioden keine Informationen vorliegen, ergeben sich die Abschreibungsbeträge jeweils als Restgröße. Für  $t=1$  gilt:

$$AfA_1 = Z_1 - G_1 = 340 - 40 = 300$$

4. Ermittlung der Zahlungsüberschüsse in  $t=3$  ( $Z_3$ )

$$Z_3 = G_3 + AfA_3 = 100 + 400 = 500$$

5. Ermittlung der Steuern in  $t=3$  ( $S_3$ )

$$S_3 = s \times G_3 = 0,4 \times 100 = 40$$

6. Ermittlung der Abschreibung in  $t=4$  ( $AfA_4$ )

$$AfA_4 = Z_4 - G_4 = 500 - 100 = 400$$

7. Ermittlung der Steuern in  $t=4$  ( $S_4$ )

$$S_4 = s \times G_4 = 0,4 \times 100 = 40$$

8. Ermittlung der Zahlungsüberschüsse nach Steuern in  $t=4$  ( $Z_{s,4}$ )

$$Z_{s,4} = Z_4 - S_4 = 400 - 40 = 460$$





9. Ermittlung der Steuerzahlung in  $t=2$  ( $S_2$ )

$$S_2 = S^{\text{gesamt}} - S_4 - S_3 - S_1 = 128 - 40 - 40 - 16 = 32$$

10. Ermittlung des Gewinns in  $t=2$  ( $G_2$ )

$$G_2 = \frac{S_2}{0,4} = \frac{32}{0,4} = 80$$

11. Ermittlung der Abschreibung in  $t=2$  ( $AfA_2$ )

$$AfA_2 = A_0 - AfA_4 - AfA_3 - AfA_1 = 1\,200 - 400 - 400 - 300 = 100$$

12. Ermittlung der Zahlungsüberschüsse vor Steuern in  $t=2$  ( $Z_2$ )

$$Z_2 = G_2 + AfA_2 = 80 + 100 = 180$$

13. Ermittlung der Zahlungsüberschüsse nach Steuern in  $t=2$

$$Z_{s,2} = Z_2 - S_2 = 180 - 32 = 148$$



• Zusammenfassung der Ergebnisse

$t$	0	1	2	3	4	Summe
$Z_t$	-1 200	340	180	500	500	320
$AfA_t$		(-300)	(-100)	(-400)	(-400)	1 200
$G_t$		(40)	(80)	(100)	(100)	320
$S_t$		-16	-32	-40	-40	-128
$Z_{s,t}$	-1 200	324	148	460	460	192

Die Summen der Zahlungsüberschüsse und der Gewinne entsprechen sich (320). Die Summe der Abschreibungsbeträge entspricht den Anschaffungskosten (1 000). Die Summe der Zahlungsüberschüsse nach Steuern entspricht der Summe der Zahlungsüberschüsse vor Steuern abzüglich der Summe der Steuerzahlungen (192). Der Kapitalwert vor Steuern wird zur Ermittlung der fehlenden Werte nicht benötigt.

(75) Lösung Aufgabe 83 Finanzplansudoku (schwer)

1. Ermittlung von  $A_0$  und der Summe der Abschreibungsbeträge

Da die digitale Abschreibung verwendet wird, ist zunächst die Summe der Jahresordnungszahlen zu bestimmen. Die Summe beträgt:  $S = \frac{4 \times (4+1)}{2} = 10$ . Die Abschreibungsbeträge ergeben sich demnach als

$$AfA_t = A_0 \times \frac{n-t+1}{S}$$

Demnach lassen sich die Anschaffungskosten bestimmen durch:

$$AfA_1 = A_0 \times \frac{n-1+1}{S}$$

$$2\,000 = A_0 \times \frac{4}{10}$$

$$A_0 = 5\,000$$

2. Ermittlung der fehlenden Abschreibungsbeträge

$$AfA_2 = 5\,000 \times \frac{3}{10} = 1\,500$$

$$AfA_3 = 5\,000 \times \frac{2}{10} = 1\,000$$

$$AfA_4 = 5\,000 \times \frac{1}{10} = 500$$

3. Ermittlung von  $Z_2$ ,  $G_3$  und  $Z_3$

$$Z_2 = G_2 + AfA_2 = -200 + 1\,500 = 1\,300$$

$$G_3 = \frac{S_2}{s} = \frac{200}{0,4} = 500$$

$$Z_3 = 500 + 1\,000 = 1\,500$$

4. Ermittlung der Summe der Gewinne/Zahlungsüberschüsse

$$\sum G_t = \frac{\sum S_t}{s} = \frac{280}{0,4} = 700$$

$$\sum Z_t = 700$$



5. Ermittlung von  $Z_1$  und  $Z_4$ 

$$C_0 = -546,62 = -5\,000 + \frac{Z_1}{1,1} + \frac{1\,300}{1,1^2} + \frac{1\,500}{1,1^3} + \frac{Z_4}{1,1^4} \quad (33)$$

$$\sum Z_t = 500 = -5\,000 + Z_1 + 1\,300 + 1\,500 + Z_4 \quad (34)$$

Auflösen von (34) nach  $Z_1$

$$Z_1 = 2\,900 - Z_4 \quad (35)$$

Einfügen von (35) in (33)

$$-546,62 = -5\,000 + \frac{2\,900 - Z_4}{1,1} + \frac{1\,300}{1,1^2} + \frac{1\,500}{1,1^3} + \frac{Z_4}{1,1^4} \quad (36)$$

(36) auflösen nach  $Z_4$  ergibt  $Z_4 = 1\,700$  und Einsetzen in (35) führt zu

$$Z_1 = 1\,200$$

- Zusammenfassung der Ergebnisse

$t$	0	1	2	3	4	Summe
$Z_t$	-5 000	1 200	1 300	1 500	1 700	700
$AfA_t$		(-2 000)	(-1 500)	(-1 000)	(-500)	5 000
$G_t$		(-800)	(-200)	(500)	(1 200)	700
$S_t$		320	80	-200	-480	-280
$Z_{s,t}$	-5 000	1 520	1 380	1 300	1 220	420

Die Summe der Zahlungsüberschüsse nach Steuern ergibt sich aus der Summe der Zahlungsüberschüsse vor Steuern abzüglich der Summe der Steuerzahlungen (420). Der Kapitalwert vor Steuern wird zur Ermittlung der fehlenden Werte bei diesem Rechenweg nicht benötigt.

- Alternativer Rechenweg

1. Ermittlung von  $Z_4$ ,  $G_4$  und  $S_4$ 

$$1\,220 = Z_4 - (Z_4 - 500) \times 0,4$$

$$Z_4 = 1\,700$$

$$G_4 = 1\,700 - 500 = 1\,200$$

$$S_4 = 1\,200 \times 0,4 = 480$$

2. Ermittlung von  $Z_{s,3}$ ,  $S_2$  und  $Z_{s,2}$ 

$$Z_{s,3} = 1\,500 - 200 = 1\,300$$

$$S_2 = -200 \times 0,4 = -80$$

$$Z_{s,2} = 1\,300 + 80 = 1\,380$$



3. Ermittlung von  $Z_1$ 

$$\begin{aligned}
 -546,62 &= -5\,000 + \frac{Z_1}{1,1} + \frac{1\,300}{1,1^2} + \frac{1\,500}{1,1^3} + \frac{1\,700}{1,1^4} \\
 -546,62 \times 1,1^4 &= -5\,000 \times 1,1^4 + Z_1 \times 1,1^3 + 1\,300 \times 1,1^2 + 1\,500 \times 1,1 + 1\,700 \\
 Z_1 &= \frac{-546,62 \times 1,1^4 + 5\,000 \times 1,1^4 - 1\,300 \times 1,1^2 - 1\,500 \times 1,1 - 1\,700}{1,1^3} \\
 Z_1 &= 1\,200
 \end{aligned}$$

4. Ermittlung von  $G_1, S_1$  und  $Z_{s,1}$ 

$$\begin{aligned}
 G_1 &= 1\,200 - 2\,000 = -800 \\
 S_1 &= -800 \times 0,4 = 320 \\
 Z_{s,1} &= 1\,200 + 320 = 1\,520
 \end{aligned}$$

5. Ermittlung von  $\sum Z_t, \sum AfA_t, \sum G_t, \sum S_t$  und  $\sum Z_{s,t}$ 

$$\begin{aligned}
 \sum Z_t &= -5\,000 + 1\,200 + 1\,300 + 1\,500 + 1\,700 = 700 \\
 \sum AfA_t &= 2\,000 + 1\,500 + 1\,000 + 500 = 5\,000 \\
 \sum G_t &= \sum Z_t = 700 \\
 \sum S_t &= -320 - 80 + 200 + 480 = 280 \\
 \sum Z_{s,t} &= \sum Z_t - \sum S_t = 700 - 280 = 420
 \end{aligned}$$

## (75) Lösung Aufgabe 84 Standardmodell mit Ertragsteuern und Konsumpläne

## a) Kapitalwert nach Steuern

Es handelt sich um einen vollkommenen Kapitalmarkt. Es werden identische Steuersätze auf die Erträge der Realinvestition und der Alternativenanlage erhoben. Aus diesem Grund haben unabhängig von der Besteuerung Geldanlage und -aufnahme keinen Einfluss auf die Vorteilhaftigkeit der Investition. Zur Extrahierung der Zahlungsüberschüsse genügt deshalb ein unvollständiger Finanzplan. Bei der sofortigen Entnahme aus der (Einzel)Unternehmung wird unterstellt, dass die Beträge sofort konsumiert werden.

$t$	0	1	2	3	4
$Z_t$	-120	20	35	50	65
$AfA_t$		(-30)	(-30)	(-30)	(-30)
$BMG_t$		(-10)	(5)	(20)	(35)
$S_t$		3,50	-1,75	-7	-12,25
$Z_{s,t}$	-120	23,50	33,25	43	52,75

Bei einem Kapitalmarktzins von  $i = 10\%$  und einem Grenzsteuersatz von  $s = 35\%$  resultiert ein Zinssatz nach Steuern von  $i_s = 6,5\%$ . Der Kapitalwert vor Steuern beträgt:

$$C_0 = -120 + \frac{20}{1,1} + \frac{35}{1,1^2} + \frac{50}{1,1^3} + \frac{65}{1,1^4} = 9,07$$

Der Kapitalwert nach Steuern ergibt:

$$C_{0,s} = -120 + \frac{23,5}{1,065} + \frac{33,25}{1,065^2} + \frac{43}{1,065^3} + \frac{52,75}{1,065^4} = 7,98$$

Der Kapitalwert sinkt durch die Berücksichtigung der Besteuerung, aber die Besteuerung führt zu keiner Entscheidungsverzerrung, da der Kapitalwert vor und nach Steuern positiv ist und in beiden Fällen eine Durchführung der Investition empfohlen wird.

b) *Kapitalwert nach Steuern bei Entnahme in  $t = 4$*

Werden ausschließlich am Ende des Planungshorizonts Entnahmen getätigt, werden die freien Mittel in jeder Periode verzinslich am Kapitalmarkt angelegt. Nachstehender Finanzplan zeigt die Entwicklung des Vermögens unter dieser Prämisse:

$t$	0	1	2	3	4
$Z_t$	-120	20	35	50	65
$AfA_t$		(-30)	(-30)	(-30)	(-30)
$KMA_t$		[23,50]	[58,28]	[105,07]	[0,00]
$i \times KMA_{t-1}$		0	2,35	5,83	10,51
$BMG_t$		(-10)	(7,35)	(25,83)	(45,51)
$S_t$		3,50	-2,57	-9,04	-15,93
$Z_{s,t}$	-120	23,50	34,78	46,79	59,58
$Ent_t$		0	0	0	-164,64

Der Kapitalwert nach Steuern ergibt dann

$$C_{0,s} = -120 + \frac{164,64}{1,065^4} = 7,98$$

und ist identisch zum Fall, dass alle freien Mittel sofort konsumiert werden.

c) *Sofortiger Vollständiger Verlustausgleich*

Im vorliegenden Beispiel wird unterstellt, dass für den Verlust in  $t = 0$  vom Fiskus sofort eine Steuererstattung erfolgt. Dies wird als sofortiger vollständiger Verlustausgleich bezeichnet. Hingegen müssen in realen Steuersystem Verluste i. d. R. mit künftigen Gewinnen verrechnet werden, es sei denn, es existieren im selben Jahr noch Erträge aus anderen Investitionen, durch die die Verluste ausgeglichen werden können. Im vorliegenden Fall wird durch den sofortigen vollständigen Verlustausgleich unterstellt, dass die betrachtete Investition nicht die einzige Investition des Investors ist, sondern es sich um eine Grenzinvestition – also eine zusätzliche Investition zu bereits vorhandenen Investitionen – handelt. Es liegen ausreichend



Erträge anderer Investitionen vor, um den aus der vorliegenden Investition resultierenden Verlust in  $t=1$  zu kompensieren.

(76) **Lösung Aufgabe 85** *Investitionsentscheidung*

a) *Kapitalwert vor Steuern*

Bei einem Kapitalmarktzins vor Steuern von  $i=10\%$  ergibt sich ein Kapitalwert von:

$$C_0 = -1\,800 + \frac{895}{1,1} + \frac{650}{1,1^2} + \frac{600}{1,1^3} = 1,62$$

b) *Interpretation*

Wird die Investition durchgeführt, steht dem Investor zum Zeitpunkt der Entscheidung im Vergleich zur Investition in die alternative (festverzinsliche) Finanzanlage ein Betrag von 1,62 mehr zur Verfügung. Die Durchführung der Investition ist vorteilhaft. Die Prämisse der Interpretation ist ein vollkommener Kapitalmarkt. Welcher Betrag in  $t=0$  insgesamt zum Konsum zur Verfügung steht kann nicht beurteilt werden, da sich aus der Aufgabenstellung nicht ergibt, ob die Anschaffungsauszahlung mit eigenen oder fremden Mitteln erfolgt.

c) *Grenzpreis der Investition*

Der maximale Preis (= Grenzpreis), den ein Investor bezahlen würde, wäre der Preis, bei dem er gerade indifferent wäre zwischen Durchführung und Unterlassung. Der Grenzpreis vor Steuern entspricht dem Ertragswert der Zahlungsreihe. In diesem Fall beträgt der Ertragswert in  $t=0$ :

$$EW_0 = A_0 + C_0 = 1\,800 + 1,62 = 1\,801,62$$

d) *Kapitalwert nach Steuern*

Da es sich um einen vollkommenen Kapitalmarkt handelt, ist zur Ermittlung des Kapitalwerts ein vollständiger Finanzplan nicht erforderlich, da Konsumprämissen nicht vorgegeben sind und sie das Ergebnis auch nicht beeinflussen:

$t$	0	1	2	3
$Z_t$	-1 800	895	650	600
$AfA_t$		(-600)	(-600)	(-600)
$BMG_t$		(295)	(50)	(0)
$S_t$		-103,25	-17,50	0
$Z_{s,t}$	-1 800	791,75	632,50	600

Der Zinssatz nach Steuern beträgt  $i_s = 0,1 \times (1 - 0,35) = 0,065$ . Der Kapitalwert nach Steuern beträgt dann

$$C_{0,s} = -1\,800 + \frac{791,75}{1,065} + \frac{632,50}{1,065^2} + \frac{600}{1,065^3} = -2,21$$



und empfiehlt die Durchführung der Unterlassungsalternative. In diesem Fall resultiert durch die Besteuerung eine Entscheidungswirkung, da im Fall ohne Steuern die Durchführungsalternative vorteilhaft ist während im Fall mit Steuern die Unterlassungsalternative gewählt werden sollte.

(76) **Lösung Aufgabe 86** Kapitalwert nach Steuern

a) *Kapitalwert vor Steuern*

Bei vollkommenem Kapitalmarkt und einem Kapitalmarktzins von  $i = 10\%$  beträgt der Kapitalwert vor Steuern:

$$C_0 = -120 + \frac{50}{1,1} + \frac{60}{1,1^2} + \frac{70}{1,1^3} = 27,63$$

b) *Ermittlung des Kapitalwerts nach Steuern bei Entnahme der Nettozahlungsüberschüsse am Ende jeder Periode.*

$t$	0	1	2	3
$Z_t$	-120	50	60	70
$AfA_t$		(-40)	(-40)	(-40)
$BMG_t$		(10)	(20)	(30)
$S_t$		-5	-10	-15
$Z_{s,t}$	-120	45	50	55

Bei einem Kapitalmarktzins nach Steuern von  $i_s = 0,1 \times (1 - 0,5) = 0,05$  ergibt sich ein Kapitalwert nach Steuern von

$$C_{0,s} = -120 + \frac{45}{1,05} + \frac{50}{1,05^2} + \frac{55}{1,05^3} = 15,72$$

c) *Ermittlung des Kapitalwerts nach Steuern unter der Prämisse, dass bis zum Ende des Planungshorizonts keine Entnahmen getätigt werden.*

$t$	0	1	2	3
$Z_t$	-120	50	60	70
$AfA_t$		(-40)	(-40)	(-40)
$KMA_t$		[45]	[97,25]	[0]
$i \times KMA_{t-1}$			4,50	9,73
$BMG_t$		(10)	(24,50)	(39,73)
$S_t$		-5	-12,25	-19,86
$Z_{s,t}$	-120	45	52,25	59,86
$Ent_t$		0	0	157,11

Der Kapitalwert nach Steuern verändert sich durch die veränderte Konsumprämisse nicht und beträgt weiterhin

$$C_{0,s} = -120 + \frac{157,11}{1,05^3} = 15,72$$



## d) Rechtsform

Es wird implizit von einer Personenunternehmung ausgegangen, konkret von einer Einzelunternehmung, da ein einstufiges Besteuerungssystem unterstellt wird. Im Fall einer Kapitalgesellschaft müsste ein zweistufiges Besteuerungssystem abgebildet werden und die Prämissen der Finanzierung (Innenfinanzierung oder Beteiligungsfinanzierung) konkretisiert werden, da die Ausschüttungssperrvorschriften des HGB berücksichtigt werden müssten.

## e) Buchungssätze und Erstellung der Gewinn- und Verlustrechnung

Umsatzerlöse

Bank	70 EUR	[B-33]
an Umsatzerlöse		70 EUR

Abschreibungen

Abschreibungen	40 EUR	[B-34]
an Anlagevermögen		40 EUR

Zinserträge

Bank	9,73 EUR	[B-35]
an Zinserträge		9,73 EUR

Privatentnahme der Steuerzahlung

Privat	19,86 EUR	[B-36]
an Bank		19,86 EUR

Die Gewinn- und Verlustrechnung ergibt in  $t = 3$ :

Soll	GuV in $t = 3$	Haben
Abschreibungen	40,00	Umsatzerlöse
Gewinn	39,73	Zinserträge
Summe	79,73	Summe
		79,73

## (77) Lösung Aufgabe 87 Investitionsrechnung mit Steuern

## a) Kapitalwert nach Steuern bei linearer AfA

Der Kapitalwert vor Steuern beträgt:

$$C_0 = -2.400 + \frac{650}{1,1} + \frac{600}{1,1^2} + \frac{550}{1,1^3} + \frac{500}{1,1^4} + \frac{450}{1,1^5} + \frac{450}{1,1^6} = -25,07$$

Die Zahlungsüberschüsse nach Steuern ergeben:





$t$	0	1	2	3	4	5	6	$\Sigma$
$Z_t$	-2 400	650	600	550	500	450	450	800
$AfA_t$		(-400)	(-400)	(-400)	(-400)	(-400)	(-400)	-2 400
$BMG_t$	(0)	(250)	(200)	(150)	(100)	(50)	(50)	800
$S_t$		-100	-80	-60	-40	-20	-20	-320
$Z_{s,t}$	-2 400	550	520	490	460	430	430	480

Es wird deutlich, dass die Summe der Zahlungsüberschüsse (800 EUR) der Summe der Gewinne entspricht (800 EUR). Das Kongruenzprinzip ist damit erfüllt. Der Kapitalmarktzins nach Steuern beträgt:

$$i_s = 0,1 \times (1 - s) = 0,1 \times (1 - 0,4) = 0,06$$

$$q_s = 1 + i_s = 1 + 0,06 = 1,06$$

Der Kapitalwert nach Steuern beträgt dann:

$$C_{0,s} = -2\,400 + \frac{550}{1,06} + \frac{520}{1,06^2} + \frac{490}{1,06^3} + \frac{460}{1,06^4} + \frac{430}{1,06^5} + \frac{430}{1,06^6} = -18,10$$

b) *Kapitalwert nach Steuern bei leistungsabhängiger AfA*

Die Gesamtleistung an gefahrenen Kilometern beträgt 120 000 km. Die Abschreibung pro Periode ergibt sich als:

$$AfA_t = I_0 \times \frac{\text{Kilometerleistung in } t}{\text{Gesamtleistung an Kilometern}}$$

Exemplarisch ermittelt sich die Abschreibung in  $t = 1$  als

$$AfA_1 = 2\,400 \times \frac{10\,000}{120\,000} = 200 \text{ EUR.}$$

Die Zahlungsüberschüsse nach Steuern ergeben demnach:

$t$	0	1	2	3	4	5	6	$\Sigma$
$Z_t$	-2 400	650	600	550	500	450	450	800
$AfA_t$		(-200)	(-600)	(-800)	(-400)	(-300)	(-100)	-2 400
$BMG_t$	(0)	(450)	(0)	(-250)	(100)	(150)	(350)	800
$S_t$		-180	0	100	-40	-60	-140	-320
$Z_{s,t}$	-2 400	470	600	650	460	390	310	480

Der Kapitalwert nach Steuern beträgt jetzt

$$C_{0,s} = -2\,400 + \frac{470}{1,06} + \frac{600}{1,06^2} + \frac{650}{1,06^3} + \frac{460}{1,06^4} + \frac{390}{1,06^5} + \frac{310}{1,06^6} = -2,52.$$

Im Vergleich zur linearen Abschreibung ist der Kapitalwert zwar immer noch negativ, aber er ist gestiegen. Das liegt an der vergleichsweise früher anfallenden Abschreibung bei der leistungsabhängigen Abschreibung und der damit einhergehenden früher anfallenden Steuererstattung.

c) *Kapitalwert nach Steuern bei geometrisch-degressiver AfA* ( $g = 30\%$ )

Die jährliche Abschreibung bei der geometrisch degressiven Abschreibung beträgt formal:

$$AfA_t = RBW_{t-1} \times g$$



## 1) Ohne Übergang zur linearen AfA

Ohne Übergang zur linearen AfA erfolgt im letzten Jahr der Nutzung eine Abschreibung des Restbuchwerts auf null.

$t$	0	1	2	3	4	5	6	$\Sigma$
$Z_t$	-2.400	650	600	550	500	450	450	800
$RBW_t$	[2.400]	[1.680]	[1.176]	[823,20]	[576,24]	[403,37]	[0]	
$AfA_t$		(-720)	(-504)	(-352,80)	(-246,96)	(-172,87)	(-403,37)	-2.400
$BMG_t$		(-70)	(96)	(197,20)	(253,04)	(277,13)	(46,63)	800
$S_t$		28	-38,40	-78,88	-101,22	-110,85	-18,65	-320
$Z_{s,t}$	-2.400	678	561,60	471,12	398,78	339,15	431,35	480

Der Kapitalwert ist aufgrund der stark vorverlagerten Abschreibung im Vergleich zur linearen Abschreibung in Verbindung mit einem sofortigen vollständigen Verlustausgleich positiv:

$$C_{0,s} = -2.400 + \frac{678}{1,06} + \frac{561,60}{1,06^2} + \frac{471,12}{1,06^3} + \frac{398,78}{1,06^4} + \frac{339,15}{1,06^5} + \frac{430,15}{1,06^6} = 7,55$$

Abschreibungen im Zeitablauf stellen einen Zeit- bzw. Zinseffekt dar. Das Beispiel zeigt, dass die Vorteilhaftigkeit einer Investition von der Art der Abschreibung abhängen kann. Insofern verursacht die Besteuerung eine Entscheidungswirkung.

## 2) Mit Übergang zur linearen AfA

Der Wechsel zur linearen Abschreibung erfolgt idealerweise in dem Zeitpunkt, ab dem die lineare Abschreibung die degressive Abschreibung übersteigt. Es muss gelten:

$$t^* \geq \left( n - \frac{1}{g} \right) + 1$$

Demnach erfolgt der Übergang zur linearen Abschreibung in Periode

$$t^* = 6 - \frac{1}{0,3} + 1 = 3,67 \rightarrow 4.$$

$t$	0	1	2	3	4	5	6	$\Sigma$
$Z_t$	-2.400	650	600	550	500	450	450	800
$AfA_t$		(-720)	(-504)	(-352,80)	(-274,40)	(-274,40)	(-274,40)	-2.400
$BMG_t$	(0)	(-70)	(96)	(197,20)	(225,60)	(175,60)	(175,60)	800
$S_t$		28	-38,40	-78,88	-90,24	-70,24	-70,24	-320
$Z_{s,t}$	-2.400	678	561,60	471,12	409,76	379,76	379,76	480

Der Kapitalwert nach Steuern beträgt jetzt

$$C_{0,s} = -2.400 + \frac{678}{1,06} + \frac{561,60}{1,06^2} + \frac{471,12}{1,06^3} + \frac{409,76}{1,06^4} + \frac{379,76}{1,06^5} + \frac{379,76}{1,06^6} = 11,07.$$



d) *Kapitalwert nach Steuern bei digitaler AfA*

Die digitale Abschreibung stellt einen Sonderfall der arithmetisch degressiven Abschreibung dar. Die jährlichen Abschreibungsbeträge ergeben:

$$d = \frac{A_0}{\frac{n \times (n+1)}{2}} = \frac{2\,400}{\frac{6 \times (6+1)}{2}} = 114,29$$

$$AfA_1 = n \times d = 6 \times 114,29 = 685,74$$

$$AfA_t = AfA_1 - (t-1) \times d \quad \text{für } t = 2, \dots, n$$

t	0	1	2	3	4	5	6	Σ
Z <sub>t</sub>	-2 400	650	600	550	500	450	450	800
AfA <sub>t</sub>		(-685,74)	(-571,45)	(-457,16)	(-342,87)	(-228,58)	(-114,29)	-2 400,09
BMG <sub>t</sub>	(0)	(-35,74)	(28,55)	(92,84)	(157,13)	(221,42)	(335,71)	799,91*
S <sub>t</sub>		14,30	-11,42	-37,14	-62,85	-88,57	-134,28	-319,96*
Z <sub>s,t</sub>	-2 400	664,30	588,58	512,86	437,15	361,43	315,72	480,04*

\*Rundungsfehler

Der Kapitalwert nach Steuern beträgt jetzt

$$C_{0,s} = -2\,400 + \frac{664,30}{1,06} + \frac{588,58}{1,06^2} + \frac{512,86}{1,06^3} + \frac{437,15}{1,06^4} + \frac{361,43}{1,06^5} + \frac{315,72}{1,06^6} = 20,05$$

(77) **Lösung Aufgabe 88** *Mark Schagall*a) *Ermittlung der Vorteilhaftigkeit der Investitionsalternativen unter Vernachlässigung der Besteuerung*• *Endvermögen bei Investition in die Immobilie*

Da es sich um einen vollkommenen Kapitalmarkt handelt, hat das verwendete dynamische Entscheidungskriterium (mit den damit unterstellten Konsumprämissen) keinen Einfluss auf die Vorteilhaftigkeit der Durchführungsalternative. Im Folgenden erfolgt die Beurteilung anhand des Vermögensendwerts. Da das Startkapital vorhanden ist, beträgt das Endvermögen bei Investition in die Immobilie:

$$EV = 20\,000 \times \frac{1,04^5 - 1}{0,04} + 1,1 \times 500\,000 = 658\,326,45$$

• *Endvermögen bei Investition in die Beteiligung*

$$EV = 15\,000 \times \frac{1,04^5 - 1}{0,04} + 1,1 \times 500\,000 = 631\,244,84$$

• *Endvermögen der festverzinslichen Alternativanlage*

$$EV = 500\,000 \times 1,04^5 = 608\,326,45$$

• *Zusammenfassung*

Schagall wird in die Immobilie investieren, da diese einen positiven Endwert liefert und dieser höher ist als bei Investition in die Beteiligung.



	Endvermögen	Endwert
Immobilie	658 326,45	50 000
Beteiligung	631 244,84	22 918,39
Kapitalmarktanlage	608 326,45	0

- b) *Ermittlung der Vorteilhaftigkeit der Investitionsalternativen unter Berücksichtigung der Besteuerung*

Der Kapitalmarktzins nach Steuern beträgt  $i_s = 0,04 \times (1 - 0,25) = 3\%$ .

- *Endvermögen bei Investition in die Immobilie*

Da es sich bei der Immobilie um ein unbebautes Lagergrundstück handelt, fallen keine planmäßigen Abschreibungen an. Das Grundstück wird im Zeitpunkt der Veräußerung »abgeschrieben«. Das Endvermögen nach Steuern beträgt dann:

$$EV_s = 20\,000 \times (1 - 0,5) \times \frac{1,03^5 - 1}{0,03} + 1,1 \times 500\,000 - 0,5 \times (1,1 \times 500\,000 - 500\,000) = 578\,091,36$$

- *Endvermögen bei Investition in die Beteiligung*

Hier muss beachtet werden, dass die Dividenden – anders als die Mieterträge – nur mit 25% besteuert werden. Der Veräußerungsgewinn wird wieder mit 50% besteuert:

$$EV_s = 15\,000 \times (1 - 0,25) \times \frac{1,03^5 - 1}{0,03} + 500\,000 + 500\,000 \times 0,1 \times (1 - 0,5) = 584\,727,78$$

*Endvermögen der festverzinslichen Alternativanlage*

$$EV_s = 500\,000 \times 1,03^5 = 579\,637,04$$

- *Zusammenfassung*

Schagall wird in die Beteiligung investieren.

	Endvermögen	Endwert
Immobilie	578 091,36	-1 545,68
Beteiligung	584 727,78	5 090,74
Kapitalmarktanlage	579 637,04	0

- c) *Steuerfreiheit des Veräußerungsgewinns der Immobilie*

In diesem Fall erhöht sich das Endvermögen bei Investition in die Immobilie auf

$$EV_s = 20\,000 \times (1 - 0,5) \times \frac{1,03^5 - 1}{0,03} + 1,1 \times 500\,000 = 603\,091,36$$

Schagall wird in die Immobilie investieren. Der Endwert nach Steuern beträgt 23 454,32 EUR.



## (78) Lösung Aufgabe 89 Finanzierungsfälle

- a) Ermittlung der Zahlungsüberschüsse nach Steuern in
- $t=1$

Zur Finanzierung der Immobilie muss S ein Darlehen i. H. v. 300 000 EUR aufnehmen. Die Annuität des Darlehens beträgt pro Jahr:

$$ANN = 300\,000 \times \frac{0,1 \times 1,1^{20}}{1,1^{20} - 1} = 35\,237,89$$

Die Zinsen im ersten Jahr betragen ( $300\,000 \times 0,1 =$ ) 30 000 EUR. Der Tilgungsbetrag in  $t=1$  ergibt demnach 5 237,89 EUR. Die Nettozahlungen in  $t=1$  ergeben sich demnach als

	EUR
(1) Mieteinnahmen ( $12 \times 2\,700 =$ )	32 400
(2) ././ Zinsen	30 000
(3) ././ AfA ( $\frac{400\,000}{40} =$ )	10 000
(4) = »Gewinn«	-7 600
(5) Steuererstattung (50%)	3 800
(6) Annuität	35 237,89
Nettozahlung (1) + (5) - (6)	962,11

Der Bankberater hat recht. In  $t=1$  trägt sich die Immobilie selbst. S muss zur Finanzierung der Annuität kein weiteres Kapital zuschießen.

- b) Ermittlung der Nettozahlungen in
- $t=4$

Dazu muss zunächst der Zinsanteil der Annuität bestimmt werden. Der Restbuchwert des Darlehens in  $t=3$  beträgt:

$$\begin{aligned} FK_3 &= F_0 - TIL_1 \times \frac{(1 + \rho)^3 - 1}{\rho} \\ &= 300\,000 - 5\,237,89 \times \frac{1,1^3 - 1}{0,1} = 282\,662,59 \text{ EUR} \end{aligned}$$

Die Zinsen in  $t=4$  betragen demnach ( $282\,662,59 \times 0,1 =$ ) 28 266,26 EUR.

	EUR
(1) Mieteinnahmen ( $12 \times 2\,700 =$ )	32 400
(2) ././ Zinsen	28 266,26
(3) ././ AfA ( $\frac{400\,000}{40} =$ )	10 000
(4) = »Gewinn«	-5 866,26
(5) Steuererstattung (50%)	2 933,13
(6) Annuität	35 237,89
Nettozahlung (1) + (5) - (6)	95,24

Die Nettozahlung ist jetzt schon weit geringer als in  $t=1$ .



c) Ermittlung der Nettozahlungen in  $t = 16$ 

Dazu muss zunächst der Zinsanteil der Annuität bestimmt werden. Der Restbuchwert des Darlehens in  $t = 15$  beträgt:

$$FK_{15} = F_0 - TIL_{15} \times \frac{(1 + \rho)^{15} - 1}{\rho}$$

$$= 300\,000 - 5\,237,89 \times \frac{1,1^{15} - 1}{0,1} = 133\,579,32 \text{ EUR}$$

Die Zinsen in  $t = 16$  betragen demnach ( $133\,579,32 \times 0,1 =$ )  $13\,357,93 \text{ EUR}$ .

	EUR
(1) Mieteinnahmen ( $12 \times 2\,700 =$ )	32 400
(2) ./.. Zinsen	13 357,93
(3) ./.. AfA ( $\frac{400\,000}{40} =$ )	10 000
(4) = »Gewinn«	9 042,07
(5) Steuerzahlung (50%)	4 521,03
(6) Annuität	35 237,89
Nettozahlung (1) + (5) - (6)	-7 358,92

Die Immobilie trägt sich jetzt nicht mehr selbst. S müsste in  $t = 16$  Kapital i. H. v. 7 358,92 EUR von außen zuschießen, um den Kredit noch bedienen zu können. Dieser Effekt beruht hauptsächlich auf den Sollzinsen. Die Sollzinsen sind anfänglich noch so hoch, dass es zu einer hohen Steuererstattung kommt. Die sinkenden Sollzinsen im Zeitablauf führen dazu, dass sich die Steuererstattung zu einer Steuerzahlung umkehrt. Dadurch entsteht die »Finanzierungsfalle«. Das anfänglich »lukrative« Geschäft verwandelt sich im Zeitablauf in einen »Alptraum«. Selbst wenn die positiven Nettozahlungüberschüsse der ersten Jahre verzinslich angelegt werden, könnte sich S die Auszahlungen später nicht mehr leisten.

## d) Änderung der Parameter

Die Mietzahlungen müssten steigen oder der Steuersatz müsste sinken.

## (79) Lösung Aufgabe 90 Weinfall

## a) Ermittlung der Kapitalwerte vor Steuern

Bei einem Kapitalmarktzins von  $i = 8\%$  beträgt der Kapitalwert vor Steuern von Investition A:

$$C_0^A = -1\,200 + \frac{1940}{1,08^3} = 340,03$$

Der Kapitalwert vor Steuern für Investition B beträgt:

$$C_0^B = -1\,200 + \frac{600}{1,08} + \frac{600}{1,08^2} + \frac{600}{1,08^3} = 346,26$$

Investition B ist vorzuziehen, da die Steigerung des Konsumpotenzials höher ausfällt als bei Investition A und keine weiteren Mittel zur Verfügung stehen, um Investition A zusätzlich durchzuführen.





## b) Ermittlung der Kapitalwerte nach Steuern

• *Investition A*

Im Fall der Investition A wird der Wein im Umlaufvermögen aktiviert. Die Auszahlung führt erst im Zeitpunkt des Verkaufs des Weins, also in  $t=3$ , zu einem korrespondierenden Aufwand.

$t$	0	1	2	3
Auszahlung	-1 200			
Bestand Aktiva	[1 200]	[1 200]	[1 200]	[0]
Aufwand				(-1 200)
Ertrag/Einzahlung				+1 940
Gewinn	(0)	(0)	(0)	(740)
Steuern				-370
Nettozahlung	-1 200	0	0	1 570

Der Zinssatz nach Steuern beträgt  $i_s = 0,08 \times (1 - 0,5) = 0,04$ . Der Kapitalwert nach Steuern von Investition A beträgt demnach:

$$C_{0,s}^A = -1\,200 + \frac{1\,570}{1,04^3} = 195,72$$

• *Investition B*

Auch die Kohle stellt Umlaufvermögen dar. Die Umsätze aus dem Verkauf der Kohle sind gleichverteilt. Der korrespondierende Aufwand beträgt deshalb jeweils  $\frac{1}{3}$  der Anschaffungskosten, mithin 400 EUR pro Periode. Die Zahlungsüberschüsse nach Steuern (Nettozahlungsüberschüsse) ergeben:

$t$	0	1	2	3
Auszahlung	-1 200			
Bestand Aktiva	[1 200]	[800]	[400]	[0]
Aufwand		(-400)	(-400)	(-400)
Ertrag/Einzahlung		600	600	600
Gewinn	(0)	(200)	(200)	(200)
Steuern		-100	-100	-100
Nettozahlungen	-1 200	500	500	500

Der Kapitalwert nach Steuern beträgt:

$$C_{0,s}^B = -1\,200 + \frac{500}{1,04} + \frac{500}{1,04^2} + \frac{500}{1,04^3} = 187,55$$

Investition A ist jetzt vorzuziehen, da das Konsumpotenzial stärker steigt als bei Investition B.

c) *Positiver Kapitalwert*

Ein positiver Kapitalwert sagt aus, dass im Entscheidungszeitpunkt ( $t=0$ ) dieser Betrag mehr an Konsumpotenzial zur Verfügung steht als bei der Unterlassungsalternative (Finanzanlage). Im vollkommenen und unbeschränkten Kapitalmarkt könnte bei vollständiger Fremdfinanzierung



der Investition der Kapitalwert als (Konsum)Kredit aufgenommen werden und gerade über die Rückflüsse der Investition wieder getilgt werden. Im Fall, dass das Startkapital vorhanden ist, könnte ein Kredit in Höhe der Anschaffungsauszahlung zzgl. Kapitalwert aufgenommen werden.

d) *Berechnung des Kapitalwerts*

Der Kapitalwert orientiert sich an Zielgrößen. Eine Zielgröße stellt im Rahmen der Investitionsrechnung eine Größe dar, nach der Investoren streben. In der neoklassischen Investitionstheorie wird davon ausgegangen, dass Investoren versuchen, ihren Konsumnutzen zu maximieren. Zahlungen können dabei – z. B. durch Kauf von Nahrungsmitteln, Klamotten, Mietzahlungen etc. – in Konsumnutzen transformiert werden. Folglich stellen Zahlungen Zielgrößen dar. Gewinne stellen keine Zielgröße dar, da sie i. d. R. nicht zahlungsgleich sind. Gewinne können nicht konsumiert werden.

(79) **Lösung Aufgabe 91** *Standardmodell mit Ertragsteuern*

Das Endvermögen nach Steuern ergibt sich im vorliegenden Fall aus den aufgezinnten Steuererstattungen:

$$EV_s = s_1 \times AfA_1 \times (1 + i \times (1 - s_2)) + s_2 \times AfA_2$$

• *Variante 1*

Das Endvermögen nach Steuern bei Variante 1 beträgt:

$$\begin{aligned} EV_1 &= 0,3 \times 70 \times (1 + 0,1 \times (1 - s_2)) + s_2 \times 30 \\ &= 21 \times 1,10 - 2,1 \times s_2 + s_2 \times 30 \\ &= 23,1 + 27,9 \times s_2 \end{aligned}$$

• *Variante 2*

Das Endvermögen nach Steuern bei Variante 2 beträgt:

$$\begin{aligned} EV_2 &= 0,3 \times 50 \times (1 + 0,1 \times (1 - s_2)) + s_2 \times 50 \\ &= 15 \times 1,10 - 1,5 \times s_2 + s_2 \times 50 \\ &= 16,5 + 48,5 \times s_2 \end{aligned}$$

• *Indifferenz*

Ermittlung des Steuersatzes  $s_2$  bei dem Indifferenz zwischen Variante 1 und Variante 2 herrscht:

$$\begin{aligned} EV_1 &= EV_2 \\ 23,1 + 27,9 \times s_2 &= 16,5 + 48,5 \times s_2 \\ 6,6 &= 20,6 \times s_2 \\ s_2 &= 32,0388\% \end{aligned}$$



Es gilt:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{Variante 1} > \text{Variante 2} & \text{wenn } s < 32,0388\% \\ \text{Variante 1} \sim \text{Variante 2} & \text{wenn } s = 32,0388\% \\ \text{Variante 1} < \text{Variante 2} & \text{wenn } s > 32,0388\% \end{array} \right\}.$$

(80) **Lösung Aufgabe 92** *Baldwin-Rendite nach Steuern*

a) *Baldwin-Rendite nach Steuern*

Zur Ermittlung der Baldwin-Rendite nach Steuern muss zunächst das Endvermögen nach Steuern ermittelt werden. Unter Verwendung des Kalkulationszinsfuß nach Steuern  $i_s = 0,1 \times (1 - 0,25) = 0,075$  ergibt das Endvermögen:

$$\begin{aligned} EV_s &= (11\,000 - s \times (11\,000 - 10\,000)) \times 1,075 + 12\,100 - s \times (12\,100 - 10\,000) \\ &= 11\,825 - 1\,075 \times s + 12\,100 - 2\,100 \times s \\ &= 23\,925 - 3\,175 \times s \end{aligned}$$

Die Baldwin-Rendite nach Steuern in Abhängigkeit des Steuersatzes beträgt dann:

$$r_{s,B} = \left( \frac{23\,925 - 3\,175 \times s}{20\,000} \right)^{\frac{1}{2}} - 1 \quad \Rightarrow \quad r_{s,B} = (1,19625 - 0,15875 \times s)^{\frac{1}{2}} - 1$$

b) *Intervall der Vermögensrentabilität*

Zur Ermittlung des Intervalls wird die Baldwin-Rendite jeweils an den Intervallgrenzen des Steuersatzes ermittelt:

$$\begin{aligned} r_{s,B}(s=0) &= (1,19625 - 0,15875 \times 0)^{\frac{1}{2}} - 1 = 0,09373 \\ r_{s,B}(s=1) &= (1,19625 - 0,15875 \times 1)^{\frac{1}{2}} - 1 = 0,018577 \end{aligned}$$

Das Intervall, in dem sich die Baldwin-Renditen nach Steuern bewegen lautet demnach

$$s \in [1,8577\%, 9,373\%].$$

c) *Indifferenz zwischen Investitionsobjekt und Finanzinvestition*

Indifferenz liegt vor, wenn gilt:  $r_{s,B} = i_s = 0,075$

$$\begin{aligned} 0,075 &= \left( \frac{23\,925 - 3\,175 \times s}{20\,000} \right)^{\frac{1}{2}} - 1 \\ 1,075^2 &= 1,19625 - 0,15875 \times s \\ 0,15875 \times s &= 0,040625 \\ s &= 0,2559 = 25,59\% \end{aligned}$$



## (81) Lösung Aufgabe 93 Kapitalwert und Baldwin-Rendite nach Steuern

## a) Kapitalwert vor Steuern

Auf dem vollkommenen Kapitalmarkt und einem Kapitalmarktzins von  $i = 10\%$  ergeben sich folgende Kapitalwerte vor Steuern:

$$C_0^A = -6\,000 + \frac{3\,300}{1,1} + \frac{2\,420}{1,1^2} + \frac{1\,331}{1,1^3} = 0$$

$$C_0^B = -6\,000 + \frac{1\,100}{1,1} + \frac{2\,420}{1,1^2} + \frac{3\,993}{1,1^3} = 0$$

Abschreibungen haben in einer Welt ohne Steuern bei Personenunternehmungen keinen Einfluss auf die konsumfähigen Zahlungsströme. Wird die Investition im Rahmen einer Kapitalgesellschaft durchgeführt, spielen Abschreibungen aufgrund der Ausschüttungssperrvorschriften auch im Fall ohne Steuern eine Rolle. Zwar hat der Zeitpunkt der Ausschüttung beim vollkommenen Kapitalmarkt keine Auswirkung auf den Kapitalwert, es resultieren aber andere Anlage- und Finanzierungsentscheidungen als im Fall einer Personenunternehmung. Vor Steuern ist die Investorin indifferent zwischen den beiden Investitionsobjekten und der Unterlassungsalternative.

## b) Kapitalwert nach Steuern

Bei einem Kapitalmarktzins nach Steuern von  $i_s = 6\%$  und konstanten Abschreibungsbeträgen i. H. v.  $AfA = \frac{6\,000}{3} = 2\,000$  EUR betragen die Kapitalwerte nach Steuern:

$$C_{0,s}^A = -6\,000 + \frac{3\,300 - 0,4 \times (3\,300 - 2\,000)}{1,06} + \frac{2\,420 - 0,4 \times (2\,420 - 2\,000)}{1,06^2} + \frac{1\,331 - 0,4 \times (1\,331 - 2\,000)}{1,06^3} = -30,87$$

$$C_{0,s}^B = -6\,000 + \frac{1\,100 - 0,4 \times (1\,100 - 2\,000)}{1,06} + \frac{2\,420 - 0,4 \times (2\,420 - 2\,000)}{1,06^2} + \frac{3\,993 - 0,4 \times (3\,993 - 2\,000)}{1,06^3} = 64,89$$

Die Besteuerung entfaltet Entscheidungswirkungen, da im Fall mit Steuern andere Entscheidungen getroffen werden (es wird Investition B durchgeführt) als im Fall ohne Steuern.

## c) Ermittlung der Endvermögen und der Baldwin-Rendite

## 1. Endvermögen vor Steuern

## • Investition A

$t$	0	1	2	3
$Z_t$	-6 000	3 300	2 420	1 331
$KMA_t$		[3 300]	[6 050]	[7 986]
$i \times KMA_{t-1}$		0	330	605



Das Endvermögen wird durch die Kapitalmarktanlage in  $t=3$  repräsentiert. Die Baldwin-Rendite ergibt:

$$r_B^A = \left( \frac{7986}{6000} \right)^{\frac{1}{3}} - 1 = 0,1 = 10\%$$

- **Investition B**

$t$	0	1	2	3
$Z_t$	-6 000	1 100	2 420	3 993
$KMA_t$		[1 100]	[3 630]	[7 986]
$i \times KMA_{t-1}$		0	110	363

Die Baldwin-Rendite beträgt:

$$r_B^B = \left( \frac{7986}{6000} \right)^{\frac{1}{3}} - 1 = 0,1 = 10\%$$

## 2. Endvermögen nach Steuern

- **Investition A**

$t$	0	1	2	3
$Z_t$	-6 000	3 300	2 420	1 331
$AfA_t$		(-2 000)	(-2 000)	(-2 000)
$KMA_t$		[2 780]	[5 198,80]	[0]
$i \times KMA_{t-1}$		0	278	519,88
$BMG_t$		(1 300)	(698)	(-149,12)
$S_t$		-520	-279,20	59,65
$Z_{s,t}$	-6 000	2 780	2 418,80	1 910,53
$Ent_t$	-6 000	0	0	7 109,33

Die Baldwin-Rendite nach Steuern beträgt:

$$r_B^A = \left( \frac{7109,33}{6000} \right)^{\frac{1}{3}} - 1 = 0,0582 = 5,82\%$$

Da die Rendite unter dem Kapitalmarktzins nach Steuern liegt, sollte die Investition nicht durchgeführt werden.

- **Investition B**



t	0	1	2	3
$Z_t$	-6 000	1 100	2 420	3 993
$AfA_t$		(-2 000)	(-2 000)	(-2 000)
$KMA_t$		[1 460]	[3 799,60]	[0]
$i \times KMA_{t-1}$		0	146	379,96
$BMG_t$		(-900)	(566)	(2 372,96)
$S_t$		360	-226,40	-949,18
$Z_{s,t}$	-6 000	1 460	2 339,60	3 423,78
$Ent_t$	-6 000	0	0	7 223,38

Die Baldwin-Rendite nach Steuern beträgt:

$$r_B^B = \left( \frac{7\,223,38}{6\,000} \right)^{\frac{1}{3}} - 1 = 0,0638 = 6,38\%$$

Da die Rendite über dem Kapitalmarktzins nach Steuern liegt, ist die Investition vorteilhaft. Auch nach Steuern kommt die Baldwin-Rendite zur selben Empfehlung wie das Kapitalwertkriterium.

**(81) Lösung Aufgabe 94 Entnahmemaximierung und Besteuerung**

- a) *Endvermögen nach Steuern bzw. Kapitalwert nach Steuern bei Entnahmemaximierung in  $t = 4$  ( $i = 10\%$ ,  $s = 50\%$ ,  $i_s = 5\%$ )*

Da es sich um einen vollkommenen Kapitalmarkt handelt, kann der Kapitalwert direkt bestimmt werden. Kapitalwertmaximierung und Endvermögensmaximierung führen zur selben Vorteilhaftigkeitsaussage. Ein vollständiger Finanzplan ist deshalb nicht erforderlich. Die Zahlungsüberschüsse unter Berücksichtigung der linearen Abschreibung i. H. v. 200 TEUR ergeben sich wie folgt (Werte in TEUR):

t	0	1	2	3	4
$Z_t$	-800	300	400	500	600
$AfA_t$		(-200)	(-200)	(-200)	(-200)
$BMG_t$		(100)	(200)	(300)	(400)
$S_t$		-50	-100	-150	-200
$Z_{s,t}$	-800	250	300	350	400

Der Kapitalmarktzins nach Steuern beträgt  $i_s = 0,1 \times (1 - 0,5) = 0,05$ . Der Kapitalwert nach Steuern ergibt demnach:

$$C_{0,s} = -800 + \frac{250}{1,05} + \frac{300}{1,05^2} + \frac{350}{1,05^3} + \frac{400}{1,05^4} = 341,63$$

- b) *Endvermögen nach Steuern bzw. Kapitalwert nach Steuern bei Entnahmemaximierung in  $t = 4$*

Auch im Fall, dass die Steuersätze divergieren ist kein vollständiger Finanzplan erforderlich. Die Zahlungsüberschüsse nach Steuern sind iden-



tisch zu denjenigen aus a). Der Kapitalwert nach Steuern ergibt bei einem Diskontierungssatz nach Steuern von  $i_s = 0,1 \times (1 - 0,25) = 0,075$ :

$$C_{0,s} = -800 + \frac{250}{1,075} + \frac{300}{1,075^2} + \frac{350}{1,075^3} + \frac{400}{1,075^4} = 273,41$$

c) *Entnahmemaximierung in t = 2*

Sollzinsen sind nicht abzugsfähig. Es ergeben sich folgende Zins- und Steuersätze:  $i = \rho = 10\%$ ,  $s = 50\%$ ,  $s^{Zins} = 25\%$ ,  $i_s = 7,5\%$ .

Die Lösung erfolgt durch Rückwärtsinduktion. Ausgehend von  $t = 3$  ist der maximal aufnehmbare Kredit in  $t = 3$  beschränkt auf die Tilgung und Sollzinsen in  $t = 4$ . Die Zahlungsüberschüsse nach Steuern in  $t = 4$  betragen:

$$Z_4 - s \times (Z_4 - AfA) = 600 - 0,5 \times (600 - 200) = 400.$$

Dieser Betrag wird aufgeteilt in Zins und Tilgung:

$$TIL_4 = Kredit_3 = \frac{Z_4 - S_4}{(1 + i)} = \frac{400}{1,1} = 363,64$$

$$Zins = i \times Kredit_3 = 363,64 \times 0,1 = 36,36.$$

Sollzinsen sind nicht abzugsfähig. Der Kredit in  $t = 2$  ist beschränkt auf die Zahlungsüberschüsse nach Steuern aus der Realinvestition zuzüglich Kredit in  $t = 3$ :

$$Kredit_2 = \frac{Z_3 - S_3 + Kredit_3}{(1 + i)} = \frac{500 - 150 + 363,64}{1,1} = 648,76.$$

Zins und Tilgung in  $t = 3$  ergibt

$$TIL_3 = Kredit_2 - Kredit_3 = 648,76 - 363,64 = 285,12$$

$$Zins_3 = Kredit_2 \times i = 648,76 \times 0,1 = 64,88.$$

Die maximale Entnahme in  $t = 2$  ist demnach die Summe der Zahlungsüberschüsse nach Steuern aus der Realinvestition, des Kredits und der Kapitalmarktanlage nach Steuern aus  $t = 1$ :

$$Ent_2 = 300 + 648,76 + 250 \times 1,075 = 1\,217,51.$$



$t$	0	1	2	3	4
$Z_t$	-800	300	400	500	600
$AfA_t$		(-200)	(-200)	(-200)	(-200)
$BMG_t$		(100)	(200)	(300)	(400)
$S_t$		-50	-100	-150	-200
$Z_{s,t}$	-800	250	300	350	400
<i>Anlage <math>t=1</math></i>		-250			
• Rückzahlung			250		
• Habenzinsen			25		
• Steuern auf Habenzinsen			-6,25		
<i>Kredit <math>t=2</math></i>			648,76		
• Sollzinsen				-64,88	
• Tilgung				-285,12	
<i>Kredit <math>t=3</math></i>				363,64	
• Sollzinsen					-36,36
• Tilgung					-363,64
$Ent_t$	-800	0	1 217,51	0	0

Der in  $t=0$  maximal konsumierbare Betrag ergibt sich aus der Diskontierung der Nettozahlungen und des Kredits in  $t=2$  sowie der Diskontierung der Nettozahlung aus  $t=1$ . Der Diskontierungssatz beträgt dabei 10% und repräsentiert den Zinssatz für Konsumkredite nach Steuern:

$$C_{0,s} = \frac{250}{1,1} + \frac{300 + 648,76}{1,1^2} = 1\,011,37$$

Nachstehender Finanzplan zeigt, dass bei der Aufnahme eines Konsumkredits in  $t=0$  über 1 011,37 TEUR, der Kredit durch die Zahlungsüberschüsse nach Steuern aus der Realinvestition gerade getilgt werden kann:

$t$	0	1	2	3	4
$Z_t$	-800	300	400	500	600
$AfA_t$		(-200)	(-200)	(-200)	(-200)
$BMG_t$		(100)	(200)	(300)	(400)
$S_t$		-50	-100	-150	-200
$Z_{s,t}$	-800	250	300	350	400
<i>Restbuchwert Kredit</i>	[ 1 011,37 ]	[ 862,51 ]	[ 648,76 ]	[ 363,64 ]	[ 0 ]
<i>Zinsen</i>		-101,14	-86,25	-64,88	-36,36
<i>Tilgung</i>		-148,86	-213,75	-285,12	-363,64

(81) Lösung Aufgabe 95 Endvermögens- und Entnahmemaximierung

a) Kapitalwert vor Steuern





Die Kapitalwerte vor Steuern bei einem Kapitalmarktzins von  $i = 10\%$  betragen:

$$C_0^A = -120\,000 + \frac{50\,000}{1,1} + \frac{55\,000}{1,1^2} + \frac{107\,000}{1,1^3} = 51\,299,77$$

$$C_0^B = -120\,000 + \frac{69\,000}{1,1} + \frac{69\,000}{1,1^2} + \frac{69\,000}{1,1^3} = 51\,592,79$$

Investition B ist vorzuziehen.

b) *Kapitalwert nach Steuern*

• *Alternativanlage*

Der Zinssatz nach Steuern auf Kapitalerträge beträgt  $i_s = 0,1 \times (1 - 0,25) = 0,075$ . Das Endvermögen der festverzinslichen Alternativanlage beträgt in  $t = 3$  demnach:

$$V_n = 120\,000 \times 1,075^3 = 149\,075,63$$

• *Investition A*

$t$	0	1	2	3
$Z_t$	-120 000	50 000	55 000	107 000
$AfA_t$		(-40 000)	(-40 000)	(-40 000)
$KMA_t$	[0]	[46 000]	[98 450]	[0]
$i \times KMA_{t-1}$		0	4 600	9 845
$BMG_t$		(10 000)	(15 000)	(67 000)
$S_t$		-4 000	-7 150	-29 261,25
$Z_{s,t}$	-120 000	46 000	52 450	87 583,75
$Ent_t$	-120 000	0	0	186 033,75

Die Steuerzahlungen in den einzelnen Perioden ergeben sich wie folgt:

$$S_1 = 0,4 \times 10\,000 = 4\,000$$

$$S_2 = 0,4 \times 15\,000 + 0,25 \times 4\,600 = 7\,150$$

$$S_3 = 0,4 \times 67\,000 + 0,25 \times 9\,845 = 29\,261,25$$

Der Kapitalwert beträgt:

$$C_{0,s}^A = -120\,000 + \frac{186\,033,75}{1,075^3} = 29\,749,83$$

Der Kapitalwert bezieht sich auf die Endvermögensmaximierung, d. h. die Maximierung der Entnahme in  $t = 3$ . Der maximale Betrag, den der Investor in  $t = 0$  konsumieren könnte, ermittelt sich durch Diskontierung der Nettozahlungen in jeder Periode mit dem Zinssatz vor Steuern, da Sollzinsen auf Konsumkredite steuerlich nicht abzugsfähig sind. Die Nettozahlungsüberschüsse betragen:



$t$	0	1	2	3
$Z_t$	-120 000	50 000	55 000	107 000
$AfA_t$		(-40 000)	(-40 000)	(-40 000)
$BMG_t$		(10 000)	(15 000)	(67 000)
$S_t$		-4 000	-6 000	-26 800
$Z_{s,t}$	-120 000	46 000	49 000	80 200

Da das Startkapital vorhanden ist, ergibt der für Konsumzwecke in  $t=0$  maximal entnehmbare Betrag:

$$C_0^{\max} = \frac{46\,000}{1,1} + \frac{49\,000}{1,1^2} + \frac{80\,200}{1,1^3} = 142\,569,50$$

• *Investition B*

$t$	0	1	2	3
$Z_t$	-120 000	69 000	69 000	69 000
$AfA_t$		(-40 000)	(-40 000)	(-40 000)
$KMA_t$	[0]	[57 400]	[119 105]	[0]
$i \times KMA_{t-1}$		0	5 740	11 910,50
$BMG_t$		(29 000)	(29 000)	(29 000)
$S_t$		-11 600	-13 035	-14 577,63
$Z_{s,t}$	-120 000	57 400	61 705	66 332,88
$Ent_t$	-120 000	0	0	185 437,88

Die Steuerzahlungen in den einzelnen Perioden ergeben sich wie folgt:

$$S_1 = 0,4 \times 29\,000 = 11\,600$$

$$S_2 = 0,4 \times 29\,000 + 0,25 \times 5\,740 = 13\,035$$

$$S_3 = 0,4 \times 29\,000 + 0,25 \times 11\,910,50 = 14\,577,63$$

Der Kapitalwert beträgt:

$$C_{0,s}^B = -120\,000 + \frac{185\,437,88}{1,075^3} = 29\,270,18$$

Investition A ist vorzuziehenswert gegenüber Investition B.

c) *Kapitalwert nach Steuern bei gegebenem Konsumvektor*

Kapitalwert nach Steuern im Fall, dass in  $t=1, 2$  Entnahmen in Höhe von jeweils 55 000 EUR getätigt werden. Der Kapitalwert für Investition B ändert sich nicht im Vergleich zu b), da kein Kredit aufgenommen werden muss. Für Investition A ergibt sich folgender Finanzplan:



$t$	0	1	2	3
$Z_t$	-120 000	50 000	55 000	107 000
$AfA_t$		(-40 000)	(-40 000)	(-40 000)
$BMG_t$		(10 000)	(15 000)	(67 000)
$S_t$		-4 000	-6 000	-26 800
$Z_{s,t}$	-120 000	46 000	49 000	80 200
<i>Konsumkredit <math>t = 1</math></i>		9 000		
• <i>darauf Zinsen</i>			-900	
• <i>Steuererstattung</i>			0	
• <i>Tilgung</i>			-9 000	
<i>Konsumkredit in <math>t = 2</math></i>			15 900	
• <i>darauf Zinsen</i>				-1 590
• <i>Steuererstattung</i>				0
• <i>Tilgung</i>				-15 900
$Ent_t$	-120 000	55 000	55 000	62 710

Der Kapitalwert nach Steuern bei den gegebenen Konsumprämissen beträgt:

$$C_{0,s}^A = -120\,000 + \frac{55\,000}{1,075} + \frac{55\,000}{1,075^2} + \frac{62\,710}{1,075^3} = 29\,235,16$$

und ist niedriger als in Aufgabenteil b). Jetzt ist Investition Bvorteilhaft. Der Kapitalwert nach Steuern kann auch durch die Summe der Kapitalwerte aus der eigenfinanzierten Realinvestition und dem Kapitalwert der Konsumkredite ermittelt werden. Der Kapitalwert der Realinvestition ergibt:

$$C_{0,s}^{Real} = -120\,000 + \frac{46\,000}{1,075} + \frac{49\,000}{1,075^2} + \frac{80\,200}{1,075^3} = 29\,749,83$$

Der Kapitalwert des Konsumkredits beträgt:

$$C_{0,s}^{Kredit} = \frac{9\,000}{1,075} + \frac{-9\,000 - 900 + 15\,900}{1,075^2} + \frac{-15\,900 - 1\,590}{1,075^3} = -514,67$$

Zusammengefasst ergibt sich  $(29\,749,83 - 514,67 =) 29\,235,16$  EUR.



## (82) Lösung Aufgabe 96 Endvermögensmaximierung und Entnahmemaximierung

## a) Endvermögensmaximierung

Gewinne aus der Realinvestition werden mit 50%, Zinserträge werden mit 25% besteuert. Die Abschreibungen in  $t = 1$  ergeben sich als

$$AfA_1 = \frac{700}{4} + 100 = 275.$$

Der vollständige Finanzplan lautet:

$t$	0	1	2	3	4
$Z_t$	-800	300	400	500	600
$AfA_t$		(-275)	(-175)	(-175)	(-175)
$BMG_t$		(25)	(225)	(325)	(425)
$S_t$		-12,50	-112,50	-162,50	-212,50
$Z_{s,t}$	-800	287,50	287,50	337,50	387,50
Anlage in $t = 1$		-287,50			
• darauf Zinsen			28,75		
• darauf Steuern			-7,19		
• Rückzahlung			287,50		
Anlage in $t = 2$			-596,56		
• darauf Zinsen				59,66	
• darauf Steuern				-14,91	
• Rückzahlung				596,56	
Anlage in $t = 3$				-978,80	
• darauf Zinsen					97,88
• darauf Steuern					-24,47
• Rückzahlung					978,80
$Ent_t$	-800	0	0	0	1 439,72

Die maximale Entnahme in  $t = 4$  beträgt 1 439,72.

## b) Endvermögensmaximierung bei Besteuerung von Zinserträgen mit 50%

$t$	0	1	2	3	4
$Z_t$	-800	300	400	500	600
$AfA_t$		(-275)	(-175)	(-175)	(-175)
$KMA_t$	[0]	[287,50]	[589,38]	[956,34]	[0]
$i \times KMA_{t-1}$		0	28,75	58,94	95,63
$BMG_t$		(25)	(253,75)	(383,94)	(520,63)
$S_t$		-12,50	-126,88	-191,97	-260,32
$Z_{s,t}$	-800	287,50	301,88	366,97	435,32
$Ent_t$	-800	0	0	0	1 391,66



Das Endvermögen bzw. die maximale Entnahme in  $t=4$  beträgt 1 391,66. Das Endvermögen ist kleiner als in Aufgabenteil a), da die Zinserträge höher besteuert werden.

c) *Maximierung der Entnahme in  $t=2$*

Die Lösung erfolgt durch Rückwärtsinduktion. Es wird in  $t=2$  ein Kredit aufgenommen, der gerade so groß ist, dass die späteren Nettozahlungsüberschüsse aus  $t=3$  und  $t=4$  ausreichen, um ihn zu tilgen und die Zinsen zu finanzieren.

$t$	0	1	2	3	4
$Z_t$	-800	300	400	500	600
$AfA_t$		(-275)	(-175)	(-175)	(-175)
$BMG_t$		(25)	(225)	(325)	(425)
$S_t$		-12,50	-112,50	-162,50	-212,50
$Z_{s,t}$	-800	287,50	287,50	337,50	387,50
<i>Anlage in <math>t=1</math></i>		-287,50			
• <i>darauf Zinsen</i>			28,75		
• <i>darauf Steuern</i>			-7,19		
• <i>Rückzahlung</i>			287,50		
<i>Kredit in <math>t=2</math></i>			627,07		
• <i>Sollzinsen</i>				-62,71	
• <i>Tilgung</i>				-274,79	
<i>Kredit in <math>t=3</math></i>				352,27	
• <i>Sollzinsen</i>					-35,23
• <i>Tilgung</i>					-352,27
<i>Ent<sub>t</sub></i>	-800	0	1 223,63	0	0

Die Zahlungsüberschüsse nach Steuern in  $t=4$  betragen 387,50. Der Kredit in  $t=3$  muss so groß sein, dass 387,50 ausreichen, um ihn plus Zinsen zu zahlen:

$$Kredit_3 = \frac{Z_4 - S_4}{1+i} = \frac{387,50}{1,1} = 352,27$$

Die Zahlungsüberschüsse nach Steuern in  $t=3$  betragen 337,50. Der Kredit in  $t=2$  muss so groß sein, dass 337,50 und der neue Kredit aus  $t=3$  ausreichen, um ihn plus Zinsen zu zahlen:

$$Kredit_2 = \frac{Z_3 - S_3 + Kredit_3}{1+i} = \frac{337,50 + 352,27}{1,1} = 627,06$$

Wie viel kann in  $t=2$  entnommen werden? Es stehen die Nettozahlungsüberschüsse aus  $t=2$ , die nach Steuern verzinste Finanzanlage aus  $t=1$  und der Kredit zur Verfügung.

$$\begin{aligned} Ent_2 &= KMA_1 \times (1+i \times (1-0,25)) + Z_2 - S_2 + Kredit_2 \\ &= 287,50 \times (1+0,1 \times (1-0,25)) + 287,50 + 627,06 \\ &= 1 223,63 \end{aligned}$$

d) Maximierung der Entnahme in  $t=3$ 

$t$	0	1	2	3	4
$Z_t$	-800	300	400	500	600
$AfA_t$		(-275)	(-175)	(-175)	(-175)
$BMG_t$		(25)	(225)	(325)	(425)
$S_t$		-12,50	-112,50	-162,50	-212,50
$Z_{s,t}$	-800	287,50	287,50	337,50	387,50
Kredit in $t=0$	[300]	[27,50]			
• Sollzinsen		-30	-2,75		
• Steuererstattung		15	1,38		
• Tilgung		-272,50	-27,50		
Anlage in $t=1$			-258,63		
• Rückzahlung				258,63	
• Habenzinsen				25,86	
• Steuern				-6,47	
Kredit in $t=3$				352,27	
• Sollzins					-35,23
• Tilgung					-352,27
$Ent_t$	-800			967,79	

In  $t=0$  wird ein Kredit aufgenommen, der die Finanzierungslücke bei der Anschaffungsauszahlung deckt. Die Zinszahlung ist voll abzugsfähig, d. h. die Zinsen gehen in die Gewinnermittlung ein.

Die verbleibenden Mittel in  $t=1$  werden genutzt, um den Kredit zu tilgen:

$$TIL_1 = Z_1 - Zins_1 - S_1 = 300 - 30 - (-2,50) = 272,50$$

Der Restwert des Kredits beträgt noch

$$Kredit_1 = Kredit_0 - TIL_1 = 300 - 272,50 = 27,50$$

Der restliche Kredit wird aus laufenden Nettozahlungsüberschüssen in  $t=2$  getilgt. Es verbleiben noch Überschüsse für eine Finanzanlage:

$$\begin{aligned} KMA_2 &= Z_2 - Zins_2 - S_2 - TIL_2 \\ &= 400 - 2,75 - 111,13 - 27,50 = 258,62 \end{aligned}$$

Die Finanzanlage verzinst sich bis  $t=3$ . Ab jetzt erfolgt die Rückwärtsinduktion analog zu Aufgabenteil c):

Es wird in  $t=3$  ein Kredit aufgenommen, der gerade so groß ist, dass die späteren Nettozahlungsüberschüsse aus  $t=4$  ausreichen, um ihn zu tilgen und die Zinsen zu finanzieren. Die Zahlungsüberschüsse nach Steuern



in  $t = 4$  betragen 387,50. Der Kredit  $int = 3$  muss so groß sein, dass 387,50 ausreichen, um ihn plus Zinsen zu zahlen:

$$Kredit_3 = \frac{Z_4 - S_4}{1 + i} = \frac{387,50}{1,1} = 352,27$$

Wie viel kann in  $t = 3$  entnommen werden? Es stehen die Nettoszahungsüberschüsse aus  $t = 3$ , die nach Steuern verzinste Finanzanlage aus  $t = 2$  und der Kredit zur Verfügung.

$$\begin{aligned} Ent_3 &= FA_2 \times (1 + i \times (1 - 0,25)) + Z_3 - S_3 + Kredit_3 \\ &= 258,62 \times (1 + 0,1 \times (1 - 0,25)) + 337,50 + 352,27 \\ &= 967,79 \end{aligned}$$

e) *Optimaler Kredit*

Das Optimum stellt ein unendlich hoher Kredit dar. Bei Aufnahme eines Kredits und Tätigung einer gleich hohen Kapitalanlage gilt exemplarisch im Einperiodenfall:

$t$	0	1
Kredit	100	
Sollzins		-10
Steuererstattung (50%)		5
Nettozahlung		-5
Finanzanlage	-100	
Habenzins		10
Steuerzahlung (25%)		-2,50
Nettozahlung		7,50
Differenz	0	2,50

Die Differenz ergibt sich aus der Steuererstattung durch die Sollzinsen i. H. v. 50% und der Steuerzahlung auf die Habenzinsen i. H. v. 25%:

$$\Delta = Zins \times (0,5 - 0,25)$$

Die Kreditaufnahme lohnt sich nicht mehr, wenn die Nettosollverzinsung der Nettohabenverzinsung entspricht

$$Sollzins \times (1 - s) = Habenzins \times (1 - s^{Zins})$$

Auflösen ergibt

$$Sollzins = \frac{Habenzins \times (1 - s^{Zins})}{1 - s} = \frac{10\% \times (1 - 0,25)}{1 - 0,5} = 15\%$$

Bis zu einem Sollzinssatz von 15% wäre die gleichzeitige Kreditaufnahme und Kapitalanlage vorteilhaft.



**(83) Lösung Aufgabe 97 Besteuerung von Veräußerungsgewinnen**a) *Kapitalwert nach Steuern ohne Veräußerungsgewinnbesteuerung*

Der Kapitalmarktzins nach Steuern beträgt  $i_s = 0,06 \times (1 - 0,4) = 0,036$ .

Die Zahlungsüberschüsse nach Steuern betragen:

$t$	0	1	2	3	4
$Z_t$	-100 000	25 000	26 000	27 000	31 000
$AfA_t$		(-25 000)	(-25 000)	(-25 000)	(-25 000)
$BW_t$	[100 000]	[75 000]	[50 000]	[25 000]	[0]
$L_T$					5 000
$BMG_t$		(0)	(1 000)	(2 000)	(6 000)
$S_t$		-0	-400	-800	-2 400
$Z_{s,t}$	-100 000	25 000	25 600	26 200	33 600

Der Kapitalwert nach Steuern ergibt dann:

$$C_{0,s} = -100\,000 + \frac{25\,000}{1,036} + \frac{25\,600}{1,036^2} + \frac{26\,200}{1,036^3} + \frac{33\,600}{1,036^4} = 713,14$$

b) *Kapitalwert nach Steuern wenn Veräußerungsgewinne mit 40% besteuert werden*

Die Nettzahlungüberschüsse ändern sich nur in  $t=4$ :

$t$	0	1	2	3	4
$Z_t$	-100 000	25 000	26 000	27 000	31 000
$AfA_t$		(-25 000)	(-25 000)	(-25 000)	(-25 000)
$BW_t$	[100 000]	[75 000]	[50 000]	[25 000]	[0]
$L_T$					5 000
$BMG_t$		(0)	(1 000)	(2 000)	(11 000)
$S_t$		-0	-400	-800	-4 400
$Z_{s,t}$	-100 000	25 000	25 600	26 200	31 600

Der Kapitalwert nach Steuern beträgt:

$$C_{0,s} = -100\,000 + \frac{25\,000}{1,036} + \frac{25\,600}{1,036^2} + \frac{26\,200}{1,036^3} + \frac{31\,600}{1,036^4} = -1\,023,02$$

Die Investition ist nicht vorteilhaft.

c) *Maximaler Steuersatz auf Veräußerungsgewinne*

Der Barwert der Steuerzahlung auf den Veräußerungsgewinn muss dem Kapitalwert im Fall ohne Veräußerungsgewinnbesteuerung entsprechen:

$$713,14 = \frac{5\,000 \times s^{VG}}{(1 + 0,06 \times (1 - 0,4))^4}$$

$$s^{VG} = 713,14 \frac{(1 + 0,06 \times (1 - 0,4))^4}{5\,000}$$

$$s^{VG} = 0,1643 = 16,43\%$$





**(83) Lösung Aufgabe 98** *Steuersatzänderungen*

Durch die Veränderung der Steuersätze sind die Diskontierungssätze periodisch anzupassen. Nachstehend ist die Ermittlung der periodischen Diskontierungssätze nach Steuern dargestellt:

$$q_{sZins,1}^{-1} = \frac{1}{1 + 0,05 \times (1 - 0,15)} = 0,959233$$

$$q_{sZins,2}^{-1} = \frac{1}{q_{sZins,1}} \times \frac{1}{1 + 0,05 \times (1 - 0,2)} = 0,922339$$

$$q_{sZins,3}^{-1} = \frac{1}{q_{sZins,1}} \times \frac{1}{q_{sZins,2}} \times \frac{1}{1 + 0,05 \times (1 - 0,25)} = 0,889001$$

$$q_{sZins,4}^{-1} = \frac{1}{q_{sZins,1}} \times \frac{1}{q_{sZins,2}} \times \frac{1}{q_{sZins,3}} \times \frac{1}{1 + 0,05 \times (1 - 0,25)} = 0,856869$$

$$q_{sZins,5}^{-1} = \frac{1}{q_{sZins,1}} \times \frac{1}{q_{sZins,2}} \times \frac{1}{q_{sZins,3}} \times \frac{1}{q_{sZins,4}} \times \frac{1}{1 + 0,05 \times (1 - 0,25)} = 0,825898$$

Die diskontierten Zahlungsüberschüsse nach Steuern betragen:

t	0	1	2	3	4	5
Z <sub>t</sub>	-150 000	40 000	40 000	40 000	40 000	40 000
AfA <sub>t</sub>		(-30 000)	(-30 000)	(-30 000)	(-30 000)	(-30 000)
BMG <sub>t</sub>		(10 000)	(10 000)	(10 000)	(10 000)	(10 000)
S <sub>t</sub>		-5 000	-4 000	-3 000	-2 000	-1 000
Z <sub>s,t</sub>		35 000	36 000	37 000	38 000	39 000
$\prod_{k=1}^t (q_{s,k})^{-1}$		0,959233	0,922339	0,889001	0,856869	0,825898
Z <sub>s,t}^{disk}</sub>		33 573,14	33 204,21	32 893,06	32 561,02	32 010,02

Der Kapitalwert nach Steuern beträgt:

$$C_{0,s} = -150\,000 + \sum_{t=1}^5 EW_{s,t} = 14\,441,45$$

**(84) Lösung Aufgabe 99** *Ertragswertabschreibung*a) *Definition der Ertragswertabschreibung*

Die Ertragswertabschreibung (EWA) beschreibt die Verminderung des Vermögens im Barwert im Vergleich zur Vorperiode und ist definiert als

$$EWA = EW_{t-1} - EW_t$$

wobei sich der Ertragswert der Periode bzw. der Vorperiode als

$$EW_t = \sum_{j=t+1}^T \frac{Z_j}{(1+i)^{j-t}}$$

$$EW_{t-1} = \sum_{j=t}^T \frac{Z_j}{(1+i)^{j-t+1}}$$

beschreiben lässt.

- *Beispiel*

Ermittlung der Ertragswertabschreibungen auf Basis selbstgewählter Zahlungsvektoren.

1. *Ertragswertabschreibungen im Fall Kapitalwert > 0:*

$$Z_1 = 100, Z_2 = 200, Z_3 = 300, i = 5\%$$

$$EW_3 = 0$$

$$EW_2 = \frac{300}{1,05} = 285,71$$

$$EW_1 = \frac{300}{1,05^2} + \frac{200}{1,05} = 462,59$$

$$EW_0 = \frac{300}{1,05^3} + \frac{200}{1,05^2} + \frac{100}{1,05} = 535,80$$

$$EWA_3 = 285,71 - 0 = 285,71$$

$$EWA_2 = 462,59 - 285,71 = 176,88$$

$$EWA_1 = 535,80 - 462,80 = 73,21$$

2. *Ertragswertabschreibungen im Fall Kapitalwert < 0:*

$$Z_1 = 100, Z_2 = 200, Z_3 = 300, i = 10\%$$

$$EW_3 = 0$$

$$EW_2 = \frac{300}{1,1} = 272,73$$

$$EW_1 = \frac{300}{1,1^2} + \frac{200}{1,1} = 429,75$$

$$EW_0 = \frac{300}{1,1^3} + \frac{200}{1,1^2} + \frac{100}{1,1} = 481,59$$

$$EWA_3 = 272,73 - 0 = 272,73$$

$$EWA_2 = 429,75 - 272,73 = 157,02$$

$$EWA_1 = 481,59 - 429,75 = 51,84$$

3. *Ertragswertabschreibungen im Fall Kapitalwert = 0:*

$$Z_1 = 52, Z_2 = 52, Z_3 = 572, i = 10\%$$

$$EW_3 = 0$$

$$EW_2 = \frac{572}{1,1} = 520$$

$$EW_1 = \frac{572}{1,1^2} + \frac{52}{1,1} = 520$$

$$EW_0 = \frac{572}{1,1^3} + \frac{52}{1,1^2} + \frac{52}{1,1} = 520$$

$$EWA_3 = 520 - 0 = 520$$

$$EWA_2 = 520 - 520 = 0$$

$$EWA_1 = 520 - 520 = 0$$



- b) Rentenbarwert (RBW) einer geometrisch wachsenden Reihe mit dem Wachstumsfaktor  $(1+w)$

$$RBW = \sum_{t=1}^T r \times (1+w)^{t-1} \times q^{-t}$$

$$\begin{aligned} RBW &= r \times q^{-1} + r \times (1+w) \times q^{-2} + \dots \\ &+ r \times (1+w)^{T-3} \times q^{-T+2} \\ &+ r \times (1+w)^{T-2} \times q^{-T+1} + r \times (1+w)^{T-1} \times q^{-T} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} RBW &= r \times (q^{-1} + (1+w) \times q^{-2} + \dots + (1+w)^{T-3} \times q^{-T+2} \\ &+ (1+w)^{T-2} \times q^{-T+1} + (1+w)^{T-1} \times q^{-T}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{q}{(1+w)} \times RBW &= r \times \left( \frac{1}{1+w} + q^{-1} + \dots + (1+w)^{T-4} \times q^{-T+3} \right. \\ &\left. + (1+w)^{T-3} \times q^{-T+2} + (1+w)^{T-2} \times q^{-T+1} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{q}{(1+w)} \times RBW - RBW &= r \times q^{-1} + r \times (1+w) \times q^{-2} + \dots \\ &+ r \times (1+w)^{T-3} \times q^{-T+2} \\ &+ r \times (1+w)^{T-2} \times q^{-T+1} + r \times (1+w)^{T-1} \times q^{-T} \\ &- r \times \left( \frac{1}{1+w} + q^{-1} + \dots + (1+w)^{T-4} \times q^{-T+3} \right. \\ &\left. + (1+w)^{T-3} \times q^{-T+2} + (1+w)^{T-2} \times q^{-T+1} + (1+w)^{T-1} \times q^{-T} \right) \end{aligned}$$

$$RBW \times \left( \frac{q}{(1+w)} - 1 \right) = r \times \left( \frac{1}{1+w} - (1+w)^{T-1} \times q^{-T} \right)$$

$$\begin{aligned} RBW &= r \times \left( \frac{\frac{1}{1+w} - (1+w)^{T-1} q^{-T}}{\frac{q-(1+w)}{(1+w)}} \right) \\ &= r \times \left( \frac{1}{1+w} - \frac{(1+w)^{T-1}}{q^T} \right) \times \frac{(1+w)}{1+i-(1+w)} \\ &= r \times \left( 1 - \frac{(1+w)^T}{q^T} \right) \times \frac{1}{i-w} \\ &= r \times \left( \frac{1 - \left[ \frac{(1+w)}{q} \right]^T}{i-w} \right) \end{aligned}$$

Ertragswertabschreibung im Fall einer geometrischen Reihe:

$$\begin{aligned}
 EWA &= \sum_{t=n}^T \frac{Z \times (1+w)^{n-1}}{(1+i)^t} - \sum_{t=n+1}^T \frac{Z \times (1+w)^n}{(1+i)^t} \\
 &= Z \times \sum_{t=n}^T \frac{(1+w)^{n-1}}{(1+i)^t} - Z \times \sum_{t=n+1}^T \frac{(1+w)^n}{(1+i)^t} \\
 &= Z \times \left[ \left( \frac{1 - \left[ \frac{(1+w)}{q} \right]^{T-(n-1)}}{i-w} \right) - \left( \frac{1 - \left[ \frac{(1+w)}{q} \right]^{T-n}}{i-w} \right) \right] \\
 &= Z \times \left[ \frac{1}{i-w} - \frac{1}{i-w} + \left( \frac{- \left[ \frac{(1+w)}{q} \right]^{T-(n-1)}}{i-w} \right) - \left( \frac{- \left[ \frac{(1+w)}{q} \right]^{T-n}}{i-w} \right) \right] \\
 &= Z \times \left[ \left( \frac{\left[ \frac{(1+w)}{q} \right]^{T-n}}{i-w} \right) - \left( \frac{\left[ \frac{(1+w)}{q} \right]^{T-(n-1)}}{i-w} \right) \right]
 \end{aligned}$$

Für  $\lim_{T \rightarrow \infty}$ :

$$EWA = Z \times [0 - 0] = 0$$

c) *Beispiele bei gegebener Entwicklung des Ertragswerts*

Der Kapitalmarktzins betrage  $i = 5\%$ . Zur Konstruktion der Beispiele vgl. die Lösung zu Aufgabe 24 ab Seite 190.

1. *Ertragswert steigt in Periode 1 und fällt in Periode 2:*

$t$	0	1	2	3
$Z_t$	-100	-40	60	80
$EW_t$	85,43	129,71	76,19	0

$$EW_3 = 0$$

$$EW_2 = \frac{80}{1,05} = 76,19$$

$$EW_1 = \frac{80}{1,05^2} + \frac{60}{1,05} = 129,71$$

$$EW_0 = \frac{80}{1,05^3} + \frac{60}{1,05^2} - \frac{40}{1,05} = 85,43.$$

2. *Ertragswert fällt in Periode 1 und steigt in Periode 2:*

$t$	0	1	2	3
$Z_t$	-100	30	-20	100
$EW_t$	96,81	71,66	95,24	0



$$EW_3 = 0$$

$$EW_2 = \frac{100}{1,05} = 95,24$$

$$EW_1 = \frac{100}{1,05^2} - \frac{20}{1,05} = 71,66$$

$$EW_0 = \frac{100}{1,05^3} - \frac{20}{1,05^2} + \frac{30}{1,05} = 96,81.$$

3. Der Ertragswert bleibt konstant:

t	0	1	2	3
$Z_t$	-100	5	5	105
$EW_t$	100	100	100	0

$$EW_3 = 0$$

$$EW_2 = \frac{105}{1,05} = 100$$

$$EW_1 = \frac{105}{1,05^2} + \frac{5}{1,05} = 100$$

$$EW_0 = \frac{105}{1,05^3} + \frac{5}{1,05^2} + \frac{5}{1,05} = 100.$$

d) Selbstgewähltes Beispiel

Der Kapitalmarktzins betrage  $i = 5\%$ .

t	0	1	2	3	4	5
$Z_t$	-100	3,38	20	-30	40	50
$EW_t$	67,53	67,53	50,90	83,45	47,62	0

Die Lösung erfolgt durch Rückwärtsinduktion. Ausgehend von der Zahlung in  $t = 5$ , muss die Zahlung in  $t = 4$  größer sein als die Verzinsung des Ertragswertes in  $t = 4$  ( $Z_4 > 47,62 \times 0,05 = 2,38$ ), damit der Ertragswert sinkt.

Damit der Ertragswert von  $t = 2$  nach  $t = 3$  steigt, muss der Zahlungsüberschuss in  $t = 3$  kleiner sein als die Zinsen auf den Ertragswert in  $t = 3$  ( $Z_3 < 83,45 \times 0,05 = 4,17$ ).

Damit der Ertragswert von  $t = 1$  nach  $t = 2$  fällt, muss die Zahlung in  $t = 2$  wieder größer sein, als die Verzinsung des Ertragswertes in  $t = 2$ .

Damit der Ertragswert von  $t = 0$  nach  $t = 1$  konstant bleibt, muss die Zahlung in  $t = 1$  gerade der Verzinsung des Ertragswertes in  $t = 2$  entsprechen ( $67,53 \times 0,05 = 3,38$ ).

(85) Lösung Aufgabe 100 Alternative Abschreibungspläne

a) Ermittlung der Kapitalwerte nach Steuern



Bei einem Steuersatz von 40% und einem Zinssatz nach Steuern von 6% ergeben sich folgende Kapitalwerte nach Steuern:

$$C_{0,s}^A = -300 + \frac{110 - 0,4 \times (110 - 300)}{1,06} + \frac{121 - 0,4 \times (121 - 0)}{1,06^2} + \frac{133,10 - 0,4 \times (133,10 - 0)}{1,06^3} = 7,14$$

$$C_{0,s}^B = -300 + \frac{110 - 0,4 \times (110 - 200)}{1,06} + \frac{121 - 0,4 \times (121 - 100)}{1,06^2} + \frac{133,10 - 0,4 \times (133,10 - 0)}{1,06^3} = 5,00$$

$$C_{0,s}^C = -300 + \frac{110 - 0,4 \times (110 - 150)}{1,06} + \frac{121 - 0,4 \times (121 - 100)}{1,06^2} + \frac{133,10 - 0,4 \times (133,10 - 50)}{1,06^3} = 2,93$$

$$C_{0,s}^D = -300 + \frac{110 - 0,4 \times (110 - 100)}{1,06} + \frac{121 - 0,4 \times (121 - 100)}{1,06^2} + \frac{133,10 - 0,4 \times (133,10 - 100)}{1,06^3} = 0,85$$

$$C_{0,s}^E = -300 + \frac{110 - 0,4 \times (110 - 50)}{1,06} + \frac{121 - 0,4 \times (121 - 100)}{1,06^2} + \frac{133,10 - 0,4 \times (133,10 - 150)}{1,06^3} = -1,23$$

$$C_{0,s}^F = -300 + \frac{110 - 0,4 \times (110 - 0)}{1,06} + \frac{121 - 0,4 \times (121 - 100)}{1,06^2} + \frac{133,10 - 0,4 \times (133,10 - 200)}{1,06^3} = -3,30$$

$$C_{0,s}^G = -300 + \frac{110 - 0,4 \times (110 - 0)}{1,06} + \frac{121 - 0,4 \times (121 - 0)}{1,06^2} + \frac{133,10 - 0,4 \times (133,10 - 300)}{1,06^3} = -5,32$$

b) *Kapitalwert nach Steuern bei Ertragswertabschreibung*

Die Zahlungsüberschüsse nach Steuern im Fall der Ertragswertabschreibung ( $s = 40\%$ ,  $i_s = 6\%$ ) ergeben:

$t$	0	1	2	3
$Z_t$	-300	110	121	133,10
$EW_t$	[300]	[220]	[121]	[0]
$EWA_t$		(-80)	(-99)	(-121)
$BMG_t$		(30)	(22)	(12,10)
$S_t$		-12	-8,80	-4,84
$Z_{s,t}$	-300	98	112,20	128,26

Der Kapitalwert nach Steuern beträgt:



$$C_{0,s} = -300 + \frac{98}{1,06} + \frac{112,20}{1,06^2} + \frac{128,26}{1,06^3} = 0$$

und entspricht dem Kapitalwert vor Steuern

$$C_0 = -300 + \frac{110}{1,1} + \frac{121}{1,1^2} + \frac{133,10}{1,1^3} = 0$$

- c) *Kapitalwert nach Steuern bei Ertragswertabschreibung und  $s = 50\%$*

Die Zahlungsüberschüsse nach Steuern betragen jetzt:

t	0	1	2	3
$Z_t$	-300	110	121	133,10
$EW_t$	[300]	[220]	[121]	[0]
$EWA_t$		(-80)	(-99)	(-121)
$BMG_t$		(30)	(22)	(12,10)
$S_t$		-15	-11	-6,05
$Z_{s,t}$	-300	95	110	127,05

Der Kapitalmarktzins nach Steuern beträgt  $i_s = 5\%$ . Der Kapitalwert nach Steuern bleibt im Vergleich zu Aufgabenteil b) unverändert.

$$C_{0,s} = -300 + \frac{95}{1,05} + \frac{110}{1,05^2} + \frac{127,05}{1,05^3} = 0$$

Im Ergebnis entspricht im Fall der Ertragswertabschreibung der Kapitalwert nach Steuern immer dem Kapitalwert vor Steuern. Voraussetzung ist, dass sich der Steuersatz im Zeitablauf nicht ändert. Man spricht hier von der Niveauintvarianz des Kapitalwerts in Abhängigkeit der Besteuerung.

(85) **Lösung Aufgabe 101** *Alternative Steuersätze*

- a) *Kapitalwerte vor Steuern*

Die Kapitalwerte der beiden Investitionsalternativen vor Steuern betragen bei einem Kapitalmarktzins von  $i = 10\%$

$$C_0^A = -1\,000 + \frac{600}{1,1} + \frac{250}{1,1^2} + \frac{250}{1,1^3} + \frac{250}{1,1^4} = 110,65$$

$$C_0^B = -1\,000 + \frac{350}{1,1} + \frac{350}{1,1^2} + \frac{350}{1,1^3} + \frac{350}{1,1^4} = 109,45$$

- b) *Ermittlung der Kapitalwerte nach Steuern*

Unabhängig vom Steuersatz betragen die periodischen Abschreibungen  $AfA = \frac{1\,000}{4} = 250$ . Die Diskontierungssätze nach Steuern betragen in Abhängigkeit vom Steuersatz:  $i_s = 0,1 \times (1 - s)$ .





$$i_s = 10\%$$

$$C_{0,s=0\%}^A = -1\,000 + \frac{600 - 0,0 \times (600 - 250)}{1,1} + \frac{250 - 0,0 \times (250 - 250)}{1,1^2} \\ + \frac{250 - 0,0 \times (250 - 250)}{1,1^3} + \frac{250 - 0,0 \times (250 - 250)}{1,1^4} = 110,65$$

$$C_{0,s=0\%}^B = -1\,000 + \frac{350 - 0,0 \times (350 - 250)}{1,1} + \frac{350 - 0,0 \times (350 - 250)}{1,1^2} \\ + \frac{350 - 0,0 \times (350 - 250)}{1,1^3} + \frac{350 - 0,0 \times (350 - 250)}{1,1^4} = 109,45$$

$$i_s = 9\%$$

$$C_{0,s=10\%}^A = -1\,000 + \frac{600 - 0,1 \times (600 - 250)}{1,09} + \frac{250 - 0,1 \times (250 - 250)}{1,09^2} \\ + \frac{250 - 0,1 \times (250 - 250)}{1,09^3} + \frac{250 - 0,1 \times (250 - 250)}{1,09^4} = 98,92$$

$$C_{0,s=10\%}^B = -1\,000 + \frac{350 - 0,1 \times (350 - 250)}{1,09} + \frac{350 - 0,1 \times (350 - 250)}{1,09^2} \\ + \frac{350 - 0,1 \times (350 - 250)}{1,09^3} + \frac{350 - 0,1 \times (350 - 250)}{1,09^4} = 101,50$$

$$i_s = 8\%$$

$$C_{0,s=20\%}^A = -1\,000 + \frac{600 - 0,2 \times (600 - 250)}{1,08} + \frac{250 - 0,2 \times (250 - 250)}{1,08^2} \\ + \frac{250 - 0,2 \times (250 - 250)}{1,08^3} + \frac{250 - 0,2 \times (250 - 250)}{1,08^4} = 87,29$$

$$C_{0,s=20\%}^B = -1\,000 + \frac{350 - 0,2 \times (350 - 250)}{1,08} + \frac{350 - 0,2 \times (350 - 250)}{1,08^2} \\ + \frac{350 - 0,2 \times (350 - 250)}{1,08^3} + \frac{350 - 0,2 \times (350 - 250)}{1,08^4} = 93,00$$

$$i_s = 7\%$$

$$C_{0,s=30\%}^A = -1\,000 + \frac{600 - 0,3 \times (600 - 250)}{1,07} + \frac{250 - 0,3 \times (250 - 250)}{1,07^2} \\ + \frac{250 - 0,3 \times (250 - 250)}{1,07^3} + \frac{250 - 0,3 \times (250 - 250)}{1,07^4} = 75,77$$

$$C_{0,s=30\%}^B = -1\,000 + \frac{350 - 0,3 \times (350 - 250)}{1,07} + \frac{350 - 0,3 \times (350 - 250)}{1,07^2} \\ + \frac{350 - 0,3 \times (350 - 250)}{1,07^3} + \frac{350 - 0,3 \times (350 - 250)}{1,07^4} = 83,91$$



$$i_s = 6\%$$

$$C_{0,s=40\%}^A = -1\,000 + \frac{600 - 0,4 \times (600 - 250)}{1,06} + \frac{250 - 0,4 \times (250 - 250)}{1,06^2} \\ + \frac{250 - 0,4 \times (250 - 250)}{1,06^3} + \frac{250 - 0,4 \times (250 - 250)}{1,06^4} = 64,39$$

$$C_{0,s=40\%}^B = -1\,000 + \frac{350 - 0,4 \times (350 - 250)}{1,06} + \frac{350 - 0,4 \times (350 - 250)}{1,06^2} \\ + \frac{350 - 0,4 \times (350 - 250)}{1,06^3} + \frac{350 - 0,4 \times (350 - 250)}{1,06^4} = 74,18$$

$$i_s = 5\%$$

$$C_{0,s=50\%}^A = -1\,000 + \frac{600 - 0,5 \times (600 - 250)}{1,05} + \frac{250 - 0,5 \times (250 - 250)}{1,05^2} \\ + \frac{250 - 0,5 \times (250 - 250)}{1,05^3} + \frac{250 - 0,5 \times (250 - 250)}{1,05^4} = 53,15$$

$$C_{0,s=50\%}^B = -1\,000 + \frac{350 - 0,5 \times (350 - 250)}{1,05} + \frac{350 - 0,5 \times (350 - 250)}{1,05^2} \\ + \frac{350 - 0,5 \times (350 - 250)}{1,05^3} + \frac{350 - 0,5 \times (350 - 250)}{1,05^4} = 63,79$$

$$i_s = 4\%$$

$$C_{0,s=60\%}^A = -1\,000 + \frac{600 - 0,6 \times (600 - 250)}{1,04} + \frac{250 - 0,6 \times (250 - 250)}{1,04^2} \\ + \frac{250 - 0,6 \times (250 - 250)}{1,04^3} + \frac{250 - 0,6 \times (250 - 250)}{1,04^4} = 42,09$$

$$C_{0,s=60\%}^B = -1\,000 + \frac{350 - 0,6 \times (350 - 250)}{1,04} + \frac{350 - 0,6 \times (350 - 250)}{1,04^2} \\ + \frac{350 - 0,6 \times (350 - 250)}{1,04^3} + \frac{350 - 0,6 \times (350 - 250)}{1,04^4} = 52,67$$

$$i_s = 0\%$$

$$C_{0,s=100\%}^A = -1\,000 + \frac{600 - 1 \times (600 - 250)}{1,00} + \frac{250 - 1 \times (250 - 250)}{1,00^2} \\ + \frac{250 - 1 \times (250 - 250)}{1,00^3} + \frac{250 - 1 \times (250 - 250)}{1,00^4} = 0,00$$

$$C_{0,s=100\%}^B = -1\,000 + \frac{350 - 1 \times (350 - 250)}{1,00} + \frac{350 - 1 \times (350 - 250)}{1,00^2} \\ + \frac{350 - 1 \times (350 - 250)}{1,00^3} + \frac{350 - 1 \times (350 - 250)}{1,00^4} = 0,00$$



- *Zusammenfassung*

Während bei einem Steuersatz von 0% Investition A vorteilhaft ist, ist Investition B bei einem Steuersatz größer null vorteilhaft.

	$C_{0,s}^A$	$C_{0,s}^B$
$s = 0\%$	110,65	109,45
$s = 10\%$	98,92	101,50
$s = 20\%$	87,29	93,00
$s = 30\%$	75,77	83,91
$s = 40\%$	64,39	74,18
$s = 50\%$	53,15	63,79
$s = 60\%$	42,09	52,67
$s = 100\%$	0,00	0,00

(86) **Lösung Aufgabe 102** *Steuerparadoxon bei diskreten Steuersätzen*

a) *Kapitalwerte nach Steuern*

Der Kapitalmarktzins vor Steuern beträgt  $i = 10\%$ ; die Abschreibungsbeiträge bleiben konstant und betragen  $AfA_t = \frac{102\,000}{4} = 25\,500$ . Der Kapitalwert nach Steuern beträgt in Abhängigkeit des Steuersatzes:

$$\begin{aligned}
 C_{0,s} &= -102\,000 + \frac{23\,600 - s \times (23\,600 - 25\,500)}{q_s} \\
 &+ \frac{27\,300 - s \times (27\,300 - 25\,500)}{q_s^2} + \frac{36\,500 - s \times (36\,500 - 25\,500)}{q_s^3} \\
 &+ \frac{43\,100 - s \times (43\,100 - 25\,500)}{q_s^4}
 \end{aligned}$$

mit  $q_s = 1 + 0,1 \times (1 - s)$ .

$$i_s = 10\%$$

$$\begin{aligned}
 C_{0,s=0\%} &= -102\,000 + \frac{23\,600 - 0,0 \times (23\,600 - 25\,500)}{1,1} \\
 &+ \frac{27\,300 - 0,0 \times (27\,300 - 25\,500)}{1,1^2} + \frac{36\,500 - 0,0 \times (36\,500 - 25\,500)}{1,1^3} \\
 &+ \frac{43\,100 - 0,0 \times (43\,100 - 25\,500)}{1,1^4} = -1\,122,60
 \end{aligned}$$

$$i_s = 9\%$$

$$\begin{aligned}
 C_{0,s=10\%} &= -102\,000 + \frac{23\,600 - 0,1 \times (23\,600 - 25\,500)}{1,09} \\
 &+ \frac{27\,300 - 0,1 \times (27\,300 - 25\,500)}{1,09^2} + \frac{36\,500 - 0,1 \times (36\,500 - 25\,500)}{1,09^3} \\
 &+ \frac{43\,100 - 0,1 \times (43\,100 - 25\,500)}{1,09^4} = -726,36
 \end{aligned}$$



$$i_s = 8\%$$

$$\begin{aligned} C_{0,s=20\%} &= -102\,000 + \frac{23\,600 - 0,2 \times (23\,600 - 25\,500)}{1,08} \\ &\quad + \frac{27\,300 - 0,2 \times (27\,300 - 25\,500)}{1,08^2} + \frac{36\,500 - 0,2 \times (36\,500 - 25\,500)}{1,08^3} \\ &\quad + \frac{43\,100 - 0,2 \times (43\,100 - 25\,500)}{1,08^4} = -378,66 \end{aligned}$$

$$i_s = 7\%$$

$$\begin{aligned} C_{0,s=30\%} &= -102\,000 + \frac{23\,600 - 0,3 \times (23\,600 - 25\,500)}{1,07} \\ &\quad + \frac{27\,300 - 0,3 \times (27\,300 - 25\,500)}{1,07^2} + \frac{36\,500 - 0,3 \times (36\,500 - 25\,500)}{1,07^3} \\ &\quad + \frac{43\,100 - 0,3 \times (43\,100 - 25\,500)}{1,07^4} = -84,21 \end{aligned}$$

$$i_s = 6\%$$

$$\begin{aligned} C_{0,s=40\%} &= -102\,000 + \frac{23\,600 - 0,4 \times (23\,600 - 25\,500)}{1,06} \\ &\quad + \frac{27\,300 - 0,4 \times (27\,300 - 25\,500)}{1,06^2} + \frac{36\,500 - 0,4 \times (36\,500 - 25\,500)}{1,06^3} \\ &\quad + \frac{43\,100 - 0,4 \times (43\,100 - 25\,500)}{1,06^4} = 151,91 \end{aligned}$$

$$i_s = 5\%$$

$$\begin{aligned} C_{0,s=50\%} &= -102\,000 + \frac{23\,600 - 0,5 \times (23\,600 - 25\,500)}{1,05} \\ &\quad + \frac{27\,300 - 0,5 \times (27\,300 - 25\,500)}{1,05^2} + \frac{36\,500 - 0,5 \times (36\,500 - 25\,500)}{1,05^3} \\ &\quad + \frac{43\,100 - 0,5 \times (43\,100 - 25\,500)}{1,05^4} = 324,19 \end{aligned}$$

$$i_s = 4\%$$

$$\begin{aligned} C_{0,s=60\%} &= -102\,000 + \frac{23\,600 - 0,6 \times (23\,600 - 25\,500)}{1,04} \\ &\quad + \frac{27\,300 - 0,6 \times (27\,300 - 25\,500)}{1,04^2} + \frac{36\,500 - 0,6 \times (36\,500 - 25\,500)}{1,04^3} \\ &\quad + \frac{43\,100 - 0,6 \times (43\,100 - 25\,500)}{1,04^4} = 426,64 \end{aligned}$$

$$i_s = 0\%$$

$$\begin{aligned} C_{0,s=70\%} &= -102\,000 + \frac{23\,600 - 1,0 \times (23\,600 - 25\,500)}{1,00} \\ &\quad + \frac{27\,300 - 1,0 \times (27\,300 - 25\,500)}{1,00^2} + \frac{36\,500 - 1,0 \times (36\,500 - 25\,500)}{1,00^3} \\ &\quad + \frac{43\,100 - 1,0 \times (43\,100 - 25\,500)}{1,00^4} = 0 \end{aligned}$$

- Zusammenfassung der Ergebnisse

Der Wechsel der Vorteilhaftigkeit erfolgt bei einem Steuersatz von 40%.



Bei einem Steuersatz kleiner 40% ist die Investition nachteilhaft, ab einem Steuersatz von 40% ist der Kapitalwert positiv.

	$C_{0,s}$
$s = 0\%$	-1 122,60
$s = 10\%$	-726,36
$s = 20\%$	-378,66
$s = 30\%$	-84,21
$s = 40\%$	151,91
$s = 50\%$	324,19
$s = 60\%$	426,64
$s = 100\%$	0,00

- b) Ermittlung des Grenzsteuersatz, der mindestens erhoben werden muss, damit die Realinvestition durchgeführt wird.

Die Ermittlung des gesuchten Steuersatzes erfolgt unter Anwendung des Newton-Verfahrens. Die Zielfunktion lautet:

$$f(s) = -102\,000 + \frac{23\,600 - s \times (23\,600 - 25\,500)}{(1 + 0,1 \times (1 - s))} + \frac{27\,300 - s \times (27\,300 - 25\,500)}{(1 + 0,1 \times (1 - s))^2}$$

$$+ \frac{36\,500 - s \times (36\,500 - 25\,500)}{(1 + 0,1 \times (1 - s))^3} + \frac{43\,100 - s \times (43\,100 - 25\,500)}{(1 + 0,1 \times (1 - s))^4}$$

$$f(s) = -102\,000 + \frac{23\,600 + 1\,900 \times s}{(1 + 0,1 \times (1 - s))} + \frac{27\,300 - 1\,800 \times s}{(1 + 0,1 \times (1 - s))^2}$$

$$+ \frac{36\,500 - 11\,000 \times s}{(1 + 0,1 \times (1 - s))^3} + \frac{43\,100 - 17\,600 \times s}{(1 + 0,1 \times (1 - s))^4}$$

Die 1. Ableitung der Zielfunktion nach  $s$  unter Anwendung der Quotientenregel  $\left(\frac{u' \times v - v' \times u}{v^2}\right)$  ergibt:

$$f'(s) = \frac{1\,900}{(1 + 0,1 \times (1 - s))} + \frac{0,1 \times (23\,600 + 1\,900 \times s)}{(1 + 0,1 \times (1 - s))^2}$$

$$- \frac{1\,800}{(1 + 0,1 \times (1 - s))^2} + \frac{0,2 \times (27\,300 - 1\,800 \times s)}{(1 + 0,1 \times (1 - s))^3}$$

$$- \frac{11\,000}{(1 + 0,1 \times (1 - s))^3} + \frac{0,3 \times (36\,500 - 11\,000 \times s)}{(1 + 0,1 \times (1 - s))^4}$$

$$- \frac{17\,600}{(1 + 0,1 \times (1 - s))^4} + \frac{0,4 \times (43\,100 - 17\,600 \times s)}{(1 + 0,1 \times (1 - s))^5}$$

Beginn der Schleife:

- Schätzen des Startwertes  $i_k$  für  $k = 0$  und Definition des Abbruchkriteriums:  $|s_{k+1} - s_k| < \epsilon$  ( $|\Delta s| < 0,5\%$ -Punkte) oder  $|f(s)| < 1$ : Start mit  $s_0 = 35\%$ ,



2. Zielfunktion  $s_0$  ( $f(s_0)$ ),

$$f(0,35) = -102\,000 + \frac{23\,600 + 1\,900 \times 0,35}{(1 + 0,1 \times (1 - 0,35))} + \frac{27\,300 - 1\,800 \times 0,35}{(1 + 0,1 \times (1 - 0,35))^2}$$

$$+ \frac{36\,500 - 11\,000 \times 0,35}{(1 + 0,1 \times (1 - 0,35))^3} + \frac{43\,100 - 17\,600 \times 0,35}{(1 + 0,1 \times (1 - 0,35))^4} = 41,479.$$

3. Erste Ableitung der Zielfunktion ( $f'(i_0)$ ),

$$f'(0,35) = \frac{1\,900}{(1 + 0,1 \times (1 - 0,35))} + \frac{0,1 \times (23\,600 + 1\,900 \times 0,35)}{(1 + 0,1 \times (1 - 0,35))^2}$$

$$- \frac{1\,800}{(1 + 0,1 \times (1 - 0,35))^2} + \frac{0,2 \times (27\,300 - 1\,800 \times 0,35)}{(1 + 0,1 \times (1 - 0,35))^3}$$

$$- \frac{11\,000}{(1 + 0,1 \times (1 - 0,35))^3} + \frac{0,3 \times (36\,500 - 11\,000 \times 0,35)}{(1 + 0,1 \times (1 - 0,35))^4}$$

$$- \frac{17\,600}{(1 + 0,1 \times (1 - 0,35))^4} + \frac{0,4 \times (43\,100 - 17\,600 \times 0,35)}{(1 + 0,1 \times (1 - 0,35))^5}$$

$$= 2\,363,517.$$

4. Ermittlung des neuen Wertes  $s_1$

$$s_1 = s_0 - \frac{f(s_0)}{f'(s_0)} = 0,35 - \frac{41,479}{2\,363,517} = 0,3325$$

5. Veränderung von  $s = 0,35 - 0,3325 = 0,0175 > \epsilon \rightarrow$  Wiederholung der Schritte 2 bis 4:

Ermittlung des Funktionswertes an der Stelle  $s_1 = 0,3325$

$$f(0,3325) = -102\,000 + \frac{23\,600 + 1\,900 \times 0,3325}{(1 + 0,1 \times (1 - 0,3325))} + \frac{27\,300 - 1\,800 \times 0,3325}{(1 + 0,1 \times (1 - 0,3325))^2}$$

$$+ \frac{36\,500 - 11\,000 \times 0,3325}{(1 + 0,1 \times (1 - 0,3325))^3} + \frac{43\,100 - 17\,600 \times 0,3325}{(1 + 0,1 \times (1 - 0,3325))^4} = -0,93.$$

Wert ist hinreichend exakt  $\rightarrow s = 33,25\%$  (exakter Wert:  $s = 33,28\%$ ).

(87) **Lösung Aufgabe 103** Bauunternehmung Para & Dox OHG

- a) Ermittlung des Kapitalwerts vor Steuern

$$C_0 = -2\,000 + \frac{550}{1,1} + \frac{600}{1,1^2} + \frac{650}{1,1^3} + \frac{740}{1,1^4} = -10,35$$

Die Unterlassungsalternative ist vorzuziehen.

b) *Ermittlung des Kapitalwerts nach Steuern*

Die Zahlungsüberschüsse nach Steuern betragen:

$t$	0	1	2	3	4
$Z_t$	-2 000	550	600	650	740
$AfA_t$		(-500)	(-500)	(-500)	(-500)
$BMG_t$		(50)	(100)	(150)	(240)
$S_t$		-20	-40	-60	-96
$Z_{s,t}$	-2 000	530	560	590	644

Der Zinssatz nach Steuern beträgt  $i_s = 0,1 \times (1 - 0,4) = 0,06 = 6\%$ .  
Demnach beträgt der Kapitalwert nach Steuern

$$C_{s,0} = -2\,000 + \frac{530}{1,06} + \frac{560}{1,06^2} + \frac{590}{1,06^3} + \frac{644}{1,06^4} = 3,88$$

Die Investition lohnt sich bei Berücksichtigung der Besteuerung.

(87) **Lösung Aufgabe 104** *Steuerparadoxon-Thesen*• *Beispiel 1*

Der Kapitalwert vor Steuern als relatives Entscheidungskriterium beträgt

$$C_0 = -1\,000 + 500 \times \frac{1,2^3 - 1}{0,2 \times 1,2^3} = 53,24.$$

Der Endwert – ebenfalls ein relative Entscheidungsmaß – ergibt demnach

$$V_n = C_0 \times (1 + i)^n = 53,24 \times 1,2^3 = 92.$$

Das Endvermögen (absolute Größe) hingegen beträgt

$$EV = (C_0 + A_0) \times (1 + i)^n = (53,24 + 1\,000) \times 1,2^3 = 1\,820.$$

Die Zahlungsüberschüsse nach Steuern ergeben:

$t$	0	1	2	3
$Z_t$	-1 000	500	500	500
$AfA_t$		(-500)	(-500)	(0)
$BMG_t$		(0)	(0)	(500)
$S_t$		0	0	-200
$Z_{s,t}$	-1 000	500	500	300

Der Zinssatz nach Steuern beträgt  $i_s = 0,2 \times (1 - 0,4) = 0,12$ .

Der Kapitalwert (relative Größe) nach Steuern ergibt

$$C_{0,s} = -1\,000 + \frac{500}{1,12} + \frac{500}{1,12^2} + \frac{300}{1,12^3} = 58,56.$$

Der Endwert (relative Größe) ergibt demnach

$$V_{n,s} = C_{0,s} \times (1 + i_s)^n = 58,56 \times 1,12^3 = 82,27.$$

Das Endvermögen (absolute Größe) hingegen beträgt

$$EV_s = (C_{0,s} + A_0) \times (1 + i_s)^n = (58,56 + 1\,000) \times 1,2^3 = 1\,487,20.$$

Das Beispiel zeigt, dass nach Steuern der Kapitalwert (relative Größe) größer ist als im Fall vor Steuern. Absolut gesehen sieht man am Beispiel des Endvermögens jedoch, dass das Vermögen insgesamt durch die Besteuerung sinkt.

- *Beispiel 2*

Der Kapitalwert (relative Größe) vor Steuern ergibt

$$C_0 = -20\,000 + 11\,525 \times \frac{1,1^2 - 1}{0,1 \times 1,1^2} = 2,07$$

Der Endwert (relative Größe) ergibt demnach

$$V_n = C_0 \times (1 + i)^n = 2,07 \times 1,1^2 = 2,50.$$

Das Endvermögen (absolute Größe) hingegen beträgt

$$EV = (C_0 + A_0) \times (1 + i)^n = (2,07 + 20\,000) \times 1,1^2 = 24\,202,50.$$

Die Zahlungsüberschüsse nach Steuern ergeben:

$t$	0	1	2
$Z_t$	-20 000	11 525	11 525
$AfA_t$		(-10 000)	(-10 000)
$BMG_t$		(1 525)	(1 525)
$S_t$		-762,50	-762,50
$Z_{s,t}$	-20 000	10 762,50	10 762,50

Der Zinssatz nach Steuern beträgt  $i_i = 0,1 \times (1 - 0,5) = 0,05$ . Der Kapitalwert (relative Größe) nach Steuern ergibt

$$C_{0,s} = -20\,000 + 10\,762,50 \times \frac{1,05^2 - 1}{0,05 \times 1,05^2} = 11,90.$$

Der Endwert (relative Größe) ergibt demnach

$$V_{n,s} = C_{0,s} \times (1 + i_s)^n = 11,90 \times 1,05^2 = 13,12.$$



Das Endvermögen (absolute Größe) hingegen beträgt

$$EV_s = (C_{0,s} + A_0) \times (1 + i_s)^n = (11,90 + 20\,000) \times 1,05^2 = 22\,063,12.$$

Das Beispiel zeigt, dass nach Steuern die relativen Größen zwar größer sind als im Fall vor Steuern. Absolut gesehen sieht man am Beispiel des Endvermögens jedoch, dass das Vermögen insgesamt durch die Besteuerung sinkt.

- *Stellungnahme zu These 1*

These 1 ist falsch. Der Kapitalwert ist als Entscheidungskriterium nicht ungeeigneter als der Vermögensendwert. Die Aussagen beider Kriterien bezüglich der Vorteilhaftigkeit einer Investition sind identisch. Die Kriterien sind beide relativer Natur.

- *Stellungnahme zu These 2*

These 2 ist falsch. Der Kapitalwert als relatives Vorteilhaftigkeitsmaß beschreibt den relativen Vorteil zum Entscheidungszeitpunkt während der Vermögensendwert den relativen Vermögensvorteil am Ende des Planungshorizonts darstellt. Beide Maße sind demnach relativer Natur. Eine Aussage über absolute Vorteile wird nicht getroffen.





## 8 Verhinderung von Steuerwirkungen

### (89) Lösung Aufgabe 105 Wahr oder falsch?

1. *falsch* | Sie sorgt für Neutralität hinsichtlich des Kapitalwertes.
2. *falsch* | Der ökonomische Gewinn ist der Gewinn, der entnommen werden kann, ohne das künftige Entnahmepotenzial zu schmälern.
3. *falsch* | Es erfolgt eine Sofortabschreibung.
4. *wahr* | Der Fiskus wird Teilhaber in Höhe des Steuersatzes.
5. *wahr* | Die Ertragswertabschreibung summiert sich auf Kapitalwert zzgl. Anschaffungskosten. Nur im Ausnahmefall, nämlich dann, wenn der Kapitalwert null beträgt, entspricht die Summe der Ertragswertabschreibungen gerade den historischen Anschaffungskosten.
6. *wahr* | Es herrscht »Niveauinvarianz«, das bedeutet, dass sich das Niveau des Kapitalwerts durch Integration der Besteuerung nicht verändert.
7. *wahr* | Die (interne) Rendite nach Steuern ( $r_s$ ) ist in diesem Fall funktional abhängig von der Rendite vor Steuern ( $r$ ). Es gilt:  $r_s = s \times (1 - r)$ .
8. *wahr* | Der Kapitalwert nach Steuern ermittelt sich aus dem Kapitalwert vor Steuern multipliziert mit  $(1 - s)$ , wobei  $s$  den Steuersatz darstellt.
9. *wahr* | Da sich die Kapitalfreisetzungabschreibung auf die Kapitalbindung bezieht, ist diese Aussage wahr. Abgeschrieben werden die Anschaffungskosten.

### (89) Lösung Aufgabe 106 Auswirkungen auf den ökonomischen Gewinn

Der ökonomische Gewinn als Größe, die entnommen werden kann, ohne das künftige Konsumpotenzial zu schmälern ist definiert als die Verzinsung des Ertragswerts in  $t=0$ . Formal:

$$\ddot{G}_t = i \times EW_0 = i \times \sum_{t=1}^T \frac{Z_t}{(1+i)^t}$$

1. *Das Niveau der Zahlungsüberschüsse steigt*

Steigen die Zahlungsüberschüsse gilt c. p.

$$Z_t \uparrow \rightarrow \sum_{t=1}^T \frac{Z_t}{(1+i)^t} \uparrow \rightarrow EW_0 \uparrow \rightarrow i \times EW_0 \uparrow$$

Im Ergebnis steigt der ökonomische Gewinn. Formal:

$$\frac{\partial \ddot{G}}{\partial Z_t} = i \times \frac{\partial EW_0}{\partial Z_t} = \frac{i}{(1+i)^t} > 0.$$

2. *Der Zinssatz steigt*

Steigt der Kalkulationszinsfuß, so sinkt der Ertragswert. Da der ökonomische Gewinn von beiden Faktoren (Zinssatz und Ertragswert) abhängig ist, kommt es darauf an, welche Größe stärkeren Einfluss hat.



Bei steigendem Kalkulationszinsfuß werden die Zahlungsüberschüsse stärker diskontiert, d. h. der Ertragswert sinkt. Formal:

$$\begin{aligned} \delta G &= i \times EW_0 = i \times \frac{r}{i} \\ \frac{\partial \delta G}{\partial i} &= i \times \frac{\partial EW_0}{\partial i} + EW_0 \quad (\text{Produktregel}) \end{aligned}$$

Es gilt:

$$EW_0 \begin{cases} > \\ = \\ < \end{cases} 0 \quad i \times \frac{\partial EW_0}{\partial i} < 0 \quad \Rightarrow \quad EW_0 - i \times \sum_{t=1}^T t \times Z_t \times (1+i)^{-t-1} \begin{cases} > \\ = \\ < \end{cases} 0$$

Steigt der Kalkulationszinsfuß, hängt es von der Zahlungsreihe ab, ob der ökonomische Gewinn fällt, steigt oder konstant bleibt.

### 3. Der Ertragswert in $t=0$ steigt

Steigt der Ertragswert, so steigt auch der ökonomische Gewinn, da gilt:

$$EW_0 \uparrow \rightarrow i \times EW_0 \uparrow \rightarrow \text{Der ökonomische Gewinn steigt.}$$

Formal:

$$\frac{\partial \delta G}{\partial EW_0} = i > 0.$$

## (90) Lösung Aufgabe 107 Neutrale Steuersysteme

### a) Kapitalwert, Ertragswertabschreibung und ökonomischer Gewinn

#### 1. Kapitalwert vor Steuern

Bei einem Kapitalmarktzins vor Steuern von 10% beträgt der Kapitalwert vor Steuern:

$$C_0 = -1\,000 + \frac{150}{1,1} + \frac{250}{1,1^2} + \frac{300}{1,1^3} + \frac{400}{1,1^4} + \frac{200}{1,1^5} + \frac{150}{1,1^6} + \frac{50}{1,1^7} = 76,09$$

Die Durchführung der Investition liefert einen relativen Vermögensvorteil im Vergleich zur Unterlassungsalternative von 76,09 im Entscheidungszeitpunkt  $t=0$ . Die Investition ist vorteilhaft.

#### 2. Ertragswert, Ertragswertabschreibung, ökonomischer Gewinn

$t$	0	1	2	3	4	5	6	7
$Z_t$	-1 000	150	250	300	400	200	150	50
$EW_t$	[1 076,09]	[1 033,70]	[887,07]	[675,77]	[343,35]	[177,69]	[45,45]	[0]
$EWAt$		(-42,39)	(-146,63)	(-211,29)	(-332,42)	(-165,66)	(-132,23)	(-45,45)



Der ökonomische Gewinn beträgt:

$$\ddot{G}_t = 1\,076,09 \times 0,1 = 107,61$$

b) *Konstante Ertragswertabschreibung*

Die Ertragswertabschreibung bleibt z. B. konstant, wenn sie in jeder Periode null beträgt. Die diesem Ergebnis zugrundeliegende Zahlungsstruktur entspricht derjenigen einer festverzinslichen Anlage (Beispiel:  $i = 10\%$ , Anlage 100 EUR)

$t$	1	2	3	4	5	...	$\infty$
$Z_t$	100	100	100	100	100	100	100
$EW_t$	[1 000]	[1 000]	[1 000]	[1 000]	[1 000]	[1 000]	[1 000]
$EWA_t$		(-)	(-)	(-)	(-)	(-)	(-)
$\ddot{G}_t$		100	100	100	100	100	100

Die (periodischen) ökonomischen Gewinne sind dann konstant, wenn die Zahlungsüberschüsse konstant sind. Die Ertragswertabschreibung muss dann in jeder Periode null betragen.

c) *Sofortabschreibung und Zinsbereinigung*

• *Ausgangsparameter*

Der Kapitalmarktzins vor Steuern beträgt 10%, der Steuersatz betrage 50%. Die betrachtete Zahlungsreihe lautet:

$t$	0	1	2	3	4
$Z_t$	-800	500	300	600	300

Der Kapitalwert vor Steuern beträgt:

$$C_0 = -800 + \frac{500}{1,1} + \frac{300}{1,1^2} + \frac{600}{1,1^3} + \frac{300}{1,1^4} = 558,17$$

• *Sofortabschreibung in Form einer Cash-Flow-Steuer*

$t$	0	1	2	3	4
$Z_t$	-800	500	300	600	300
$S_t$	400	-250	-150	-300	-150
$Z_{s,t}$	-400	250	150	300	150

Der Kapitalwert nach Steuern beträgt:

$$\begin{aligned} C_{0,s} &= \sum_{t=0}^4 \frac{Z_t - s \times Z_t}{(1+i)^t} = \sum_{t=0}^4 \frac{(1-s) \times Z_t}{(1+i)^t} = (1-s) \times \sum_{t=0}^4 \frac{Z_t}{(1+i)^t} \\ &= -400 + \frac{250}{1,1} + \frac{150}{1,1^2} + \frac{300}{1,1^3} + \frac{150}{1,1^4} = 279,09 = (1-0,5) \times 558,17. \end{aligned}$$

- Die Investitionsauszahlung wird wegen der Sofortabschreibung zum Anteil  $1-s$  vom Investor und zum Anteil  $s$  vom Staat finanziert.



- Die Rückflüsse fließen zum Anteil  $1 - s$  an den Investor und zum Anteil  $s$  an den Staat.
  - Es hält also der Investor einen Anteil  $1 - s$  und der Staat einen Anteil von  $s$  an der Investition.
  - Der Investor wird diejenige Investition bevorzugen, bei der der Kapitalwert seines Beteiligungsanteils am größten ist. Das aber ist gerade bei der Investition mit dem höchsten Kapitalwert der Fall.
  - Es wird mit dem Kapitalmarktzins vor Steuern diskontiert.
- *Zinsbereinigte Einkommensteuer*

$t$	0	1	2	3	4
$Z_t$	-800	500	300	600	300
$AfA_t$		(-200)	(-200)	(-200)	(-200)
$KB_t$	[800]	[600]	[400]	[200]	[0]
$KB_{t-1}$		[800]	[600]	[400]	[200]
$i \times KB_{t-1}$		(-80)	(-60)	(-40)	(-20)
$BMG_t$		(220)	(40)	(360)	(80)
$S_t$		-110	-20	-180	-40
$Z_{s,t}$	-800	390	280	420	260

Der Kapitalwert nach Steuern beträgt:

$$C_{0,s} = -800 + \frac{390}{1,1} + \frac{280}{1,1^2} + \frac{420}{1,1^3} + \frac{260}{1,1^4} = 279,09 = (1 - 0,5) \times 558,17.$$

- Die Diskontierung bei der zinsbereinigten Einkommensteuer erfolgt wie bei der Cash-Flow-Steuer mit dem Bruttozins.
- Die Steuerfreiheit der Zinsen ergibt sich hier allerdings durch den Abzug des Schutzzins auf die Kapitalbindung.

Die Kapitalbindung  $KB_{t-1}$  ergibt sich als  $\sum_{\tau=0}^{t-1} G_{\tau} - \sum_{\tau=0}^{t-1} Z_{\tau}$

$$t=0: KB_0 = 0 - (-800) = 800$$

$$t=1: KB_1 = 800 + (500 - 200) - 500 = 600$$

$$t=2: KB_2 = 600 + (300 - 200) - 300 = 400$$

$$t=3: KB_3 = 400 + (600 - 200) - 600 = 200$$

$$t=4: KB_4 = 200 + (300 - 200) - 300 = 0$$

Wegen

$$\sum_{t=1}^T \frac{AfA_t + i \times KB_{t-1}}{(1+i)^t} = I_0$$

stimmen die Barwerte der steuerlichen Abzugsbeträge beider Steuern überein.

d) *Cash-Flow-Steuer und zinsbereinigte Einkommensteuer*

1. *Instandhaltungsrückstellung*

- *Ausgangsparameter*

Der Kapitalmarktzins vor Steuern beträgt 10%, der Steuersatz betrage 50%. Die betrachtete Zahlungsreihe lautet:



$t$	0	1	2	3	4
$Z_t$	-800	500	400	300	200

Der Kapitalwert vor Steuern beträgt:

$$C_0 = -800 + \frac{500}{1,1} + \frac{400}{1,1^2} + \frac{300}{1,1^3} + \frac{200}{1,1^4} = 347,12$$

- *Cash-Flow-Steuer*

$t$	0	1	2	3	4
$Z_t$	-800	500	400	300	200
$S_t$	400	-250	-200	-150	-100
$Z_{s,t}$	-400	250	200	150	100

Der Kapitalwert nach Steuern beträgt:

$$C_{0,s} = -400 + \frac{250}{1,1} + \frac{200}{1,1^2} + \frac{150}{1,1^3} + \frac{100}{1,1^4} = 173,56 = (1 - 0,5) \times 347,12.$$

- *Zinsbereinigte Einkommensteuer*

$t$	0	1	2	3	4
$Z_t$	-800	500	400	300	200
$AfA_t$		(-200)	(-200)	(-200)	(-200)
$RS_t$			(-40)		(+40)
$KB_t$	[800]	[600]	[360]	[160]	[0]
$KB_{t-1}$		[800]	[600]	[360]	[160]
$i \times KB_{t-1}$		(-80)	(-60)	(-36)	(-16)
$BMG$		(220)	(100)	(64)	(24)
$S_t$		-110	-50	-32	-12
$Z_{s,t}$	-800	390	350	268	188

Der Kapitalwert nach Steuern beträgt:

$$C_{0,s} = -800 + \frac{390}{1,1} + \frac{350}{1,1^2} + \frac{268}{1,1^3} + \frac{188}{1,1^4} = 173,56 = (1 - 0,5) \times 347,12.$$

## 2. Bildung eines aktiven Rechnungsabgrenzungspostens

- *Ausgangsparemeter*

Bildung eines aktiven Rechnungsabgrenzungspostens von 40 in der 2. Periode, Auflösung in der 4. Periode. Ansonsten werden die gleichen Annahmen getroffen wie unter 1..

- *Cash-Flow-Steuer*



$t$	0	1	2	3	4
$Z_t$	-800	500	400	300	200
$S_t$	400	-250	-200	-150	-100
$Z_{s,t}$	-400	250	200	150	100

Der Kapitalwert nach Steuern beträgt:

$$C_{0,s} = -400 + \frac{250}{1,1} + \frac{200}{1,1^2} + \frac{150}{1,1^3} + \frac{100}{1,1^4} = 173,56 = (1 - 0,5) \times 347,12.$$

- *Zinsbereinigte Einkommensteuer*

$t$	0	1	2	3	4
$Z_t$	-800	500	400	300	200
$AfA_t$		(-200)	(-200)	(-200)	(-200)
$ARAP_t$			(+40)		(-40)
$KB_t$	[800]	[600]	[440]	[240]	[0]
$KB_{t-1}$		[800]	[600]	[440]	[240]
$i \times KB_{t-1}$		(-80)	(-60)	(-44)	(-24)
$BMG_t$		(220)	(180)	(56)	(-64)
$S_t$		-110	-90	-28	+32
$Z_{s,t}$	-800	390	310	272	232

Der Kapitalwert nach Steuern beträgt:

$$C_{0,s} = -800 + \frac{390}{1,1} + \frac{310}{1,1^2} + \frac{272}{1,1^3} + \frac{232}{1,1^4} = 173,56 = (1 - 0,5) \times 347,12.$$

(90) **Lösung Aufgabe 108** *Crown Copper Corporation*

- a) *Ermittlung des ökonomischen Gewinns und des Ertragswerts nach Entnahme*

Zur Ermittlung des ökonomischen Gewinns ist zunächst der Ertragswert in  $t=0$  zu bestimmen. Alternativ bestimmt sich der Gewinn aus den Zahlungsüberschüssen abzüglich Abschreibungen zuzüglich Zinserträge. Nachstehende Tabelle skizziert die Vermögensentwicklung bei Entnahme des ökonomischen Gewinns:



$t$	0	1	2	3	4
$Z_t$		60	45	135	225
Modernisierung			-900		
Veräußerung					1 800
<i>Gesamt</i>	0	60	-855	135	2 025
$EW_t$	[100]	[90]	[990]	[1 350]	[0]
$EWA_t$		(-10)	(+900)	(+360)	(-1 350)
$KMA_t$		[10]	[-890]	[-1 250]	[100]
$i \times KMA_{t-1}$			5	-445	-625
$G_t$		50	50	50	50
Entnahme		50	50	50	50

Die Kapitalmarktanlage in  $t=4$  (und damit der Ertragswert in  $t=4$ ) entspricht dem Ertragswert in  $t=0$ . Dass der Ertragswert im Zeitablauf konstant bleibt, ist aus der Summe des Ertragswerts und der Kapitalmarktanlage in jeder Periode ersichtlich.

Der ökonomische Gewinn auf Basis des Ertragswerts in  $t=0$  beträgt

$$\ddot{G} = EW_0 \times i = 100 \times 0,5 = 50.$$

Wird dieser in jeder Periode entnommen, ergibt sich unter Berücksichtigung der liquiden Mittel in Form der Kapitalmarktanlage in  $t=4$  ein Barwert, der gerade dem Ertragswert in  $t=0$  entspricht

$$EW_0 = 50 \times \frac{1,5^4 - 1}{1,5^4 \times 0,5} + \frac{100}{1,5^4} = 100.$$

Die Kapitalmarktanlage in  $t=4$  stellt gleichzeitig den Barwert der unendlichen Entnahmen zu diesem Zeitpunkt dar:

$$\frac{50}{0,5} = 100$$

b) *Besteuerung des ökonomischen Gewinns*

Der Zinssatz nach Steuern beträgt ( $i_s = 0,5 \times (1 - 0,4) =$ ) 30%. Der ökonomische Gewinn beträgt demnach

$$\ddot{G} = EW_0 \times i_s = 100 \times 0,3 = 30.$$

Nachstehender Finanzplan zeigt die Entwicklung des Vermögens in Form der Kapitalmarktanlage, wenn der ökonomische Gewinn besteuert wird und der ökonomische Gewinn nach Steuern entnommen wird.



$t$	0	1	2	3	4
$Z_t$		60	45	135	225
Modernisierung			-900		
Veräußerung					1 800
Gesamt	0	60	-855	135	2 025
$EW_t$	[100]	[90]	[990]	[1 350]	[0]
$EWA_t$		(-10)	(+900)	(+360)	(-1 350)
$KMA_t$		[10]	[-890]	[-1 250]	[100]
$i \times KMA_{t-1}$			5	-445	-625
$G_t$		50	50	50	50
$S_t$		-20	-20	-20	-20
Entnahme		30	30	30	30

Die Kapitalmarktanlage und damit der Ertragswert in  $t=4$  beträgt trotz Besteuerung unverändert 100 EUR. Der Ertragswert der »Entnahme« (sofern die verbleibenden liquiden Mittel in  $t=4$  auch entnommen werden) beträgt

$$EW_0 = 30 \times \frac{1,3^4 - 1}{1,3^4 \times 0,3} + \frac{100}{1,3^4} = 100.$$

Auch hier gilt wieder, dass die Kapitalmarktanlage in  $t=4$  dem Barwert der unendlichen Entnahme des ökonomischen Gewinns entspricht:

$$\frac{30}{0,3} = 100$$

c) *Substanzerhaltung durch Entnahme des ökonomischen Gewinns?*

Die Orientierung der Entnahme am ökonomischen Gewinn hat die Erhaltung des Kapitals aus geldlicher Sicht zum Ziel. Dies erfolgt völlig losgelöst von der Substanz der Unternehmung. Die Orientierung am ökonomischen Gewinn folgt dem Vermögenskonzept des Gesamtvermögensvergleichs und nicht nach dem Einzelvermögensvergleich. Der Gesamtvermögensvergleich basiert auf künftigen Zahlungen. Aus bilanzieller Sicht wird auf der Aktivseite der Barwert künftiger Einzahlungen ausgewiesen und auf der Passivseite der Barwert künftiger Auszahlungsverpflichtungen.

d) *Entnahme des ökonomischen Gewinns bei Inflation*

Der nominelle Kapitalmarktzins beträgt 80%. Zwischen dem inflationsären (nominellen)Zins, der Inflationsrate  $\rho$  und dem realen Zins besteht bei vollkommener Inflationsüberwälzung folgender Zusammenhang:

$$i_{nom} = (1 + i_{real}) \times (1 + \rho) - 1$$

Demnach ergibt sich der reale Zins als

$$i_{real} = \frac{1 + i_{nom}}{(1 + \rho)} - 1$$





und die Inflationsrate

$$\rho = \frac{1 + i_{nom}}{(1 + i_{real})} - 1.$$

Im vorliegenden Beispiel beträgt die Inflationsrate demnach:

$$\rho = \frac{1 + 0,8}{(1 + 0,5)} - 1 = 0,2 = 20\%$$

Zum Beispiel werden aus den realen Zahlungsüberschüssen in  $t = 3$  i. H. v. 135 nominelle Überschüsse i. H. v. ( $135 \times 1,2^3 =$ ) 233,28.

Bei Entnahme des ökonomischen Gewinns auf der Grundlage der nominalen Werte ergibt sich folgende Vermögensentwicklung:

$t$	0	1	2	3	4
$Z_t$		72	64,80	233,28	466,56
Modernisierung			-1 417,50		
Veräußerung					3 732,48
Gesamt	0	72	-1 352,70	233,28	4 199,04
$EW_t$	[62,50]	[40,50]	[1 425,60]	[2 332,80]	[0]
$EWA_t$		(22)	(-1 385,10)	(-907,20)	(2 332,80)
$KMA_t$		[22]	[-1 363,10]	[-2 270,30]	[62,50]
$i \times KMA_{t-1}$			17,60	-1 090,48	-1 816,24
$G_t$		50	50	50	50
Entnahme		50	50	50	50

Auch im Fall der Inflation führt die Entnahme des ökonomischen Gewinns zur Ertragswerterhaltung. Die konstante Entnahme ändert sich dabei betragsmäßig nicht im Vergleich zum Fall ohne Inflation.

e) *Entnahme bei Ausschüttungsvorschriften*

Die Umsatzerlöse betragen 60 Mio. GE, die Abschreibungen 10 Mio. GE ( $40 \times 0,25$ ), der Gewinn beträgt demnach 50 Mio. GE und entspricht dem ökonomischen Gewinn. Die Ausschüttung des ökonomischen Gewinns in  $t = 1$  kann auch dann erfolgen, wenn die maximale Ausschüttung auf den durch Einzelvermögensvergleich ermittelten Gewinn begrenzt ist.

(92) **Lösung Aufgabe 109** *Besteuerung des ökonomischen Gewinns*

Der Kapitalmarktzins vor Steuern beträgt 10%, der Steuersatz 40%. Der Zinssatz nach Steuern beträgt demnach 6%. Um die Besteuerung des ökonomischen Gewinns sichtbar zu machen, empfiehlt sich die Verwendung eines vollständigen Finanzplans. Die Zahlungsüberschüsse nach Steuern (Netto-Einzahlungsüberschüsse) ergeben unter der Maßgabe der Entnahme des ökonomischen Gewinns nach Steuern:



$t$	0	1	2	3	4
$Z_t$	-100 000	0	0	13 310	161 051
$EW_t$	[120 000]	[132 000]	[145 200]	[146 410]	[0]
$EWA_t$		(12 000)	(13 200)	(1 210)	(-146 410)
$KMA_t$		[-12 000]	[-25 200]	[-26 410]	[120 000]
$i \times KMA_{t-1}$		0	-1 200	-2 520	-2 641
$BMG_t$		(12 000)	(12 000)	(12 000)	(12 000)
$S_t$		-4 800	-4 800	-4 800	-4 800
$Ent_t$		7 200	7 200	7 200	7 200

Der ökonomische Gewinn vor Steuern beträgt

$$\ddot{G}_t = 0,1 \times 120\,000 = 12\,000$$

bzw. nach Steuern

$$\ddot{G}_{s,t} = 0,06 \times 120\,000 = 7\,200$$

Der Kapitalwert vor Steuern beträgt

$$C_0 = -100\,000 + \frac{13\,310}{1,1^3} + \frac{161\,051}{1,1^4} = 20\,000.$$

Der Kapitalwert nach Steuern ergibt

$$C_{0,s} = -100\,000 + \frac{7\,200}{1,06} + \frac{7\,200}{1,06^2} + \frac{7\,200}{1,06^3} + \frac{127\,200}{1,06^4} = 20\,000.$$

Bei der Ermittlung des Kapitalwerts nach Steuern müssen die liquiden Mittel in  $t=4$  in Form der Kapitalmarktanlage mit berücksichtigt werden. Faktisch stellt die Kapitalmarktanlage in  $t=2$  den Barwert der unendlichen Entnahme des ökonomischen Gewinn dar.

$$KMA_T = \frac{7\,200}{0,06} = 120\,000$$



## (92) Lösung Aufgabe 110 Zinsbereinigte Einkommensteuer und Verlustverrechnung

## a) Kapitalwert vor Steuern

Bei einem Kapitalmarktzins von  $i = 5\%$  beträgt der Kapitalwert vor Steuern

$$C_0 = -900 + \frac{200}{1,05} + \frac{700}{1,05^2} + \frac{800}{1,05^3} = 616,47.$$

## b) Kapitalwert nach Steuern bei zinsbereinigter Einkommensteuer

Die Zahlungsüberschüsse nach Steuern bei Besteuerung des zinsbereinigten Gewinns betragen (Werte in TEUR):

$t$	0	1	2	3
$Z_t$	-900	200	700	800
$AfA_t$		(-300)	(-300)	(-300)
$KB_{t-1}$		[900]	[600]	[300]
$i \times KB_{t-1}$		(-45)	(-30)	(-15)
$BMG_t$		(-145)	(370)	(485)
$S_t$		43,50	-111	-145,50
$Z_{s,t}$	-900	243,50	589	654,50

Der Kapitalwert nach Steuern beträgt

$$C_{0,s} = -900 + \frac{243,50}{1,05} + \frac{589}{1,05^2} + \frac{654,50}{1,05^3} = 431,53.$$

Der Steuersatz beträgt 30%. Der Kapitalwert nach Steuern stellt eine Lineartransformation des Kapitalwerts vor Steuern dar. Es gilt:

$$C_{0,s} = C_0 \times (1 - s) = 616,47 \times (1 - 0,3) = 431,53.$$

## c) Kapitalwert nach Steuern bei Zinsbereinigung und Rückstellungen

$t$	0	1	2	3
$Z_t$	-900	200	700	800
$AfA_t$		(-300)	(-300)	(-300)
$RSt_t$			(-200)	(+200)
$KB_{t-1}$		[900]	[600]	[100]
$i \times KB_{t-1}$		(-45)	(-30)	(-5)
$BMG_t$		(-145)	(170)	(695)
$S_t$		43,50	-51	-208,50
$Z_{s,t}$	-900	243,50	649	591,50

Der Kapitalwert nach Steuern beträgt

$$C_{0,s} = -900 + \frac{243,50}{1,05} + \frac{649}{1,05^2} + \frac{591,50}{1,05^3} = 431,53.$$



Das Beispiel zeigt, dass Periodisierungen von Zahlungen, wie z. B. die Bildung einer Rückstellung, keinen Einfluss auf den Kapitalwert nach Steuern haben.



- d) *Kapitalwert nach Steuern bei zinsbereinigter Einkommensteuer und Verlustverrechnungsbeschränkungen*

$t$	0	1	2	3
$Z_t$	-900	200	700	800
$AfA_t$		(-300)	(-300)	(-300)
$RSI_t$			(-200)	(+200)
$KB_{t-1}$		[900]	[745]	[100]
$i \times KB_{t-1}$		(-45)	(-37,25)	(-5)
$G_t$		(-145)	(162,75)	(695)
$VV_t$		[145]		
$VA_t$			(-145)	
$BMG_t$		(0)	(17,75)	(695)
$S_t$		0	-5,33	-208,50
$Z_{s,t}$		200	694,67	591,50

Der Kapitalwert nach Steuern beträgt

$$C_{0,s} = -900 + \frac{200}{1,05} + \frac{694,67}{1,05^2} + \frac{591,50}{1,05^3} = 431,53.$$

(93) **Lösung Aufgabe 111** *Besteuerung des ökonomischen Gewinns*

- a) *Kapitalwert vor Steuern*

Bei einem Zinssatz vor Steuern von 4% beträgt der Kapitalwert:

$$C_0 = -1\,600 + \frac{500}{1,04} + \frac{200}{1,04^2} + \frac{700}{1,04^3} + \frac{400}{1,04^4} = 29,90.$$

- b) *Kapitalwert nach Steuern bei Besteuerung des ökonomischen Gewinns*

Bei einem Steuersatz von 35% ergeben sich folgende Zahlungsüberschüsse nach Steuern:

$t$	0	1	2	3	4
$Z_t$	-1 600	500	200	700	400
$EW_t$	[ 1 629,90 ]	[ 1 195,10 ]	[ 1 042,90 ]	[ 384,62 ]	[ 0 ]
$EWA_t$		(-434,80)	(-152,20)	(-658,28)	(-384,62)
$BMG_t$		(65,20)	(47,80)	(41,72)	(15,38)
$S_t$		-22,82	-16,73	-14,60	-5,38
$Z_{s,t}$	-1 600	477,18	183,27	685,40	394,62

Bei einem Zinssatz nach Steuern von  $i_s = 2,6\%$  beträgt der Kapitalwert nach Steuern

$$C_{0,s} = -1\,600 + \frac{477,18}{1,026} + \frac{183,27}{1,026^2} + \frac{685,40}{1,026^3} + \frac{394,62}{1,026^4} = 29,90$$

und entspricht damit dem Kapitalwert vor Steuern.



- c) *Kapitalwert nach Steuern bei Besteuerung des ökonomischen Gewinns und einem Steuersatz von 50%*

Bei einem Steuersatz von 50% ergeben sich folgende Zahlungsüberschüsse nach Steuern:

$t$	0	1	2	3	4
$Z_t$	-1 600	500	200	700	400
$EW_t$	[ 1 629,90 ]	[ 1 195,10 ]	[ 1 042,90 ]	[ 384,62 ]	[ 0 ]
$EWA_t$		(-434,80)	(-152,20)	(-658,28)	(-384,62)
$BMG_t$		(65,20)	(47,80)	(41,72)	(15,38)
$S_t$		-32,60	-23,90	-20,86	-7,69
$Z_{s,t}$	-1 600	467,40	176,10	679,14	392,31

Bei einem Zinssatz nach Steuern von  $i_s = 2\%$  beträgt der Kapitalwert nach Steuern

$$C_{0,s} = -1\,600 + \frac{467,40}{1,02} + \frac{176,10}{1,02^2} + \frac{679,14}{1,02^3} + \frac{392,31}{1,02^4} = 29,90$$

Sofern der Steuersatz konstant bleibt, verändert sich der Kapitalwert nach Steuern bei Veränderung des Steuersatzes nicht.

(93) **Lösung Aufgabe 112** *Neutrale Steuersysteme und Vermögensrentabilität*

- a) *Kapitalwert und Baldwin-Rendite vor Steuern*

- *Kapitalwert*

Bei einem Kapitalmarktzins vor Steuern von 9% beträgt der Kapitalwert (Werte in TEUR):

$$C_0 = -250 + \frac{80}{1,09} + \frac{112,5}{1,09^2} + \frac{150}{1,09^3} + \frac{180}{1,09^4} + \frac{200}{1,09^5} = 291,41.$$

- *Baldwin-Rendite*

$$r_B = \left( \frac{\frac{80}{1,09^{-4}} + \frac{112,5}{1,09^{-3}} + \frac{150}{1,09^{-2}} + \frac{180}{1,09^{-1}} + 200}{250} \right)^{\frac{1}{5}} - 1 = 0,2722 = 27,22\%$$

Da der Kapitalwert positiv ist bzw. die Baldwin-Rendite über dem Kapitalmarktzins liegt, wird die Realinvestition durchgeführt.

- b) *Kapitalwert nach Steuern*

Die Zahlungsüberschüsse nach Steuern ergeben (Werte in TEUR):



$t$	0	1	2	3	4	5
$Z_t$	-250	80	112,50	150	180	200
$AfA_t$		(-50)	(-50)	(-50)	(-50)	(-50)
$BMG_t$		(30)	(62,50)	(100)	(130)	(150)
$S_t$		-13,50	-28,13	-45	-58,50	67,50
$Z_{s,t}$		66,50	84,37	105	121,50	132,50

Bei einem Zinssatz nach Steuern von  $i_s = 0,09 \times (1 - 0,25) = 6,75\%$  beträgt der Kapitalwert nach Steuern:

$$C_{0,s} = -250 + \frac{66,5}{1,0675} + \frac{84,37}{1,0675^2} + \frac{105}{1,0675^3} + \frac{121,5}{1,0675^4} + \frac{132,5}{1,0675^5} = 161,80.$$

c) *Kapitalwert bei Cash-Flow Steuer*

Bei der Cash-Flow-Steuer findet eine Sofortabschreibung in  $t=0$  statt, die zu einer sofortigen Steuererstattung führt.

$t$	0	1	2	3	4	5
$Z_t$	-250	80	112,50	150	180	200
$S_t$	112,50	-36	-50,63	-67,50	-81	-90
$Z_{s,t}$	-137,50	44	61,87	82,50	99	110

Der Kapitalwert nach Steuern beträgt (bei Verwendung des Zinssatzes vor Steuern)

$$C_{0,s} = -137,5 + \frac{44}{1,09} + \frac{61,87}{1,09^2} + \frac{82,5}{1,09^3} + \frac{99}{1,09^4} + \frac{110}{1,09^5} = 160,28.$$

Es muss gelten  $C_{0,s} = (1 - s) \times C_0$

$$C_{0,s} = (1 - 0,45) \times 291,41 = 160,28$$

d) *Baldwin-Rendite nach Steuern*

$$r_B = \left( \frac{\frac{44\,000}{1,09^{-4}} + \frac{61\,875}{1,09^{-3}} + \frac{82\,500}{1,09^{-2}} + \frac{99\,000}{1,09^{-1}} + 110\,000}{137\,500} \right)^{\frac{1}{5}} - 1 = 0,2722 = 27,22\%$$

Die Baldwin-Rendite verändert sich durch die Besteuerung nicht.

e) *Kapitalwert nach Steuern bei zinsbereinigter Einkommensteuer*



$t$	0	1	2	3	4	5
$Z_t$	-250	80	112,50	150	180	200
$AfA_t$		(-50)	(-50)	(-50)	(-50)	(-50)
$KB_{t-1}$		[250]	[200]	[150]	[100]	[50]
$i \times KB_{t-1}$		(-22,50)	(-18)	(-13,50)	(-9)	(-4,50)
$BMG_t$		(7,50)	(44,50)	(86,50)	(121)	(145,50)
$S_t$		-3,38	-20,03	-38,93	-54,45	-65,48
$Z_{s,t}$	-250	76,63	92,47	111,07	125,55	134,52

Der Kapitalwert nach Steuern beträgt

$$C_{0,s} = -250 + \frac{76,63}{1,09} + \frac{92,47}{1,09^2} + \frac{111,07}{1,09^3} + \frac{125,55}{1,09^4} + \frac{134,52}{1,09^5} = 160,28$$

und ist identisch zum Ergebnis bei Cash-Flow-Besteuerung.

f) *Steuerfreiheit von Zinsen*

Die Steuerfreiheit von Zinserträgen stellt lediglich eine administrative Vereinfachung dar. Der Kapitalwert einer festverzinslichen Anlage beträgt im Vor- und im Nachsteuerfall null.

• *Beispiel*

Es werden 100 EUR für drei Perioden zu 10% angelegt. Der Steuersatz beträgt 50%.

• *Kapitalwert vor Steuern*

$t$	0	1	2	3
$Z_t$	-100	10	10	110

Der Kapitalwert vor Steuern beträgt

$$C_0 = -100 + \frac{10}{1,1} + \frac{10}{1,1^2} + \frac{110}{1,1^3} = 0$$

• *Kapitalwert nach Steuern*

$t$	0	1	2	3
$Z_t$	-100	10	10	110
$BMG_t$		(10)	(10)	(10)
$S_t$		-5	-5	-5
$Z_{s,t}$	-100	5	5	105

Die Geldanlage und die Rückzahlung des Kapitals bleiben steuerlich unbeachtlich. Dies gilt auch für Privateinlagen und Entnahmen in bar. Alle Bewegungen im Vermögensbereich bleiben demnach auch bei der Cash-Flow-Steuer unbeachtlich. Der Kapitalwert nach Steuern beträgt bei einem Zinssatz nach Steuern von 5%

$$C_{0,s} = -100 + \frac{5}{1,05} + \frac{5}{1,05^2} + \frac{105}{1,05^3} = 0$$





(94) **Lösung Aufgabe 113** *Ökonomischer Gewinn und Baldwin-Rendite*

Aus Aufgabe 56 ist bekannt, dass die Baldwin-Rendite ein zum Kapitalwert äquivalentes Entscheidungsmaß ist. Da im Fall der Besteuerung des ökonomischen Gewinns der Kapitalwert nach Steuern bzw. das Endvermögen nach Steuern konstant bleiben, entspricht die Baldwin-Rendite vor Steuern der Baldwin-Rendite nach Steuern. Es gilt in diesem Fall  $r_B = r_{s,B}$ .

(94) **Lösung Aufgabe 114** *Zinsbereinigte Einkommensteuer*a) *Kapitalwert vor Steuern*

Der Kapitalwert vor Steuern beträgt bei einem Zinssatz von 8%

$$C_0 = -1\,000 + \frac{460}{1,08} + \frac{360}{1,08^2} + \frac{260}{1,08^3} + \frac{220}{1,08^4} = 102,67.$$

Die Investition ist vorteilhaft.

b) *Kapitalwert nach Steuern*

Die Zahlungsüberschüsse nach Steuern bei einer einfachen Gewinnsteuer mit einem Steuersatz von 50% und mit sofortigem vollständigen Verlustausgleich ergibt:

$t$	0	1	2	3	4
$Z_t$	-1 000	460	360	260	220
$AfA_t$		(-700)	(-100)	(-100)	(-100)
$BMG_t$		(-240)	(260)	(160)	(120)
$S_t$		120	-130	-80	-60
$Z_{s,t}$	-1 000	580	230	180	160

Der Kapitalwert nach Steuern ergibt bei einem Zinssatz nach Steuern von  $i_s = 0,08 \times (1 - 0,5) = 4\%$ :

$$C_{0,s} = -1\,000 + \frac{580}{1,04} + \frac{230}{1,04^2} + \frac{180}{1,04^3} + \frac{160}{1,04^4} = 67,13$$

Die Investition ist auch nach Steuern noch vorteilhaft.

c) *Kapitalwerts bei beschränkter Verlustverrechnung*

Die Verlustverrechnungsbeschränkung besteht in der Beschränkung des Abzugs auf positive Erträge der Periode bzw. künftigen Perioden. Durch die verzögerte Verrechnung entsteht ein Zinseffekt. Die Zahlungsüber-



schüsse nach Steuern betragen jetzt:

$t$	0	1	2	3	4
$Z_t$	-1 000	460	360	260	220
$AfA_t$		(-700)	(-100)	(-100)	(-100)
$VV_t$		[+240]			
$VA_t$			-240		
$BMG_t$		(0)	(20)	(160)	(120)
$S_t$		-0	-10	-80	-60
$Z_{s,t}$	-1 000	460	350	180	160

Der Kapitalwert nach Steuern beträgt jetzt:

$$C_{0,s} = -1\,000 + \frac{460}{1,04} + \frac{350}{1,04^2} + \frac{180}{1,04^3} + \frac{160}{1,04^4} = 62,69$$

Die Differenz zum Kapitalwert nach Steuern aus b) ergibt sich aus dem Zinseffekt, der durch die um eine Periode verzögerte Steuererstattung resultiert:

$$\text{Zinseffekt} = 0,5 \times 240 \times \left( \frac{1}{1,04} - \frac{1}{1,04^2} \right) = 4,44$$



d) *Kapitalwert nach Steuern bei Zinsbereinigung*

Die Zahlungsüberschüsse nach Steuern betragen:

$t$	0	1	2	3	4
$Z_t$	-1 000	460	360	260	220
$AfA_t$		(-700)	(-100)	(-100)	(-100)
$KB_t$	[1 000]	[620]	[309,60]	[100]	[0]
$i \times KB_{t-1}$		(-80)	(-49,60)	(-24,77)	(-8)
$G_t$		(-320)	(210,40)	(135,23)	(112)
$VV_t$		[320]	[109,60]		
$VA_t$			(-210,40)	(-109,60)	
$BMG_t$		(0)	(0)	(25,63)	(112)
$S_t$		0	0	-12,82	-56
$Z_{s,t}$	-1 000	460	360	247,18	164

Der Kapitalwert nach Steuern beträgt (unter Verwendung des Zinssatzes vor Steuern)

$$C_{0,s} = -1\,000 + \frac{460}{1,08} + \frac{360}{1,08^2} + \frac{247,18}{1,08^3} + \frac{164}{1,08^4} = 51,34$$

und verhält sich zum Kapitalwert vor Steuern durch:

$$C_{0,s} = C_0 \times (1 - s) = 102,67 \times (1 - 0,5) = 51,34$$

- *Ermittlung der Kapitalbindung*

Formal ergibt sich die Kapitalbindung durch:

$$KB_t = I_0 - \sum_{\tau=0}^t AfA_{\tau} + VV_t$$

Die Kapitalbindung ergibt jeweils

$$KB_1 = 1\,000 - 0 - 0 = 1\,000$$

$$KB_2 = 1\,000 - 700 + 320 = 620$$

$$KB_3 = 1\,000 - (700 + 100 + 100) + 0 = 100$$

$$KB_4 = 1\,000 - (700 + 100 + 100 + 100) + 0 = 0$$

Der Verlustvortrag kann als nicht verrechnete Abschreibung interpretiert werden und erhöht demnach die Kapitalbindung. Buchhalterisch existieren zwei Möglichkeiten der Abbildung des Verlustvortrags.

- *Möglichkeit 1*

Die Abschreibungen werden um den Verlustvortrag gekürzt. In diesem Fall wird der Vermögensgegenstand in der Bilanz höher ausgewiesen als im Fall der planmäßigen Abschreibung.



- *Möglichkeit 2*

Der Verlustvortrag wird (erfolgsneutral) als »Asset« in die Bilanz aufgenommen. Er stellt in diesem Fall eine Wertkorrektur zum Vermögensgegenstand dar. *Beispiel:* Erfassung des Verlustvortrags in  $t = 1 \dots$

<i>Verlustvortrag</i>	320 EUR		[B-37]
<i>an Eigenkapital</i>		320 EUR	

$\dots$  und (erfolgsneutrale) Abschreibung in den Folgeperioden als steuerlicher Verlustabzug

<i>Eigenkapital</i>	210,40 EUR		[B-38]
<i>an Verlustvortrag</i>		201,40 EUR	

Die bilanzielle Abbildung in  $t = 1$  ergibt sich dann wie folgt:

<i>Aktiva</i>	<i>Bilanz in <math>t = 1</math></i>		<i>Passiva</i>
<i>Maschine</i>	300	<i>EK</i>	620
<i>Verlustvortrag</i>	320		
<i>Summe</i>	620	<i>Summe</i>	620

Erfolgt die Aktivierung des Verlustvortrags erfolgswirksam, muss dieser bei der Ermittlung der steuerlichen Bemessungsgrundlage wieder abgezogen werden

<i>Soll</i>	<i>GuV in <math>t = 1</math></i>		<i>Haben</i>
<i>AfA</i>	700	<i>UE</i>	460
<i>Zinsen</i>	80	<i>Verlust</i>	320
<i>Summe</i>	780	<i>Summe</i>	780

(94) **Lösung Aufgabe 115** *Zinsbereinigte Einkommensteuer umfassend*

a) *Kapitalwert bei Cash-Flow-Besteuerung*

Charakteristisch für die Cash-Flow Steuer ist die Diskontierung der Zahlungsüberschüsse nach Steuern mit dem Kalkulationszinsfuß *vor* Steuern. Es gilt  $i = i_s = 10\%$ . Zudem findet in  $t = 0$  eine Sofortabschreibung statt. Die Zahlungsüberschüsse nach Steuern betragen:

<i>t</i>	0	1	2	3
<i>Z<sub>t</sub></i>	-900	500	200	500
<i>AfA<sub>t</sub></i>	(-900)	(-0)	(-0)	(-0)
<i>BMG<sub>t</sub></i>	(-900)	(500)	(200)	(500)
<i>S<sub>t</sub></i>	450	-250	-100	-250
<i>Z<sub>s,t</sub></i>	-450	250	100	250

Der Kapitalwert nach Steuern beträgt:

$$C_{0,s} = -450 + \frac{250}{1,1} + \frac{100}{1,1^2} + \frac{250}{1,1^3} = 47,75$$



- b) *Kapitalwert bei zinsbereinigter Einkommensteuer und linearer Abschreibung*  
(*KB = gebundenes Kapital*)

Die Kapitalbindung unter den genannten Voraussetzungen entspricht jeweils dem Restbuchwert der Maschine. Formal:

$$KB_t = I_0 - \sum_{\tau=0}^t AfA_\tau$$

Die steuerliche Bemessungsgrundlage ergibt sich durch:

$$BMG_t = Z_t - AfA_t - i \times KB_{t-1}$$

Die Zahlungsüberschüsse nach Steuern betragen jeweils:

<i>t</i>	0	1	2	3
$Z_t$	-900	500	200	500
$AfA_t$		(-300)	(-300)	(-300)
$KB_t$	[900]	[600]	[300]	0
$i \times KB_{t-1}$		(-90)	(-60)	(-30)
$BMG_t$		(110)	(-160)	(170)
$S_t$		-55	80	-85
$Z_{s,t}$	-900	445	280	415

Der Kapitalwert nach Steuern beträgt

$$C_{0,s} = -900 + \frac{445}{1,1} + \frac{280}{1,1^2} + \frac{415}{1,1^3} = 47,75$$

und entspricht dem Kapitalwert nach Steuern bei der Cash-Flow-Besteuerung.

- *Buchungssätze in  $t = 2$*

Umsatzerlöse

*Kasse* 200 EUR [B-39]  
*an Umsatzerlöse* 200 EUR

Abschreibung der Maschine

*AfA* 300 EUR [B-40]  
*an Maschine* 300 EUR

kalkulatorische Zinsen

*kalkulatorische Zinsen* 60 EUR [B-41]  
*an Eigenkapital* 60 EUR

Einlage i. H. d. Steuererstattung

*Kasse* 80 EUR [B-42]  
*an Privat* 80 EUR



## Privatentnahme der liquiden Mittel

[B-43]

Privat

280 EUR

an Kasse

280 EUR

- c) Kapitalwert bei zinsbereinigter Einkommensteuer, Sonderabschreibung und Endvermögensmaximierung

Werden keine Entnahmen getätigt, kumulierten sich die liquiden Mittel bis zum Planungshorizont. Dadurch entstehen ab  $t = 2$  Zinserträge. Werden Zinserträge in der steuerlichen Bemessungsgrundlage berücksichtigt, erhöht sich die Kapitalbindung um die liquiden Mittel. Formel:

$$KB_t = I_0 - \sum_{\tau=0}^t AfA_{\tau} + KMA_t$$

Die steuerliche Bemessungsgrundlage beträgt:

$$BMG_t = Z_t - AfA_t + i \times KMA_{t-1} - i \times KB_{t-1}$$

Das Endvermögen ermittelt sich wie folgt:

$t$	0	1	2	3
$Z_t$	-900	500	200	500
$AfA_t$		(-540)	(-180)	(-180)
$KMA_t$		[565]	[829,50]	[0]
$i \times KMA_{t-1}$		0	56,50	82,95
$KB_t$	[900]	[925]	[1 009,50]	[0]
$i \times KB_{t-1}$		(-90)	(-92,50)	(-100,95)
$BMG_t$		(-130)	(-16)	(302)
$S_t$		65	8	-151
$Z_{s,t}$		565	264,50	431,95
$Ent_t$	-900	0	0	1 261,45

Bei der Ermittlung der Kapitalbindung werden hier die liquiden Mittel in Form der Kapitalmarktanlage mitberücksichtigt, obwohl es sich bei den liquiden Mitteln nicht um gebundenes Kapital handelt. Durch die höhere Kapitalbindung steigen die abzugsfähigen kalkulatorischen Zinsen der Folgeperiode. Gleichzeitig erhöhen die Zinsen aus der Kapitalmarktanlage den Gewinn. Folglich ergeben sich zwei Vorgehensweisen zur Behandlung des Kassenbestands bei der Ermittlung der Kapitalbindung:

1. Vernachlässigung des Kassenbestands und der daraus resultierenden Zinsen
2. Einbezug des Kassenbestands und der daraus resultierenden Zinsen.  
Der Kapitalwert nach Steuern ergibt:

$$C_{0,s} = -900 + \frac{1261,45}{1,1^3} = 47,75$$



Die Entnahme am Ende jeder Periode bzw. die Endvermögensmaximierung haben keinen Einfluss auf den Kapitalwert nach Steuern.





- d) *Kapitalwert bei zinsbereinigter Einkommensteuer mit Rückstellungsbildung und ohne laufende Entnahmen*

Die Kapitalbindung ergibt sich jetzt als:

$$KB_t = I_0 - \sum_{\tau=0}^t AfA_\tau + KMA_t - RSt_t$$

Die Bemessungsgrundlage ergibt:

$$BMG_t = Z_t - AfA_t + i \times KMA_{t-1} - RSt_t - i \times KB_{t-1}$$

	0	1	2	3
$Z_t$	-900	500	200	500
$AfA_t$		(-300)	(-300)	(-300)
$KMA_t$		[445]	[819,50]	[0]
$i \times KMA_{t-1}$		0	44,50	81,95
$RSt_t$		(0)	(-100)	(100)
$KB_t$	[-900]	[-1 045]	[-1 019,50]	0
$i \times KB_{t-1}$		[90]	[104,50]	[101,95]
$BMG_t$		(110)	(-260)	(280)
$S_t$		-55	130	-140
$Z_{s,t}$		445	374,50	441,95
$Ent_t$		0	0	1 261,45

Der Kapitalwert nach Steuern ergibt:

$$C_{0,s} = -900 + \frac{1\,261,45}{1,1^3} = 47,75$$

- e) *Kapitalwert nach Steuern bei Anwendung des Standardmodells ( $i = 10\%$ ,  $i_s = 5\%$ ):*  
Die Zahlungsüberschüsse nach Steuern betragen:

$t$	0	1	2	3
$Z_t$	-900	500	200	500
$AfA_t$		(-300)	(-300)	(-300)
$BMG_t$		(200)	(-100)	(200)
$S_t$		100	-50	100
$Z_{s,t}$	-900	400	250	400

Der Kapitalwert nach Steuern beträgt:

$$C_{0,s} = -900 + \frac{400}{1,05} + \frac{250}{1,05^2} + \frac{400}{1,05^3} = 53,24$$

- f) *Erläuterung der Differenz*



Die Differenz der Kapitalwerte nach Steuern bei zinsbereinigter Einkommensteuer beträgt:

$$C_{0,s}^{\Delta} = C_{0,s}^{zbE} - C_{0,s} = 47,75 - 53,24 = -5,51$$

- *Schutzzinseffekt*

Der Barwert des Schutzzinseszinses beträgt:

$$BW = \frac{90}{1,1} + \frac{60}{1,1^2} + \frac{30}{1,1^3} = 153,94$$

$$BW \times s = 153,94 \times 0,5 = 76,97$$

- *Effekt durch abweichende Verzinsung ( $i$  versus  $i_s$ )*

Kapitalwert des Standardmodells mit  $i = 10\%$  statt  $i_s = 5\%$  diskontiert:

$$C_{0,s} = \frac{400}{1,1} + \frac{250}{1,1^2} + \frac{400}{1,1^3} - 900 = -29,23$$

Die Differenz der Kapitalwerte beträgt:

$$C_{0,s}^{i_s=10\%} - C_{0,s}^{i_s=0,05\%} = -29,23 - 53,24 = -82,47$$

- *Summe der beiden Effekte:*

$$76,97 - 82,47 \approx -5,51$$



## 9 Anwendungsfälle für das Standardmodell mit Ertragsteuern

### (96) Lösung Aufgabe 116 Wahr oder falsch?

1. *wahr* | Steuern wirken hier bei der Abschreibung, bei der Versteuerung der Mieten und dem Abzug der Fremdkapitalkosten (Zinsen).
2. *falsch* | Wenn keine sofortige und vollständige Verlustverrechnung existiert, kann es sein, dass der Vorteil der schnelleren, degressiven Abschreibung nicht zum Tragen kommt, da etwaige Verluste erst in künftigen Rechnungsperioden abzugsfähig sind.
3. *falsch* | Die Finanzielle Wirkung von Rückstellungen basiert auf der der Auszahlung vorangehenden Steuererstattung bei Rückstellungsbildung.
4. *falsch* | Es ist umgekehrt. Da bei Ansammlungsrückstellungen die Rückstellungen erst im Zeitablauf gebildet werden, ist der Zins- und damit der Finanzierungseffekt nicht so erheblich wie bei Rückstellungen, die im Kapitaldeckungsverfahren gebildet werden.
5. *wahr* | Das liegt daran, dass die Steuern auf die Zinsen erst bei Rückzahlung gezahlt werden müssen. Insofern tritt ein Zinseffekt auf, der Steuerbarwert beim Zerobond ist kleiner als bei der Normalanleihe.
6. *wahr* | Korrespondierend unterliegt in der Rentenphase der bereits besteuerte Anteil nicht mehr der Besteuerung, zu besteuern sind nur die noch nicht steuerlich erfassten Rentenzinsen.
7. *wahr* | Korrespondierend erfolgt keine Besteuerung der Rentenbeiträge (die Beiträge sind abzugsfähig) und der Ansparzinsen.
8. *wahr* | Das Problem ist, dass der Grenzpreis den Steuerbarwert durch die Abschreibung beeinflusst und der Steuerbarwert wiederum Einfluss auf den Grenzpreis hat.
9. *falsch* | Beim »Finance-Leasing« ist das der Fall.
10. *wahr* | Ist der Leasingnehmer wirtschaftlicher Eigentümer, muss er den Leasinggegenstand bilanzieren und abschreiben. Da er nicht beides parallel geltend machen kann (Leasingrate und Abschreibung), ist neben der Abschreibung nur der Zinsanteil der Leasingrate abzugsfähig.
11. *falsch* | Durch den unterschiedlichen zeitlichen Anfall der Zinszahlungen hängt der Kapitalwert nach Steuern von der Rückzahlungsstruktur ab.
12. *falsch* | Erfolgsteuern können einen maßgeblichen Einfluss auf den Grenzpreis haben. Zum Beispiel weil Veräußerungsgewinne steuerpflichtig sind.
13. *falsch* | Der Kapitalwert kann dadurch auch sinken, wenn es sich um Auszahlungen handelt.
14. *wahr* | Durch die Berücksichtigung z. B. monatlicher Mieteinnahmen im Vergleich zur Annahme, dass die Mieteinnahmen immer nachschüssig erfolgen, können im Zeitablauf erhebliche (positive) Zinseffekte resultieren.
15. *falsch* | Es kommt auf die Tilgungsstruktur an. Wenn gleichzeitig monatliche Tilgungszahlungen vorliegen, steigt der Kapitalwert durch die exakte Rechnung. Im Fall eines endfälligen Darlehens würde bei exakter



Berechnung der Kapitalwert sinken, da die Auszahlungen früher anfallen und dadurch weniger diskontiert werden.

16. *wahr* |  $i_{\text{eff}} = \left(1 + \frac{0,08}{2}\right)^2 - 1 = 0,0816$ .
17. *wahr* | Eine pauschale Erfassung der Zahlungen z. B. am Ende jeder Periode erfolgt dann nicht mehr.
18. *wahr* | Die Einzahlungen werden weniger stark diskontiert. Dadurch steigt der Kapitalwert.
19. *wahr* | Der Planungsaufwand erhöht sich und dadurch auch die Aufwendungen/ Auszahlungen.
20. *wahr* | Die Planungskosten können dazu führen, dass der Kapitalwert negativ wird.
21. *falsch* | Auch beim Tilgungsdarlehen können unterjährige Zins- und Tilgungszahlungen vereinbart werden.
22. *falsch* | In der Investitionsrechnung werden i. d. R. jährlich anfallende Zahlungen angenommen.
23. *falsch* | Eine Modellerweiterung zur Berücksichtigung monatlicher Zahlungen ist möglich. Die notwendigen Berechnungen werden jedoch komplexer und umfangreicher.
24. *wahr* | Wird im Zähler und im Nenner derselbe Zinssatz angewendet, muss der Kapitalwert null betragen, da der Vergleich einer Alternative mit sich selbst keinen relativen Vor- oder Nachteil liefern kann.
25. *falsch* | Der Kapitalwert beträgt im Fall ohne Steuern unabhängig von der Tilgungsstruktur null.
26. *wahr* | Kommt im Zähler und im Nenner bei identischem Zinssatz auch derselbe Steuersatz zur Anwendung, entsprechen sich die Zinssätze nach Steuern. Aus diesem Grund beträgt der Kapitalwert nach Steuern unabhängig von der Tilgungsstruktur null.
27. *wahr* | Beim Annuitätendarlehen fallen weniger Zinsen an als beim Fälligkeitsdarlehen. Aus diesem Grund ist der Kapitalwert des Annuitätendarlehens bei Übersteigen des Sollzinssatzes des Habenzinssatzes immer größer als beim Fälligkeitsdarlehen.
28. *wahr* | Der Barwert der Auszahlungen übersteigt dann die Einzahlung bei Kreditaufnahme.
29. *wahr* | Der Nettosollzins (Nettohabezins) beträgt dann 5% (6%). Der Barwert der Auszahlungen des Kredits (Zins und Tilgung) nach Steuern ist in diesem Fall kleiner als die Einzahlung bei Kreditaufnahme.
30. *falsch* | Es kommt auf die Nettozinsen an. Sind die Zinsen nach Steuern der Fremdfinanzierungsalternative niedriger als die Habenzinsen nach Steuern, sollte mit Fremdmitteln finanziert werden.
31. *falsch* | Der Gesamtkapitalwert kann aus dem Kapitalwert der Investition bei Eigenfinanzierung und dem Kapitalwert der Fremdfinanzierungsalternative ermittelt werden.
32. *wahr* | Der Kapitalwert der Finanzierungsalternative kann dann positiv oder negativ sein.



33. *wahr* | Der Kapitalwert des Disagios ist immer negativ, da den Auszahlungen (Zins und Tilgung) keine Einzahlung entgegensteht.

(98) **Lösung Aufgabe 117** Standardmodell mit Ertragsteuern

- a) *Vollständiger Verlustausgleich*

Die Annahme eines sofortigen vollständigen Verlustausgleich führt dazu, dass im Verlustfall Steuererstattungen vom Finanzamt sofort ausgezahlt werden. Die Annahme ist erfüllt, wenn ausreichend andere positive Einkünfte vorliegen, so dass die Verluste ausgeglichen werden können.

- b) *Kapitalwert nach Steuern*

Zunächst ist der Kapitalwert der Finanzierungsalternative zu bestimmen. Da der Kredit für investive Zwecke verwendet wird, sind die Sollzinsen steuerlich abzugsfähig. Pro Quadratmeter muss ein Kredit über ( $50 \times 0,6 =$ ) 30 EUR aufgenommen werden. Pro Quadratmeter resultiert folgende Zahlungsreihe

$t$	0	1	2	3	4	5
$I_0$	-50					
$K_t$	30					
$RBW_t$	[30]	[30]	[30]	[30]	[30]	[0]
$TIL_t$						-30
$\rho \times RBW_{t-1}$		-1,50	-1,50	-1,50	-1,50	-1,50
$Z_t$	-20	-1,50	-1,50	-1,50	-1,50	-31,50
$S_t$		-0,38	-0,38	-0,38	-0,38	-0,38
$Z_{s,t}$	-20	-1,13	-1,13	-1,13	-1,13	-31,13

Der Kapitalwert aus Sicht der Eigner wird ermittelt, indem die Nettoszahlen mit der Nachsteuerrendite von 7% diskontiert werden, da dies der Referenzzinssatz des Investors darstellt. Der Kapitalwert pro Quadratmeter (bei Verwendung ungerundeter Werte) beträgt:

$$C_{0,s} = -20 - 30 \times 0,05 \times (1 - 0,25) \times \frac{1,07^5 - 1}{0,07 \times 1,07^5} - \frac{30}{1,07^5} = -46$$

Der Veräußerungspreis vor Steuern muss mindestens 69,36 EUR pro Quadratmeter betragen, damit die Renditeforderung der Eigner erfüllt wird. Der zugehörige Finanzplan lautet:

$t$	0	1	2	3	4	5
$Z_t$	-50					69,36
$K_t$	30					
$RBW_t$	30	30	30	30	30	0
$TIL_t$						-30
$\rho \times RBW_{t-1}$		-1,50	-1,50	-1,50	-1,50	-1,50
$Z_t$	-20	-1,50	-1,50	-1,50	-1,50	37,86

$t$	0	1	2	3	4	5
$BMG_t$		-1,50	-1,50	-1,5	-1,50	17,86
$S_t$		0,38	0,38	0,38	0,38	-4,47
$Z_{s,t}$	-20	-1,13	-1,13	-1,13	-1,13	33,40

Der Quadratmeter kostet 50 EUR. Aufgrund des positiven Kapitalwerts des Kredits sinken die Anschaffungskosten im Barwert auf 46 EUR. Das benötigte Kapital nach Steuern in  $t=5$ , damit  $C_{0,s}$  null wird, beträgt:

$$EV_t = 46 \times (1 + 0,07)^5 = 64,52$$

Um nach Steuern 64,52 EUR zu erhalten, muss der Veräußerungspreis (VP)

$$64,52 = VP - 0,25 \times (VP - 50)$$

betragen. auflösen nach VP ergibt:

$$VP = \frac{(64,52 - 0,25 \times 50)}{0,75} = 69,36$$

c) Wertsteigerung des Grundstücks

Der Anschaffungspreis in  $t=0$  i.H.v. 50 EUR muss in 5 Jahren auf 69,36 EUR anwachsen. Formal muss gelten:

$$K_5 = K_0 \times (1 + r)^5 = VP$$

Durch Auflösen nach  $r$  erhält man:

$$r = \left[ \frac{VP}{K_0} \right]^{\frac{1}{5}} - 1 = \left[ \frac{69,36}{50,00} \right]^{\frac{1}{5}} - 1 = 6,76\%$$

Das Grundstück muss einen jährlichen Wertzuwachs von 6,76% haben, damit das Ziel erreicht wird.

(98) Lösung Aufgabe 118 Entschädigungsfall

a) Schadenersatz bei Steuerfreiheit

Ermittlung des Schadenersatzanspruchs, bei dem Meier keinen Vermögensnachteil zur Situation ohne Verkehrsunfall erfährt: Der Barwert des (zahlungsgleichen) Einkommens nach Steuern stellt das Vermögen dar, das Meier ohne den Verkehrsunfall erwirtschaftet hätte. Das Vermögen beträgt:

$$K_0 = 60\,000 \times (1 - 0,4) \times \frac{1,075^{15} - 1,05^{15}}{1,075^{15} \times (0,075 - 0,05)} = 428\,245,80.$$

b) Schadenersatz bei steuerpflichtigem Ersatzanspruch

Wenn der Schadenersatz selbst der Steuer unterliegt, muss der Schadenersatz nach Steuern gerade 428 245,80 EUR betragen. Es gilt

$$428\,245,80 = y \times (1 - 0,2)$$

$$y = \frac{428\,245,80}{(1 - 0,2)} = 535\,307,25$$

## (99) Lösung Aufgabe 119 Süßwaren-Vertriebs-GmbH

a) Kaufen oder Leasen?

## • Kreditkauf

Im Fall des Kreditkaufs werden die Automaten angeschafft und fremdfinanziert. Zur Ermittlung der linearen Abschreibung wird die steuerliche Nutzungsdauer, nicht die tatsächliche Nutzungsdauer, zugrunde gelegt. Die jährlichen Abschreibungen pro Automat betragen demnach  $1\,120 \times \frac{1}{8} = 140$  EUR. Im Fall ohne Steuern entspricht der Barwert der Auszahlungen (ohne die Zahlungsströme des Kredits) gerade der Anschaffungsauszahlung. Mit Steuerberücksichtigung wird den Anschaffungskosten der Barwert der Steuererstattungen durch die Abschreibungen gegenübergestellt. Die Abschreibung selbst ist investitionsrechnerisch ohne Einfluss, da keine Zahlungswirkung, sondern nur buchtechnische Verrechnung resultiert. Die Abschreibung zieht eine Steuererstattung (Einzahlung) nach sich, die den erforderlichen Eigenbeitrag zum Kaufpreis aufgrund der Beteiligung des Fiskus senkt. Der Barwert der Steuererstattung beträgt hier +347,75 EUR.

$t$	0	1	...	7	8
Anschaffungs-AZ	-1 120				
Abschreibung		(-140)	...	(-140)	(-140)
Buchwert	[1 120]	[980]	...	[140]	[0]
Steuererstattung		+56	...	+56	+56
Netto-ZR	-1 120	+56	...	+56	+56
$B_0^{6\%}(\text{Steuern}) =$	+347,75	←			
$B_0^{6\%}(\text{Kredit}) =$	+0,00				
$C_0^{6\%}(\text{Steuern}) =$	-772,25				

Der Barwert der Nettoszahungen beim Kreditkauf beträgt demnach -772,25. Der Kapitalwert des Kredits ist vor und nach Steuern null, wenn der Kredit zum Kapitalmarktzins aufgenommen wird bzw. ein vollkommener Kapitalmarkt (wie hier unterstellt) angenommen wird. Das bedeutet, dass der Barwert der Zins- und Tilgungszahlungen gerade dem Auszahlungsbetrag in  $t=0$  entspricht. Der nachstehende Finanzplan bildet die Zahlungen des Kredits ab und zeigt, dass sich ein Kapitalwert von null ergibt.

$t$	0	1	...	7	8
Aufnahme/Tilgung	+1 120		...		-1 120
Zinsen ( $i = 10\%$ )		-112	...	-112	-112
Steuer ( $s = 40\%$ )		+44,8	...	+44,8	+44,8
Netto-ZR	+1 120	-67,2	...	-67,2	-1 187,2
$B_0^{6\%}(\text{Kredit})$	-1 120	←			
$C_0^{6\%}$	0				



- *Finanzierungsleasing*

Zunächst ist zu prüfen, welche Form des Leasings vorliegt, Finanzierungsleasing oder operatives Leasing? Die jährlichen Leasingraten betragen  $0,2 \times 1\,120 = 224$  EUR. Da es sich

1. um eine unkündbare Grundmietzeit handelt und
2. die Summe der Leasingraten während der Grundmietzeit die Anschaffungskosten übersteigt ( $7 \times 224 = 1\,568 > 1\,120$ )

handelt es sich um Finanzierungsleasing. Zusätzlich muss bei der Bestimmung, wer den Leasinggegenstand zu bilanzieren hat, die Kaufoption berücksichtigt werden.

Das Verhältnis von Grundmietzeit und Nutzungsdauer beträgt  $\frac{7}{8} = 0,875$  und liegt damit zwischen 40% und 90%. Da zusätzlich der Liquidationserlös in  $t=7$  den Restbuchwert übersteigt, muss der Leasing-Geber bilanzieren, mit dem Ergebnis, dass der Leasing-Nehmer die Leasingrate steuerlich voll absetzen kann und der Leasing-Geber im Gegenzug die Leasingrate voll zu versteuern hat.

Der Restbuchwert am Ende von  $t=7$  beträgt  $1\,120 - 7 \times 140 = 140$  EUR und liegt damit unter 800 EUR (vgl. § 6 Abs. 2 Satz 1 EStG). Da es sich um selbständig nutzbares, bewegliches Anlagevermögen handelt, liegt ein geringwertiges Wirtschaftsgut vor mit dem Ergebnis, dass die Anschaffungskosten sofort abgeschrieben werden können. Der Barwert der Nettozahlungen ermittelt sich dann als:

$t$	0	1	...	7	8
Leasing-Rate		-224	...	-224	
Kauf in $t=7$				-140	
Abschreibung				(-140)	
Steuer-BMG		(-224)	...	(-364)	
Steuer (40%)		+89,6		+145,6	
Netto-ZR		-134,4	...	-218,4	
$B_0^{6\%}$ (FL)	-806,14	←			

Der Barwert der Leasingraten und des Kaufpreises vor Steuern beträgt

$$B_0^{10\%} = -224 \times \frac{1,1^7 - 1}{1,1^7 \times 0,1} - \frac{140}{1,1^7} = -1\,162,37.$$

Der Barwert der Leasingraten und des Kaufpreises nach Steuern beträgt

$$B_0^{6\%} = -224 \times (1 - 0,4) \frac{1,06^7 - 1}{1,06^7 \times 0,06} - \frac{140}{1,06^7} + \frac{0,4 \times 140}{1,06^7} = -806,14.$$

Der letzte Term stellt die Steuererstattung auf die Abschreibung in der letzten Periode dar.

- *Ergebnis*

Der Barwert der Nettozahlungen beim Kreditkauf (Leasing) beträgt  $-772,25$  ( $-806,14$ ). Der Kreditkauf weist die geringere Nettozahlungsverpflichtung auf und ist daher vorzuziehenswert.





## b) Ermittlung der kritischen Leasingrate

Es ist die Leasingrate zu ermitteln bei der beide Alternativen den gleichen Barwert nach Steuern aufweisen (KK = Kredit, FL = Finanzierungsleasing)

$$B_0^{6\%}(KK) \stackrel{!}{=} B_0^{6\%}(FL)$$

Es existieren zwei Möglichkeiten, Gleichheit herzustellen:

1. Die in  $t=1$  *gekauften* Automaten werden »ungünstig« verkauft (Anpassung des Verkaufspreises).
2. Die geleasten Automaten zum RBW kaufen und Leasingrate senken (Anpassung der Leasingrate).

Nachstehend wird die kritische Leasingrate ermittelt und somit Möglichkeit 2. abgebildet.

• *Rechenweg 1*

$$B_0^{6\%}(KK) \stackrel{!}{=} B_0^{6\%}(FL)$$

Das Finanzierungsleasing teilt sich auf in den Barwert der Leasingraten und den Barwert des Kaufpreises nach Steuern (KO = Kaufoption)

$$B_0^{6\%}(KK) = B_0^{6\%}(LR) + B_0^{6\%}(KO).$$

Unter Berücksichtigung des Nettobarwerts bei Kreditkauf (-772,25) und der Sofortabschreibung des Kaufpreises ergibt die kritische Leasingrate (LR = Leasingrate nach Steuern)

$$-772,25 = LR \times \frac{1,06^7 - 1}{1,06^7 \times 0,06} - 140 \times (1 - s) \times \frac{1}{1,06^7}$$

$$-772,25 = LR \times \frac{1,06^7 - 1}{0,07 \times 1,06^7} - 84 \frac{1}{1,06^7}$$

$$-716,39 = LR \times 5,5824$$

$$LR = -128,33$$

Ermittlung der kritischen Leasingrate vor Steuern

$$\begin{aligned} & \text{Leasingrate vor Steuern} \\ & - \text{Steuerbelastung } (s \times LR) \\ & = \frac{\text{Leasingrate nach Steuern}}{\text{Leasingrate vor Steuern}} \end{aligned}$$

$$LR \times (1 - s) = LR_s \Leftrightarrow LR = \frac{LR_s}{1 - s} \Leftrightarrow LR = \frac{-128,33}{0,6} = -213,88$$

Die kritische Leasingrate vor Steuern beträgt demnach -213,88.

• *Rechenweg 2*

Eine andere Möglichkeit der Ermittlung der kritischen Leasingrate besteht



in der annuitätischen Aufteilung der Differenz der Nettobarwerte bei Kreditkauf und Leasing. Die Differenz beträgt

$$\begin{array}{r}
 B_0^{6\%}(KK) = -772,25 \\
 - B_0^{6\%}(FL) = 806,14 \\
 \hline
 = \Delta B_0 = +33,89
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 \xrightarrow{\text{WGF}_{6\%}^7} \\
 \begin{array}{cccc}
 1 & 2 & \dots & 7 \\
 +6,07 & +6,07 & \dots & +6,07
 \end{array}
 \end{array}$$
  

bisherige LR	$\frac{-134,40}{\dots}$	$\frac{-134,40}{\dots}$	$\frac{-134,40}{\dots}$	$\frac{-134,40}{\dots}$
kritische LR	$\frac{-128,33}{\dots}$	$\frac{-128,33}{\dots}$	$\frac{-128,33}{\dots}$	$\frac{-128,33}{\dots}$

Der Barwert der Minderung der Leasingrate in  $t=0$  beträgt 33,89. Umgelegt auf 7 Perioden ergibt sich eine Minderung der ursprünglichen Leasingrate in Höhe von

$$\Delta = 33,89 \times \frac{0,06 \times 1,06^7}{1,06^7 - 1} = 6,07.$$

c) *Betriebswirtschaftliche Gesichtspunkte des Leasing*

1. *Pro Leasing*

- Leasing schont die Liquidität, da man zahlen kann, wie man verdient.
- Leasing birgt (vermeintliche) steuerliche Vorteile.
- Bilanzstruktureffekt: Unter Umständen ist die Finanzierung durch Leasing leichter als durch Banken.
- Leasinggeber hat Spezialisierung, besseres Know-How und bessere Marktkenntnis.
- Unter Umständen bestehen Vorteile durch laufende Wartungsleistungen des Leasinggebers; die sich aber durch eventuell höhere Leasingraten auszeichnen.
- Leichtere Anpassung an technischen Wandel durch kurzfristige Leasingverträge und regelmäßigem Austausch der Leasinggegenstände.

2. *Contra Leasing*

- Es ist der gleiche Liquiditätseffekt mit einem Kredit zu erzielen, wenn der Kreditvertrag entsprechend ausgestaltet ist.
- Der Leasingnehmer wird nicht zivilrechtlicher Eigentümer.
- Das Wirtschaftsgut (Leasinggegenstand) kann nicht als Sicherheit eingebracht werden.
- Es existiert kein Direktkontakt zum Hersteller.

(100) **Lösung Aufgabe 120** *Leasing »mal anders«*

a) *Ermittlung der Leasingrate*

In der Aufgabenstellung wird beschrieben, dass der Leasinggegenstand beim Leasinggeber bilanziert wird. In diesem Fall ist die Leasingrate beim Leasingnehmer steuerlich voll abzugsfähig. Die jährliche Leasingrate nach Steuern beträgt dann

$$LR_s = LR \times (1 - s) = LR \times (1 - 0,3) = 0,7 \times LR.$$



In  $t = 4$  erfolgt eine Auszahlung i. H. v. 10 000 EUR für den Kauf der Maschine. Die Abschreibung in  $t = 5$  führt dann zu einer Steuererstattung von  $(10\,000 \times 0,3 =) 3\,000$ . Die Leasingrate vor Steuern berechnet sich dann wie folgt:

$$\begin{aligned} -38\,684,66 &= -0,7 \times LR \times \frac{1,07^4 - 1}{0,07 \times 1,07^4} - \frac{10\,000}{1,07^4} + \frac{3\,000}{1,07^5} \\ -33\,194,67 &= -0,7 \times LR \times 3,3872 \\ -0,7 \times LR &= -9\,800 \\ LR &= -14\,000 \end{aligned}$$

Die Leasingrate vor Steuern (Bruttoleasingrate) beträgt 14 000 EUR.

b) *Kreditfinanzierter/eigenfinanzierter Kauf*

Da es sich um einen vollkommenen Kapitalmarkt handelt, ist der Kapitalwert der Finanzierung null und muss damit in der Rechnung nicht berücksichtigt werden. Es ist unerheblich, ob mit Eigen- oder Fremdmitteln finanziert wird. Beim Kauf fallen zu Beginn Auszahlungen i. H. v. 50 000 an. Die Steuererstattungen auf die Abschreibungen betragen

$$S_t = \frac{50\,000}{5} \times 0,3 = 3\,000$$

Der Barwert der Zahlungen beim Kauf beträgt dann

$$B_0 = -50\,000 + 3\,000 \times \frac{1,07^5 - 1}{0,07 \times 1,07^5} = -37\,699,41.$$

Es sollte gekauft werden, da der Barwert der Leasingvariante lt. Aufgabenstellung  $-38\,684,66$  EUR beträgt und Leasing damit teurer ist.

(100) **Lösung Aufgabe 121** *Kaufäquivalente Leasingrate*

Bei der Ermittlung der vorteilhaften Variante »leasen oder kaufen« sind die durch das Leasingobjekt generierbaren Einzahlungsüberschüsse vernachlässigbar, da sie annahmegemäß unabhängig von der Beschaffungsform in gleicher Höhe anfallen.

• *Kreditfinanzierung*

Bei dem Kredit handelt es sich um ein Tilgungsdarlehen. Gleichzeitig sind im Fall des Kaufs die Steuererstattungen auf die Abschreibungen zu berücksichtigen. Die jährlichen Abschreibungen betragen 80 TEUR. Die Zahlungsüberschüsse nach Steuern ergeben bei Kreditfinanzierung (in TEUR):



$t$	0	1	2	3	4	5
$I_0$	-400					
Kredit	+400					
$RBW_t$	[400]	[300]	[200]	[100]	0	
$TIL_t$		-100	-100	-100	-100	
$\rho \times RBW_{t-1}$		-40	-30	-20	-10	
$AfA_t$		(-80)	(-80)	(-80)	(-80)	(-80)
$BMG_t$		(-120)	(-110)	(-100)	(-90)	(-80)
$S_t$		30	27,5	25	22,5	20
$Z_{s,t}$	0	-110	-102,5	-95	-87,5	20

Der Kapitalwert nach Steuern beträgt bei einem Zinssatz nach Steuern von  $i_s = 0,08 \times (1 - 0,25) = 1,06$ :

$$C_{0,s} = 0 - \frac{110}{1,06} - \frac{102,5}{1,06^2} - \frac{95}{1,06^3} - \frac{87,5}{1,06^4} + \frac{20}{1,06^5} = -329,13$$

Der Kapitalwert setzt sich aus dem Kapitalwert des Kredits (-13,37 EUR), den Anschaffungskosten von -400 TEUR und dem Barwert der Steuervorteile durch die AfA (+84,25 EUR) zusammen.

- *Leasing*

Im Fall des Leasings wird lt. Aufgabenstellung beim Leasinggeber bilanziert (der Leasinggeber ist wirtschaftlicher und zivilrechtlicher Eigentümer). Die AfA wird deshalb beim Leasinggeber berücksichtigt, nicht beim Leasingnehmer, für den die Vorteilhaftigkeit hier ermittelt werden soll. Gesucht ist die Leasingrate, bei der der Kapitalwert nach Steuern ebenfalls -329,13 TEUR beträgt:

$$LR = -329,13 \times \frac{0,06 \times 1,06^5}{1,06^5 - 1} = -78,13$$

Die Leasingrate ist steuerlich absetzbar. Daher ist sie um den Steuervorteil größer als die ermittelte Annuität:

$$LR_s = LR \times (1 - 0,25) = -78,13.$$

auflösen ergibt

$$LR_s = \frac{-78,13}{1 - 0,25} = -104,18.$$

(101) **Lösung Aufgabe 122** Kauf versus Leasing

a) *Kreditkauf*

Unterstellt wird ein Annuitätendarlehen. Die Spesen (Disagio) betragen  $d = 3\%$ , um 10 000 EUR zur Finanzierung der Anschaffungskosten zu erhalten, müssen

$$Kredit = \frac{10\,000}{(1 - 0,03)} = 10\,309,28$$



aufgenommen werden. Die Annuität ergibt sich dann als

$$ANN = 10\,309,28 \times \frac{1,1^4 \times 0,1}{1,1^4 - 1} = 3\,252,28.$$

Die Zahlungsüberschüsse nach Steuern ermitteln sich wie folgt:

$t$	0	1	2	3	4	5
$I_0, ANN$	-10 000	-3 252,28	-3 252,28	-3 252,28	-3 252,28	
$RBW_t$	[10 309,28]	[8 087,93]	[5 644,45]	[2 956,61]	[0]	
$TIL_t$		-2 221,35	-2 443,48	-2 687,83	-2 956,61	
$\rho \times RBW_{t-1}$		-1 030,93	-808,79	-564,44	-295,66	
$AfA_t$		(-2 000)	(-2 000)	(-2 000)	(-2 000)	(-2 000)
$Disagio$		(-309,28)				
$BMG_t$		(-3 340,21)	(-2 808,79)	(-2 564,44)	(-2 295,66)	(-2 000)
$S_t$		1 670,10	1 404,40	1 282,22	1 147,83	1 000
$Z_{s,t}$	0	-1 582,17	-1 847,88	-1 970,05	-2 104,45	1 000

Bei einem Zinssatz nach Steuern von 5% beträgt der Kapitalwert

$$C_{0,s} = 0 - \frac{1\,582,17}{1,05} - \frac{1\,847,88}{1,05^2} - \frac{1\,970,05}{1,05^3} - \frac{2\,104,45}{1,05^4} + \frac{1\,000}{1,05^5} = -5\,832,53$$

#### b) Leasing

Es ist zunächst zu prüfen, wer wirtschaftlicher Eigentümer des Leasinggegenstands ist. In Abhängigkeit davon erfolgt die Zurechnung des Gegenstands. Da die Summe der Leasingraten die Anschaffungskosten in diesem Zeitraum übersteigt ( $4 \times 3\,000 + 1\,000 = 13\,000 > 10\,000$ ), handelt es sich um einen Vollamortisationsvertrag mit der Konsequenz, dass der Leasingnehmer wirtschaftlicher Eigentümer ist und den Gegenstand zu bilanzieren hat. Die Abschreibung fällt demnach beim Leasingnehmer an. Da der Leasingnehmer nicht gleichzeitig die Leasingrate und die Abschreibung steuerlich geltend machen kann, muss die Leasingrate in einen Zins- und Tilgungsanteil aufgeteilt werden. Die über die Vertragslaufzeit gezahlten Zinsen entsprechen dabei dem die Anschaffungskosten übersteigenden Teil der Summe der Leasingraten. Die Aufteilung der Zinsen erfolgt durch die Zinsstaffelmethode:

$$S = \sum_{t=1}^T t = \frac{T \times (T+1)}{2} = \frac{5 \times 6}{2} = 15.$$

Der Zinsanteil der Leasingraten beträgt insgesamt:

$$4 \times 3\,000 + 1\,000 - 10\,000 = 3\,000.$$

Die Zahlungsüberschüsse nach Steuern ergeben sich wie folgt:



$t$	0	1	2	3	4	5
$LR_t$		-3 000	-3 000	-3 000	-3 000	-1 000
$AfA_t$		(-2 000)	(-2 000)	(-2 000)	(-2 000)	(-2 000)
<i>Anteil</i>		$\frac{5}{15}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{3}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{15}$
$ZIA_t$		1 000	800	600	400	200
$TIL_t$		-2 000	-2 200	-2 400	-2 600	-800
$BMG_t$		(-3 000)	(-2 800)	(-2 600)	(-2 400)	(-2 200)
$S_t$		1 500	1 400	1 300	1 200	1 100
$Z_{s,t}$		-1 500	-1 600	-1 700	-1 800	100

Bei einem Zinssatz nach Steuern von 5% beträgt der Kapitalwert

$$C_{0,s} = 0 - \frac{1\,500}{1,05} - \frac{1\,600}{1,05^2} - \frac{1\,700}{1,05^3} - \frac{1\,800}{1,05^4} + \frac{100}{1,05^5} = -5\,750,85$$

Die Leasingfinanzierung ist hier vorteilhaft!

(101) **Lösung Aufgabe 123** Vorteilhaftigkeit und Verbuchung des Leasing

a) Bestimmung des wirtschaftlichen Eigentümers

Es handelt sich um Finanzierungsleasing, da innerhalb der unkündbaren Grundmietzeit die Anschaffungskosten des Leasinggebers mindestens gedeckt werden:

$$\sum_{t=1}^5 LR_t = 5 \times 21\,200 = 106\,000 > 100\,000$$

Die Grundmietzeit beträgt  $\frac{5}{8} = 62,5\%$  der betriebsgewöhnlichen Nutzungsdauer ( $62,5\% < 80\%$ ). Da eine Kaufoption besteht, ist darüber hinaus der mögliche Kaufpreis nach Ende der Grundmietzeit zu prüfen. Der Restbuchwert der Maschine nach der Grundmietzeit beträgt:

$$RBW_5 = 100\,000 - 5 \times \frac{100\,000}{8} = 37\,500.$$

Der Kaufpreis ist niedriger als der Restbuchwert ( $24\,000 < 37\,500$ ), daher ist die Maschine **beim Leasingnehmer zu bilanzieren** mit der Folge, dass die Leasingrate mittels Zinsstaffelmethode in einen Zins- und Tilgungsanteil aufzuteilen ist.

b) Kapitalwert der Vertragspartner

• Leasinggeber

Der Zinsanteil der Leasingraten beträgt:

$$ZIA = 5 \times 21\,200 - 100\,000 = 6\,000$$

Aufteilung auf die einzelnen Perioden nach der Zinsstaffelmethode. Die Summe der Jahresordnungszahlen beträgt:

$$S = \frac{5 \times 6}{2} = 15 \quad \text{Anteil}_t = \frac{n-t+1}{S}$$



In  $t = 5$  erhält der Leasinggeber neben der Leasingrate noch den Kaufpreis aus der Kaufoption i. H. v. 24 000 EUR. Da die Forderung gegenüber dem Leasingnehmer bereits ausgebucht ist, stellt der Erlös einen steuerpflichtigen Ertrag in voller Höhe dar (vgl. dazu auch die Buchungen in Aufgabenteil c)). Die Nettozahlungen des Leasinggebers betragen:

$t$	0	1	2	3	4	5
$Z_t$	-100 000	21 200	21 200	21 200	21 200	45 200
$RBW_t$	[100 000]	[80 800]	[61 200]	[41 200]	[20 800]	[0]
Anteil		$\frac{5}{15}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{3}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{15}$
$ZIA_t$		2 000	1 600	1 200	800	400
$TILA_t$		19 200	19 600	20 000	20 400	20 800
$BMG_t$		(2 000)	(1 600)	(1 200)	(800)	(24 400)
$S_t$		-1 000	-800	-600	-400	-12 200
$Z_{s,t}$	-100 000	20 200	20 400	20 600	20 800	33 000

Der Kapitalwert nach Steuern des Leasinggebers beträgt:

$$C_{0,s} = -100\,000 + \frac{20\,200}{1,05} + \frac{20\,400}{1,05^2} + \frac{20\,600}{1,05^3} + \frac{20\,800}{1,05^4} + \frac{33\,000}{1,05^5} = 1\,494,87$$

Es ist zu beachten, dass der Leasinggeber die Maschine erst anschaffen muss, bevor er sie verlesen kann. Aus der Aufgabenstellung geht nicht hervor, ob mit Eigen- oder Fremdmitteln finanziert wird. Da ein vollkommener Kapitalmarkt unterstellt wird, bei dem der Zinssatz nach Steuern für Soll- und Habenzinsen identisch ist, liefern die Finanzierungsalternativen jeweils einen Kapitalwert von null.

- *Leasingnehmer*

Beim Leasingnehmer ist korrespondierend zur Steuerpflicht des Zinsanteils beim Leasinggeber der Zinsanteil der Leasingrate steuerlich abzugsfähig. Zusätzlich kann der Leasingnehmer die Abschreibungen geltend machen. Zu berücksichtigen sind die aus der Ausübung der Kaufoption resultierenden Anschaffungskosten in  $t = 5$  und die lineare Verteilung dieser bis zum Ende der betriebsgewöhnlichen Nutzungsdauer. Die Zahlungsüberschüsse nach Steuern beim Leasinggeber ermitteln sich wie folgt (Werte in TEUR):

$t$	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$Z_t$		-21,20	-21,20	-21,20	-21,20	-21,20			
$I_5$						-24			
$ZIA_t$		-2	-1,60	-1,20	-0,80	-0,40			
$AfA_t$		(-12,50)	(-12,50)	(-12,50)	(-12,50)	(-12,50)	(-8)	(-8)	(-8)
$BMG_t$		(-14,50)	(-14,10)	(-13,70)	(-13,30)	(-12,90)	(-8)	(-8)	(-8)
$S_t$		7,25	7,05	6,85	6,65	6,45	4	4	4
$Z_{s,t}$		-13,95	-14,15	-14,35	-14,55	-38,75	4	4	4

Kapitalwert nach Steuern des Leasinggebers ergibt dann:

$$C_{0,s} = -\frac{13,95}{1,05} - \frac{14,15}{1,05^2} - \frac{14,35}{1,05^3} - \frac{14,55}{1,05^4} - \frac{38,75}{1,05^5} + \frac{4}{1,05^6} + \frac{4}{1,05^7} + \frac{4}{1,05^8} = -72\,313,27 \text{ EUR}$$

Alternativ könnte der Kaufpreis i. H. v. 24 000 EUR als Sofortaufwand geltend gemacht werden. Die Abschreibungen würden dann weiterhin 12 500 EUR betragen. Laut Aufgabenstellung war aber die Aktivierung und korrespondierende Abschreibung des Kaufpreises verlangt.

c) *Buchungssätze*

Die nachstehenden Buchungen werden unter Vernachlässigung der Umsatzsteuer durchgeführt.

• *Leasinggeber*

$t = 0$ :

Sachanlagen	100 000 EUR	[B-44]
an Kasse	100 000 EUR	

Forderungen aus L. u. L.	100 000 EUR	[B-45]
an Sachanlagen	100 000 EUR	

$t = 1$ :

Kasse	21 000 EUR	[B-46]
an Forderungen aus L. u. L.	21 000 EUR	

Buchung am Bilanzstichtag:

Forderungen aus L. u. L.	2 000 EUR	[B-47]
an Zinserträge	2 000 EUR	

$t = 5$ :

Kasse	21 000 EUR	[B-48]
an Forderungen aus L. u. L.	21 000 EUR	

Forderungen aus L. u. L.	400 EUR	[B-49]
an Zinserträge	400 EUR	

Kasse	24 000 EUR	[B-50]
an sonstige betriebliche Erträge	24 000 EUR	

• *Leasingnehmer*

$t = 0$ :

Sachanlagen	100 000 EUR	[B-51]
an Verbindlichkeiten aus L. u. L.	100 000 EUR	

$t = 1$ :

Verbindlichkeiten aus L. u. L.	21 000 EUR	[B-52]
an Kasse	21 000 EUR	

Buchungen am Bilanzstichtag





[B-53]	Zinsaufwand an Verbindlichkeiten aus L. u. L.	2 000 EUR EUR
[B-54]	Abschreibungen an Maschine	12 500 EUR 12 500 EUR
$t = 5:$		
[B-55]	Verbindlichkeiten aus L. u. L. an Kasse	21 000 EUR 21 000 EUR
[B-56]	Zinsaufwand an Verbindlichkeiten aus L. u. L.	400 EUR 400 EUR
[B-57]	Abschreibungen an Maschine	12 500 EUR 12 500 EUR
[B-58]	Sachanlagen an Kasse	24 000 EUR 24 000 EUR
$t = 6:$		
[B-59]	Abschreibungen an Sachanlagen	8 000 EUR 8 000 EUR

(102) Lösung Aufgabe 124 Leasing mit Kaufoption

a) Zurechnung des Leasinggutes

Der Vertrag sieht eine (unkündbare) Grundmietzeit sowie Leasingraten über 3 Jahre von jeweils 49 TEUR vor. Da die Summe der Leasingraten in der Grundmietzeit die Anschaffungskosten inkl. Nebenkosten nicht deckt ( $3 \times 49\,000 = 147\,000 < 200\,000$ ) liegt ein Teilamortisationsvertrag vor mit dem Ergebnis, dass kein Finanzierungsleasing zugrunde liegt. Wirtschaftlicher Eigentümer ist (unabhängig von der Kaufoption) demnach der Leasinggeber, der die Anlage zu bilanzieren hat.

b) Vorteilhafte Finanzierungsvariante

• Tilgungsdarlehen

Die Zahlungsüberschüsse nach Steuern im Fall des Tilgungsdarlehens ermitteln sich wie folgt (Werte in TEUR):

$t$	0	1	2	3	4	5
$I_0$	-200					
$K_t$	200					
$RBW_t$	[200]	[160]	[120]	[80]	[40]	0
$TIL_t$		-40	-40	-40	-40	-40
$\rho \times RBW_{t-1}$		-10	-8	-6	-4	-2
$AfA_t$		(-40)	(-40)	(-40)	(-40)	(-40)
$BMG_t$		(-50)	(-48)	(-46)	(-44)	(-42)
$S_t$		25	24	23	22	21
$Z_{s,t}$	0	-25	-24	-23	-22	-21

Bei einem Zinssatz nach Steuern von  $i_s = 0,1 \times (1 - 0,5) = 5\%$  beträgt der Kapitalwert nach Steuern

$$C_{0,s} = 0 - \frac{25}{1,05} - \frac{24}{1,05^2} - \frac{23}{1,05^3} - \frac{22}{1,05^4} - \frac{21}{1,05^5} = -100 \text{ TEUR}$$

• *Leasing mit Ausübung der Kaufoption*

Da die Anlage beim Leasinggeber bilanziert wird, kann der Leasingnehmer die Leasingraten voll steuerlich absetzen. Zu beachten ist zudem der Kaufpreis in  $t=3$  sowie die anschließenden Abschreibungsbeträge. Die Zahlungsüberschüsse nach Steuern ergeben (Werte in TEUR):

t	0	1	2	3	4	5
$Z_t$		-49	-49	-49		
$K_t$				80		
$RBW_t$				[80]	[40]	[0]
$I_3$				-80		
$TIL_t$					-40	-40
$\rho \times RBW_{t-1}$					-4	-2
$AfA_t$					(-40)	(-40)
$BMG_t$		(-49)	(-49)	(-49)	(-44)	(-42)
$S_t$		24,5	24,5	24,5	22	21
$Z_{s,t}$		-24,5	-24,5	-24,5	-22	-21

Bei einem Zinssatz nach Steuern von  $i_s = 0,1 \times (1 - 0,5) = 5\%$  beträgt der Kapitalwert nach Steuern

$$C_{0,s} = 0 - \frac{24,5}{1,05} - \frac{24,5}{1,05^2} - \frac{24,5}{1,05^3} - \frac{22}{1,05^4} - \frac{21}{1,05^5} = -101,27 \text{ TEUR}$$

Die Kreditfinanzierung ist hier vorteilhafter!

(102) **Lösung Aufgabe 125** *Leasing umfassend*

a) *Kapitalwert der Investition bei Finanzierung mit Eigenkapital*

Bei einem Steuersatz von 50% ergeben die Zahlungsüberschüsse nach Steuern (Werte in TEUR):

t	0	1	2	3	4	5
$Z_t$	-1 500	350	450	450	500	550
$AfA_t$		(-300)	(-300)	(-300)	(-300)	(-300)
$BMG_t$		(50)	(150)	(150)	(200)	(250)
$S_t$		-25	-75	-75	-100	-125
$Z_{s,t}$	-1 500	325	375	375	400	425



Bei einem Zinssatz nach Steuern von  $i_s = 0,08 \times (1 - 0,25) = 6\%$  beträgt der Kapitalwert nach Steuern:

$$C_{0,s} = -1\,500 + \frac{325}{1,06} + \frac{375}{1,06^2} + \frac{375}{1,06^3} + \frac{400}{1,06^4} + \frac{425}{1,06^5} = 89,63 \text{ TEUR.}$$

b) *Fremdfinanzierung (Fälligkeitsdarlehen und stille Beteiligung)*

Da beim Fälligkeitsdarlehen nur 94% ausbezahlt werden beträgt der Nominalwert des Kredits  $\frac{752}{(1-0,06)} = 800 \text{ TEUR}$ . Das Disagio beträgt 48 TEUR. Die Zahlungsüberschüsse nach Steuern aus der Finanzierungsalternative betragen (Werte in TEUR):

$t$	0	1	2	3	4	5
$K_t$	752					-800
$RBW_t$	[752]	[752]	[752]	[752]	[752]	[0]
Zinsen (6%)		-48	-48	-48	-48	-48
Disagio						
• Anteil		$\frac{5}{15}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{3}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{15}$
• $AfA_t$		(-16)	(-12,8)	(-9,6)	(-6,4)	(-3,2)
• $RBW_t$	[48]	[32]	[19,2]	[9,6]	[3,2]	[0]
Beteiligung	748					-748
Zinsen (10%)		-74,8	-74,8	-74,8	-74,8	-74,8
$BMG_t$		(-138,8)	(-135,6)	(-132,4)	(-129,2)	(-126)
$S_t$		69,4	67,8	66,2	64,6	63
$Z_{s,t}$	1 500	-53,4	-55	-56,6	-58,2	-1 607,8

Bei einem Zinssatz nach Steuern von  $i_s = 0,08 \times (1 - 0,25) = 6\%$  beträgt der Kapitalwert nach Steuern:

$$C_{0,s} = 1\,500 - \frac{53,4}{1,06} - \frac{55}{1,06^2} - \frac{56,6}{1,06^3} - \frac{58,2}{1,06^4} - \frac{1\,607,8}{1,06^5} = 105,61 \text{ TEUR.}$$

c) *Annuitätendarlehen*

Das Annuitätendarlehen wird zu 100% ausbezahlt. Die jährliche Annuitätenrate beträgt:

$$ANN = \frac{(1+i)^T \times i}{(1+i)^T - 1} \times 1\,500 = \frac{(1,11)^5 \times 0,11}{(1,11)^5 - 1} \times 1\,500 = 405,86 \text{ TEUR}$$

Die Zahlungsüberschüsse nach Steuern im Fall des Annuitätendarlehens betragen (Werte in TEUR):



$t$	0	1	2	3	4	5
$Z_t$	1 500	-405,86	-405,86	-405,86	-405,86	-405,86
$RBW_t$	[ 1 500 ]	[ 1 259,14 ]	[ 991,79 ]	[ 695,04 ]	[ 365,64 ]	[ 0 ]
$ZIA_t$		-165	-138,51	-109,10	-76,45	-40,22
$TILA_t$		-240,86	-267,35	-296,76	-329,40	-365,64
$S_t$		82,50	69,25	54,55	38,23	20,11
$Z_{s,t}$	1 500	-323,36	-336,60	-351,31	-367,63	-385,75

Der Kapitalwert des Annuitätendarlehens nach Steuern beträgt:

$$C_{0,s} = 1\,500 - \frac{323,36}{1,06} - \frac{336,60}{1,06^2} - \frac{351,31}{1,06^3} - \frac{367,63}{1,06^4} - \frac{385,75}{1,06^5} = 20,96 \text{ TEUR.}$$

d) *Wahl der Fremdfinanzierungsalternative*

• *Auswahl*

Gewählt wird die Alternative mit dem höchsten Kapitalwert. Da das Fälligkeitsdarlehen in Kombination mit der Beteiligungsfinanzierung den höheren Kapitalwert liefert, wählt Duck diese Finanzierungsformen aus.

• *Gesamtkapitalwert*

Der gesamte Kapitalwert ergibt sich aus der Summe des Kapitalwert bei Eigenfinanzierung und des Kapitalwerts der Fremdfinanzierungsalternative. Demnach:

$$C_0^{\text{gesamt}} = 89,63 + 105,61 = 195,24 \text{ TEUR.}$$

• *Vorzeichen der Kapitalwerte der Fremdfinanzierungsalternativen*

Normalerweise sind die Kapitalwerte bei Fremdfinanzierung negativ. Im vorliegenden Beispiel sind die Fremdkapitalzinsen nach Steuern niedriger als die Habenzinsen nach Steuern. Die Habenzinsen nach Steuern betragen 6%. Die Sollzinsen nach Steuern beim Fälligkeitsdarlehen betragen 3% bzw. bei der Beteiligungsfinanzierung 5%. Beim Annuitätendarlehen beträgt der Zinssatz nach Steuern 5,5%. Je weiter der Sollzinssatz nach Steuern unter dem Habenzinssatz nach Steuern liegt, desto höher ist der Kapitalwert der Finanzierungsalternative im positiven Bereich.

e) *Wirtschaftlicher Eigentümer*

Der wirtschaftliche Eigentümer hat den Leasinggegenstand zu bilanzieren. Dazu ist zunächst zu prüfen, ob Finanzierungsleasing vorliegt. Das ist der Fall, wenn eine unkündbare Grundmietzeit vorliegt sowie die Summe der Leasingraten in der Grundmietzeit die Anschaffungskosten decken. Da eine unkündbare Grundmietzeit angenommen wird und die Summe der Leasingraten ( $5 \times 390 = 1\,950 > 1\,500$ ) die Anschaffungskosten des Leasinggebers übersteigt, liegt Finanzierungsleasing vor. Da zusätzlich die Grundmietzeit mehr als 90% der betriebsgewöhnlichen Nutzungsdauer des Wirtschaftsguts entspricht (nämlich 100%), ist der **Leasingnehmer wirtschaftlicher Eigentümer** mit der Konsequenz, dass er den Gegenstand zu aktivieren hat und nur der Zinsanteil der Leasingrate steuerlich abzugsfähig ist.



f) *Kapitalwert bei Leasing*

Der gesamte Zinsanteil in den Leasingraten beträgt:

$$ZIA = 5 \times 390 - 1\,500 = 450 \text{ TEUR}$$

Die Aufteilung des Zinsanteils auf die einzelnen Perioden erfolgt durch die Zinsstaffelmethode. Die Summe der Jahresordnungszahlen beträgt:

$$S = \frac{5 \times 6}{2} = 15 \quad \text{Anteil}_t = \frac{T - t + 1}{S}$$

Die Zahlungsüberschüsse nach Steuern bei Leasing betragen:

$t$	0	1	2	3	4	5
$LR_t$		-390	-390	-390	-390	-390
$RBW_t$	[1 500]	[1 260]	[990]	[690]	[360]	[0]
$ZIA_t$		-150	-120	-90	-60	-30
$TILA_t$		-240	-270	-300	-330	-360
$BMG_t$		(-150)	(-120)	(-90)	(-60)	(-30)
$S_t$		75	60	45	30	15
$Z_{s,t}$		-315	-330	-345	-360	-375

Der Barwert der Zahlungsüberschüsse nach Steuern ergibt:

$$B_0 = -\frac{315}{1,06} - \frac{330}{1,06^2} - \frac{345}{1,06^3} - \frac{360}{1,06^4} - \frac{375}{1,06^5} = -1\,445,91 \text{ TEUR}$$

Abschreibungen werden nicht berücksichtigt, da diese bereits bei der Ermittlung des Kapitalwerts bei Eigenfinanzierung berücksichtigt wurden. Da im Fall des Leasing keine Anschaffungsauszahlungen entstehen, ergibt der Gesamtkapitalwert (Kapitalwert bei Eigenfinanzierung zzgl. Barwert der Leasingraten nach Steuern)

$$C_{0,s} = 1\,500 + 89,63 - 1\,445,91 = 143,72 \text{ TEUR}$$

Die Leasingalternative ist der Fremdfinanzierung (Fälligkeitsdarlehen in Kombination mit stiller Beteiligung) nicht vorzuziehen.

g) *Ermittlung der maximalen Leasingrate*

Die maximale Leasingrate LR ist erreicht, wenn gilt:

$$\begin{aligned} C_{0,s}^{\text{Leasing}} &= -C_{0,s}^{\text{Eigenfinanzierung}} \\ C_{0,s}^{\text{Leasing}} &= \sum_{t=1}^T \frac{LR - S_t}{(1+i \times (1-s))^t} + I_0 = \sum_{t=1}^T \frac{LR - s \times (-ZIA_t)}{(1+i \times (1-s))^t} + I_0 \\ &= \frac{LR - s \times \left(\frac{5}{15} \times (5 \times LR - I_0)\right)}{1,06^1} + \frac{LR - s \times \left(\frac{4}{15} \times (5 \times LR - I_0)\right)}{1,06^2} \\ &\quad + \frac{LR - s \times \left(\frac{3}{15} \times (5 \times LR - I_0)\right)}{1,06^3} + \frac{LR - s \times \left(\frac{2}{15} \times (5 \times LR - I_0)\right)}{1,06^4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{LR - s \times \left( \frac{1}{15} \times (5 \times LR - I_0) \right)}{1,06^5} + 1\,500 \\
 & = LR \times \left[ \frac{1 - 0,5 \times \frac{5}{15} \times 5}{1,06^1} + \frac{1 - 0,5 \times \frac{4}{15} \times 5}{1,06^2} \right. \\
 & \quad \left. + \frac{1 - 0,5 \times \frac{3}{15} \times 5}{1,06^3} + \frac{1 - 0,5 \times \frac{2}{15} \times 5}{1,06^4} + \frac{1 - 0,5 \times \frac{1}{15} \times 5}{1,06^5} \right] \\
 & - s \times I_0 \times \left[ \frac{\frac{5}{15}}{1,06} + \frac{\frac{4}{15}}{1,06^2} + \frac{\frac{3}{15}}{1,06^3} + \frac{\frac{2}{15}}{1,06^4} + \frac{\frac{1}{15}}{1,06^5} \right] + 1\,500 \\
 & = LR \times 2,024485412 + 843,64
 \end{aligned}$$

Durch Umformen erhält man:

$$LR = \frac{C_{0,s}^{\text{Eigenfinanzierung}} - 843,64}{2,024485412} = \frac{-89,63 - 843,64}{2,024485412} = -460,99 \text{ TEUR}$$



(104) Lösung Aufgabe 126 *Leasing sehr umfassend*a) *Wirtschaftlicher Eigentümer*

Es liegt Finanzierungsleasing vor, da eine unkündbare Grundmietzeit vorliegt und die Summe der Leasingraten während der Grundmietzeit die Anschaffungskosten übersteigen ( $6 \times 140 = 840 \text{ TEUR} > 750 \text{ TEUR}$ ). Da die Grundmietzeit  $\frac{6}{8} = 75\%$  der Nutzungsdauer beträgt, erfolgt die Zurechnung beim Leasinggeber. **Der Leasinggeber ist demnach wirtschaftlicher Eigentümer und hat das Wirtschaftsgut zu bilanzieren.**

b) *Ermittlung des Kapitalwerts*

Der Kapitalwert nach Steuern bei einem Steuersatz von 50% und einem Zinssatz nach Steuern von 4% beträgt für den Leasinggeber (Freddi):

$$C_{0,s} = -I_0 + \sum_{t=1}^T \frac{LR_t - s \times (LR_t - AfA_t)}{(1 + i \times (1 - s))^t}$$

$$= -750 + \left(140 - 0,5 \times \left(140 - \frac{750}{8}\right)\right) \times \frac{1,04^8 - 1}{0,04 \times 1,04^8} = 36,89 \text{ EUR.}$$

Kapitalwert nach Steuern von Markus (Leasingnehmer) ergibt:

$$C_{0,s} = \sum_{t=1}^T \frac{(Z_t - LR_t) \times (1 - s)}{(1 + i \times (1 - s))^t}$$

$$= (170 - 140) \times (1 - 0,5) \times \frac{1,04^6 - 1}{0,04 \times 1,04^6} = 78,63.$$

Da in beiden Fällen der Kapitalwert positiv ist, ist es für beide Parteien vorteilhaft, den Leasing-Vertrag zu unterschreiben.

c) *Buchungssätze*• *Leasinggeber (Freddi)*

- In  $t=0$ , Kauf der Maschine:

[B-60]	Sachanlagen	750 000 EUR
	an Kasse	750 000 EUR

- In  $t=1$  Abschreibung, Vereinnahmung der Leasingraten, Steuerzahlung und Entnahme:

[B-61]	Abschreibungen	93 750 EUR
	an Sachanlagen	93 750 EUR

[B-62]	Kasse	140 000 EUR
	an Mieterträge	140 000 EUR

[B-63]	Privat	23 125 EUR
	an Kasse	23 125 EUR

[B-64]	Privat	116 875 EUR
	an Kasse	116 875 EUR



- *Leasingnehmer (Markus)*
  - In  $t = 1$  Zahlung der Leasingrate, Vereinnahmung der Erlöse, Steuerzahlung, Entnahme:

<i>Mietaufwand</i>	140 000 EUR	[B-65]
an Kasse		140 000 EUR

<i>Kasse</i>	170 000 EUR	[B-66]
an Umsatzerlöse		170 000 EUR

<i>Privat</i>	15 000 EUR	[B-67]
an Kasse		15 000 EUR

<i>Privat</i>	15 000 EUR	[B-68]
an Kasse		15 000 EUR

d) *Kapitalwert bei Kaufoption*

Die Grundmietzeit  $\left(\frac{4}{8} = 50\%\right)$  beträgt mehr als 40% bzw. weniger als 90% der betriebsgewöhnlichen Nutzungsdauer und der Restbuchwert in  $t = 4$  ( $RBW_4 = 750 - 4 \times 93,75 = 375$  TEUR) ist niedriger als der Kaufpreis. Demnach ist der Leasinggeber wirtschaftlicher Eigentümer und muss das Wirtschaftsgut bilanzieren

- *Leasinggeber (Freddi)*  
Der Kapitalwert von Freddi beträgt jetzt:

$$\begin{aligned}
 C_{0,s} &= -I_0 + \sum_{t=1}^T \frac{LR_t - s \times (LR_t - AfA_t)}{(1+i \times (1-s))^t} + \frac{L_T - s \times (L_T - RBW_T)}{(1+i \times (1-s))^T} \\
 &= -750 + \left(140 - 0,5 \times \left(140 - \frac{750}{8}\right)\right) \times \frac{1,04^4 - 1}{0,04 \times 1,04^4} \\
 &\quad + \frac{380 - 0,5 \times \left(380 - \left[750 - 4 \times \frac{750}{8}\right]\right)}{1,04^4} \\
 &= -3,07 \text{ TEUR.}
 \end{aligned}$$

- *Leasingnehmer (Markus)*  
Für Markus ergeben sich jetzt folgende Zahlungsüberschüsse nach Steuern (Werte in TEUR):





$t$	1	2	3	4	5	6
$Z_t$	170	170	170	170	170	170
$I_4$				-380		
$AfA_t$					(-95)	(-95)
$BW_t$				[380]	[285]	[190]
$K_t$				380		
$RBW_t$				[380]	[380]	[0]
$TIL_t$						-380
$L_T$						190
$\rho \times K_{t-1}$					-38	-38
$LR_t$	140	140	140	140	0	0
$BMG_t$	(30)	(30)	(30)	(30)	(37)	(37)
$S_t$	15	15	15	15	18,5	18,5
$Z_{s,t}$	15	15	15	15	113,5	-76,5

Der Kapitalwert nach Steuern ergibt dann

$$C_{0,s} = 15 \times \frac{1,04^4 - 1}{0,04 \times 1,04^4} + \frac{113,5}{1,04^5} + \frac{-76,5}{1,04^6} = 87,29 \text{ TEUR.}$$

Der Leasingvertrag kommt nicht zustande, da er für Freddi nicht vorteilhaft ist.

e) *Buchungssätze*

• *Leasinggeber (Freddi)*

- In  $t=4$ , Verkauf der Maschine

[B-69]	Kasse		380 000 EUR
	an	Sachanlagen	375 000 EUR
		sonstige betriebliche Erträge	5 000 EUR

[B-70]	Kasse		140 000 EUR
	an	Mieterträge	140 000 EUR

[B-71]	Privat		25 625 EUR
	an	Kasse	25 625 EUR

[B-72]	Privat		494 375 EUR
	an	Kasse	494 375 EUR

• *Leasingnehmer (Markus)*

- In  $t=4$ , Kauf der Maschine, Kreditaufnahme

[B-73]	Kasse		170 000 EUR
	an	Umsatzerlöse	170 000 EUR

[B-74]	Mietaufwand		140 000 EUR
	an	Kasse	140 000 EUR



<i>Kasse</i>		380 000 EUR	[B-75]
<i>an Verbindlichkeiten aus L. u. L.</i>		380 000 EUR	
<i>Sachanlagen</i>		380 000 EUR	[B-76]
<i>an Kasse</i>		380 000 EUR	
<i>Privat</i>		15 000 EUR	[B-77]
<i>an Kasse</i>		15 000 EUR	
<i>Privat</i>		15 000 EUR	[B-78]
<i>an Kasse</i>		15 000 EUR	
– In t = 5, Abschreibung, Zinsaufwand			
<i>Kasse</i>		170 000 EUR	[B-79]
<i>an Umsatzerlöse</i>		170 000 EUR	
<i>Abschreibungen</i>		95 000 EUR	[B-80]
<i>an Maschine</i>		95 000 EUR	
<i>Zinsaufwand</i>		38 000 EUR	[B-81]
<i>an Kasse</i>		38 000 EUR	
<i>Steueraufwand</i>		18 500 EUR	[B-82]
<i>an Kasse</i>		18 500 EUR	
<i>Privat</i>		113 500 EUR	[B-83]
<i>an Kasse</i>		113 500 EUR	
– In t = 6, Abschreibung, Zinsaufwand, Tilgung, Veräußerung der Maschine			
<i>Kasse</i>		170 000 EUR	[B-84]
<i>an Umsatzerlöse</i>		170 000 EUR	
<i>Abschreibungen</i>		95 000 EUR	[B-85]
<i>an Sachanlagen</i>		95 000 EUR	
<i>Zinsaufwand</i>		38 000 EUR	[B-86]
<i>an Kasse</i>		38 000 EUR	
<i>Verbindlichkeiten aus L. u. L.</i>		380 000 EUR	[B-87]
<i>an Kasse</i>		380 000 EUR	
<i>Kasse</i>		190 000 EUR	[B-88]
<i>an Sachanlagen</i>		190 000 EUR	
<i>Privat</i>		18 500 EUR	[B-89]
<i>an Kasse</i>		18 500 EUR	
<i>Kasse</i>		76 500 EUR	[B-90]
<i>an Privat</i>		76 500 EUR	



## (104) Lösung Aufgabe 127 Zinsanteil beim Leasing

## a) Wirtschaftlicher Eigentümer

Da eine unkündbare Grundmietzeit vorliegt und die Leasingraten die Anschaffungskosten des Leasinggebers in dieser Zeit decken ( $\sum_{t=1}^T LR_t > I_0$ ) liegt Finanzierungsleasing vor. Da die Grundmietzeit größer als 90% der betriebsgewöhnlichen Nutzungsdauer beträgt (nämlich 100%), muss der Leasingnehmer das Leasingobjekt aktivieren. **Der Leasingnehmer ist wirtschaftlicher Eigentümer.**

## b) Kapitalwerte nach Steuern der beiden Vertragsparteien

## 1. Zinsstaffelmethode

Die Zinsstaffelmethode stellt eine Näherungslösung der exakten Methode in Form der internen Zinsfußmethode dar. Die Summe der Jahresordnungszahlen beträgt:

$$S = \sum_{t=1}^T t = \frac{T \times (T + 1)}{2} = \frac{6 \times 7}{2} = 21.$$

Die Summe der in den Leasingraten enthaltenen Zinsen beträgt:

$$\sum_{t=1}^T LR_t - I_0 = 6 \times 19,5 - 96 = 21 \text{ TEUR}$$

## • Kapitalwert des Leasinggebers

Die Zahlungsüberschüsse nach Steuern des Leasinggebers betragen (Werte in TEUR):

$t$	0	1	2	3	4	5	6
$I_0$	-96						
$L_T$							30
$LR_t$		19,5	19,5	19,5	19,5	19,5	19,5
$ZIA_t$		6	5	4	3	2	1
$RBW_t$	[21]	[15]	[10]	[6]	[3]	[1]	[0]
$TILA_t$		13,5	14,5	15,5	16,5	17,5	18,5
$Ford_t$	[96]	[82,5]	[68]	[52,5]	[36]	[18,5]	[0]
$BMG_t$		(6)	(5)	(4)	(3)	(2)	(31)
$S_t$		-2,4	-2	-1,6	-1,2	-0,8	-12,4
$Z_{s,t}$	-96	17,1	17,5	17,9	18,3	18,7	37,1

Der Kapitalwert nach Steuern beträgt bei einem Zinssatz nach Steuern von  $i_s = 0,05 \times (1 - 0,4) = 3\%$ :

$$C_{0,s} = -96 + \frac{17,1}{1,03} + \frac{17,5}{1,03^2} + \frac{17,9}{1,03^3} + \frac{18,3}{1,03^4} + \frac{18,7}{1,03^5} + \frac{37,1}{1,03^6} = 16,94 \text{ TEUR.}$$

- *Kapitalwert des Leasingnehmers*

Die Zahlungsüberschüsse nach Steuern des Leasingnehmers betragen (Werte in TEUR):

$t$	0	1	2	3	4	5	6
$BW_t$	[96]	[80]	[64]	[48]	[32]	[16]	[0]
$AfA_t$		(-16)	(-16)	(-16)	(-16)	(-16)	(-16)
$LR_t$		-19,5	-19,5	-19,5	-19,5	-19,5	-19,5
$ZIA_t$		-6	-5	-4	-3	-2	-1
$TILA_t$		-13,5	-14,5	-15,5	-16,5	-17,5	-18,5
$BMG_t$		(-22)	(-21)	(-20)	(-19)	(-18)	(-17)
$S_t$		8,8	8,4	8	7,6	7,2	6,8
$Z_{s,t}$		-10,7	-11,1	-11,5	-11,9	-12,3	-12,7

Der Kapitalwert nach Steuern des Leasingnehmers beträgt

$$C_{0,s} = -\frac{10,7}{1,03} - \frac{11,1}{1,03^2} - \frac{11,5}{1,03^3} - \frac{11,9}{1,03^4} - \frac{12,3}{1,03^5} - \frac{12,7}{1,03^6} = -63,19 \text{ TEUR}$$

2. *Exakte Methode*

Ermittlung des Effektivzinses unter Anwendung des Newton-Verfahrens:

Die Zielfunktion lautet:

$$\begin{aligned} f(i) &= -I_0 + \frac{LR}{(1+i)} + \frac{LR}{(1+i)^2} + \frac{LR}{(1+i)^3} + \frac{LR}{(1+i)^4} + \frac{LR}{(1+i)^5} + \frac{LR}{(1+i)^6} \\ &= -I_0 + LR \times \frac{1 - (1+i)^{-T}}{i} \end{aligned}$$

1. Ableitung nach  $i$  durch Anwendung der Quotientenregel

$$f'(i) = \frac{u' \times v - v' \times u}{v^2} = LR \times \left( \frac{T \times (1+i)^{-T-1}}{i} - \frac{1 - (1+i)^{-T}}{i^2} \right)$$

(a) Schätzen des Startwertes  $i_k$  für  $k = 0$  und Definition des Abbruchkriteriums:  $|i_{k+1} - i_k| < \epsilon$  ( $|\Delta i| < 0,5\%$ -Punkte): Start mit  $i_0 = 8\%$ ,

(b) Zielfunktion  $i_0$  ( $f(i_0)$ ),

$$f(0,08) = -96\,000 + 19\,500 \times \frac{1 - 1,08^{-6}}{0,08} = -5\,853,847.$$

(c) Erste Ableitung der Zielfunktion ( $f'(i_0)$ ),

$$f'(0,08) = 19\,500 \times \left( \frac{6 \times 1,08^{-7}}{0,08} - \frac{1 - 1,08^{-6}}{0,08^2} \right) = -273\,472,215.$$

(d) Ermittlung des neuen Wertes  $i_{k+1}$

$$i_{k+1} = i_k - \frac{f(i_k)}{f'(i_k)} = 0,08 - \frac{-5\,853,847}{-273\,472,215} = 0,058594$$



- (e) Veränderung von  $i_k = 0,08 - 0,058594 = 0,021406 > \epsilon \rightarrow$  Wiederholung der Schritte 2 bis 4:

Ermittlung des Funktionswertes an der Stelle  $i_1 = -0,058594$

$$f(0,058594) = -96\,000 + 19\,500 \times \frac{1 - 1,058594^{-6}}{0,058594} = 312,874.$$

Ermittlung des Wertes der ersten Ableitung

$$f'(0,058594) = 19\,500 \times \left( \frac{6 \times 1,058594^{-7}}{0,058594} - \frac{1 - 1,058594^{-6}}{0,058594^2} \right) = -303\,356,469.$$

Ermittlung des neuen Wertes  $i_2$

$$i_{k+1} = 0,058594 - \frac{312,874}{-303\,356,469} = 0,059625$$

Veränderung von  $i_k = 0,058594 - 0,059625 = 0,001031 < \epsilon \rightarrow$  Abbruch.  
Der Schätzwert  $i_2 = 5,9625\%$  liefert ein einigermaßen exaktes Ergebnis ( $f(0,059625) \approx 0$ ).

- *Kapitalwert des Leasinggebers*

Die Zinsen ermitteln sich jeweils unter Verwendung des Effektivzinssatzes auf den Bestand der Forderung der Vorperiode. Die nachstehenden Zahlungsüberschüsse nach Steuern ergeben sich unter Verwendung eines Effektivzinses von 5,9628% (Werte in TEUR):

$t$	0	1	2	3	4	5	6
$I_0$	-96						
$L_T$							30
$Ford_t$	[96]	[82,22]	[67,63]	[52,16]	[35,77]	[18,40]	[0]
$LR_t$		19,50	19,50	19,50	19,50	19,50	19,50
$ZIA_t$		5,72	4,90	4,03	3,11	2,13	1,10
$TIL_t$		13,78	14,60	15,47	16,39	17,37	18,40
$BMG_t$		(5,72)	(4,90)	(4,03)	(3,11)	(2,13)	(31,10)
$S_t$		-2,29	-1,96	-1,61	-1,24	-0,85	-12,44
$Z_{s,t}$	-96	17,21	17,54	17,89	18,26	18,65	37,06

Der Kapitalwert nach Steuern beträgt:

$$C_{0,s} = -96 + \frac{17,21}{1,03} + \frac{17,54}{1,03^2} + \frac{17,89}{1,03^3} + \frac{18,26}{1,03^4} + \frac{18,65}{1,03^5} + \frac{37,06}{1,03^6} = 16,95 \text{ TEUR}$$

Der Kapitalwert weicht nur geringfügig vom Kapitalwert bei Anwendung der Zinsstaffelmethode ab. Das zeigt, dass die Zinsstaffelmethode eine gute Näherungslösung für die exakte Methode darstellt.

- *Kapitalwert des Leasingnehmers*

Die abzugsfähigen Zinsanteile beim Leasingnehmer ergeben sich ana-



log zu den steuerpflichtigen Zinsanteilen beim Leasinggeber. Die Zahlungsüberschüsse nach Steuern betragen jetzt (Werte in TEUR):

$t$	0	1	2	3	4	5	6
$LR_t$		-19,50	-19,50	-19,50	-19,50	-19,50	-19,50
$AfA_t$		(-16)	(-16)	(-16)	(-16)	(-16)	(-16)
$ZIA_t$		-5,72	-4,90	-4,03	-3,11	-2,13	-1,10
$BMG_t$		(-21,72)	(-20,90)	(-20,03)	(-19,11)	(-18,13)	(-17,10)
$S_t$		8,69	8,36	8,01	7,64	7,25	6,84
$Z_{s,t}$		-10,81	-11,14	-11,49	-11,86	-12,25	-12,66

Der Kapitalwert nach Steuern beträgt:

$$C_{0,s} = -\frac{10,81}{1,03} - \frac{11,14}{1,03^2} - \frac{11,49}{1,03^3} - \frac{11,86}{1,03^4} - \frac{12,25}{1,03^5} - \frac{12,66}{1,03^6} = -63,21 \text{ TEUR}$$

c) *Buchungen*

• *Leasinggeber*

- In  $t=0$ , Kauf der Maschine, Aktivierung der Forderung

<i>Sachanlagen</i>	96 000 EUR	[B-91]
<i>an Kasse</i>		96 000 EUR

<i>Forderungen aus L. u. L.</i>	96 000 EUR	[B-92]
<i>an Sachanlagen</i>		96 000 EUR

- In  $t=1$ , Vereinnahmung der Leasingrate, Verminderung der Forderung, Aufstockung der Forderungen in Höhe des Zinsanteils

<i>Kasse</i>	19 500 EUR	[B-93]
<i>an Forderungen aus L. u. L.</i>		19 500 EUR

<i>Forderungen aus L. u. L.</i>	6 000 EUR	[B-94]
<i>an Zinserträge</i>		6 000 EUR

<i>Privat</i>	2 400 EUR	[B-95]
<i>an Kasse</i>		2 400 EUR

<i>Privat</i>	17 100 EUR	[B-96]
<i>an Kasse</i>		17 100 EUR

• *Leasingnehmer*

- In  $t=0$ , Aktivierung der Maschine, Passivierung der Verbindlichkeit

<i>Sachanlagen</i>	96 000 EUR	[B-97]
<i>an Verbindlichkeiten aus L. u. L.</i>		96 000 EUR



- In  $t=1$ , Zahlung der Leasingrate, Verminderung der Verbindlichkeit, Aufstockung der Verbindlichkeiten in Höhe des Zinsanteils

[B-98]	Verbindlichkeiten aus L. u. L.	19 500 EUR	
	an Kasse		19 500 EUR
[B-99]	Zinsaufwand	6 000 EUR	
	an Verbindlichkeiten aus L. u. L.		6 000 EUR
[B-100]	Kasse	8 800 EUR	
	an Privat		8 800 EUR
[B-101]	Kasse	10 700 EUR	
	an Privat		10 700 EUR

#### d) Leasing mit Kaufoption

##### 1. Wirtschaftlicher Eigentümer

Es handelt sich um Finanzierungsleasing, da die Summe der Leasingraten in der unkündbaren Grundmietzeit die Anschaffungskosten des Leasinggebers überschreiten. Die Grundmietzeit beträgt  $\frac{4}{6}$  der betriebsgewöhnlichen Nutzungsdauer und liegt zwischen 40% und 90%. Der Buchwert bei linearer Abschreibung in  $t=4$  beträgt  $BW_4 = 96 - 4 \times \frac{96}{6} = 32$  TEUR und übersteigt den Kaufpreis in  $t=4$  von 30 TEUR. Die Maschine wird dem Leasingnehmer zugerechnet.

##### 2. Kapitalwerte nach Steuern bei Anwendung der Zinsstaffelmethode

Summe der Jahresordnungszahlen beträgt jetzt:

$$S = \sum_{t=1}^T t = \frac{T \times (T + 1)}{2} = \frac{4 \times 5}{2} = 10.$$

Die in den Leasingraten enthaltenen Zinsen betragen:

$$\sum_{t=1}^T LR_t - I_0 = 6 \times 19,5 - 96 = 21 \text{ TEUR}$$

##### • Leasinggeber

Zum Zeitpunkt der Veräußerung ist die Forderung gegenüber dem Leasingnehmer vollständig aufgelöst. Der Erlös aus der Veräußerung ist deshalb voll erfolgswirksam und unterliegt in voller Höhe der Besteuerung. Die Zahlungen nach Steuern ergeben:



$t$	0	1	2	3	4
$I_0/L_T$	-96				30
$LR_t$		29,25	29,25	29,25	29,25
$Ford_t$	[96]	[75,15]	[52,20]	[27,15]	[0]
$ZIA_t$		8,40	6,30	4,20	2,10
$TILA_t$		20,85	22,95	25,05	27,15
$BMG_t$		(8,40)	(6,30)	(4,20)	(32,10)
$S_t$		-3,36	-2,52	-1,68	-12,84
$Z_{s,t}$	-96	25,89	26,73	27,57	46,41

Der Kapitalwert nach Steuern beträgt:

$$C_{0,s} = -96 + \frac{25,89}{1,03} + \frac{26,73}{1,03^2} + \frac{27,57}{1,03^3} + \frac{46,41}{1,03^4} = 20,80 \text{ TEUR}$$

- *Leasingnehmer*

Laut Aufgabenstellung stellt der Kaufpreis in  $t=4$  Sofortaufwand dar. Entsprechend ist der Restbuchwert des Wirtschaftsguts abzuschreiben. Der Erlös aus dem Verkauf in  $t=6$  ist voll steuerpflichtig. Die Zahlungsüberschüsse nach Steuern ergeben:







sonstige betriebliche Aufwendungen	30 000 EUR	[B-109]
an Kasse		30 000 EUR
Kasse	19 240 EUR	[B-110]
an Privat		19 240 EUR
– In $t = 5$ , keine Leasingrate mehr, Abschreibung der Maschine		
Abschreibungen	16 000 EUR	[B-111]
an Sachanlagen		16 000 EUR
Kasse	6 400 EUR	[B-112]
an Privat		6 400 EUR
Privat	6 400 EUR	[B-113]
an Kasse		6 400 EUR
– In $t = 6$ , keine Leasingrate mehr, Abschreibung der Maschine, Verkauf der Maschine		
Abschreibungen	16 000 EUR	[B-114]
an Sachanlagen		16 000 EUR
Kasse	30 000 EUR	[B-115]
an sonstige betriebliche Erträge		30 000 EUR
Privat	5 600 EUR	[B-116]
an Kasse		5 600 EUR
Privat	24 400 EUR	[B-117]
an Kasse		24 400 EUR

## (105) Lösung Aufgabe 128 Subventionswerte

a) Subventionswerte der genannten Fördermaßnahmen

- ohne Subvention

Als Referenzgröße wird der Kapitalwert ohne Subvention ermittelt. Die jährliche Abschreibung beträgt  $\left(\frac{800-200}{4}\right) = 150$ . In  $t = 4$  wird dem Liquidationserlös der Restbuchwert entgegengestellt mit dem Ergebnis, dass der Liquidationserlös i. H. v. 200 unbesteuert bleibt.

$t$	0	1	2	3	4
$Z_t$	-800	300	300	300	500
$AfA_t$		(-150)	(-150)	(-150)	(-150)
$BMG_t$		(150)	(150)	(150)	(150)
$S_t$		-75	-75	-75	-75
$Z_{s,t}$	-800	225	225	225	425

Der Zinssatz nach Steuern beträgt  $i_s = 0,08 \times (1 - 0,5) = 0,04 = 4\%$ .

$$C_{0,s} = -800 + \frac{225}{1,04} + \frac{225}{1,04^2} + \frac{225}{1,04^3} + \frac{425}{1,04^4} = 187,69$$



## 1) Kapitalwert bei steuerfreier Zulage i. H. v. 10% der Anschaffungskosten

$t$	0	1	2	3	4
$Z_t$	-800	300	300	300	500
$AfA_t$		(-150)	(-150)	(-150)	(-150)
$BMG_t$		(150)	(150)	(150)	(150)
$S_t$		-75	-75	-75	-75
Zulage		80			
$Z_{s,t}$	-800	305	225	225	425

Der Kapitalwert beträgt jetzt:

$$C_{0,s} = -800 + \frac{305}{1,04} + \frac{225}{1,04^2} + \frac{225}{1,04^3} + \frac{425}{1,04^4} = 264,61$$

## 2) Investitionszuschuss i. H. v. 20% der Anschaffungskosten, der die Anschaffungskosten mindert.

$t$	0	1	2	3	4
$Z_t$	-800	300	300	300	500
Zuschuss	160				
$AfA_t$		(-110)	(-110)	(-110)	(-110)
$BMG_t$		(190)	(190)	(190)	(190)
$S_t$		-95	-95	-95	-95
$Z_{s,t}$	-640	205	205	205	405

Der Kapitalwert beträgt:

$$C_{0,s} = -640 + \frac{205}{1,04} + \frac{205}{1,04^2} + \frac{205}{1,04^3} + \frac{405}{1,04^4} = 275,09$$

## 3) Kapitalwert im Fall des Sonderkredits

$t$	0	1	2	3	4
$K_0$	500				
$TIL_4$					-500
$i \times K_0$		0	-20	-20	-20
$S_t$		0	10	10	10
$Z_{s,t}$	500	0	-10	-10	-510

Der Kapitalwert des Kredits beträgt:

$$C_{0,s} = 500 - \frac{10}{1,04^2} - \frac{10}{1,04^3} - \frac{510}{1,04^4} = 45,90$$

Zusammen mit dem Kapitalwert ohne Subvention (187,69) ergibt sich ein Kapitalwert nach Steuern von 233,60.



4) *Sofortabschreibung in t = 1*

t	0	1	2	3	4
Z <sub>t</sub>	-800	300	300	300	500
AfA <sub>t</sub>		(-600)			
BMG <sub>t</sub>		(-300)	(300)	(300)	(300)
S <sub>t</sub>		150	-150	-150	-150
Z <sub>s,t</sub>	-800	450	150	150	350

Der Kapitalwert beträgt:

$$C_{0,s} = -800 + \frac{450}{1,04} + \frac{150}{1,04^2} + \frac{150}{1,04^3} + \frac{350}{1,04^4} = 203,91$$

b) *Beurteilung der Fördermaßnahmen bei Kapitalwertäquivalenz*

Wenn die Subventionswerte identisch sind, müssen sie vermögensmäßig (Barwert nach Steuern) identisch sein. Dies ist i. d. R. nicht der Fall.

Die Sofortabschreibung wirkt z. B. nur in t = 1 und nur dann, wenn genügend positive Einkünfte vorliegen, da die durch die Sofortabschreibung entstehenden Verluste sonst vorgetragen werden und erst in künftigen Perioden zu einer Steuererstattung führen.

Die oben vorgestellten Instrumente haben grundsätzlich unterschiedliche Liquiditätswirkungen. Zum Beispiel ist für Existenzgründer die Investitionszulage bzw. der Investitionszuschuss besser als die Sofortabschreibung.

(106) **Lösung Aufgabe 129** *Zeiteffekt der Besteuerung im Fall von Rückstellungen*

Der Liquiditätseffekt im Zeitpunkt der Passivierung der Rückstellung besteht in der Steuererstattung auf die Rückstellung i. H. v.  $0,4 \times 75\,000 = 30\,000$  EUR. Die Steuerzahlung, die durch die Auflösung der Rückstellung verursacht wird, beträgt  $(0,4 \times (75\,000 - 10\,000) =) 26\,000$  EUR.

• *Barwert der Steuerersparnis ohne Rückstellung*

Bei einem Zinssatz nach Steuern von  $i_s = 0,08 \times (1 - 0,4) = 0,048$  beträgt der Barwert der Steuererstattung im Fall, dass keine Rückstellung gebildet wird:

$$BW = \frac{10\,000 \times 0,4}{1,048} = 3\,816,79$$

• *Barwert der Steuerersparnis mit Rückstellung*

Im Fall, dass eine Rückstellung gebildet wird, beträgt der Barwert der Steuererstattung bzw. Steuerzahlung

$$BW = 75\,000 \times 0,4 - \frac{65\,000 \times 0,4}{1,048} = 5\,190,84$$



- *Vorteil durch die Rückstellung*  
Der Vorteil durch die Bildung der Rückstellung beträgt:

$$\text{Vorteil} = 5\,190,84 - 3\,816,79 = 1\,374,05$$

Alternativ ermittelt sich der Vorteil durch

$$\text{Vorteil} = 75\,000 \times 0,4 \times \left(1 - \frac{1}{1,048}\right) = 1\,374,05.$$

**(106) Lösung Aufgabe 130** *Steuerliche Wirkung von Rückstellungen*

- *Abzug des äquivalenten Betrags*  
Insgesamt wird an 40 Stichtagen jeweils ein Betrag von 10 000 EUR als Rückstellung passiviert. Damit entspricht der nominelle Rückstellungsbetrag  $40 \times 10\,000 = 400\,000$  EUR. Der Barwert der Steuerersparnis durch die Rückstellung i. H. v. 400 000 EUR am Ende des Jahres 64 beträgt zu Beginn des 25. Lebensjahres

$$BW = \frac{0,45 \times 400\,000}{(1 + 0,05 \times (1 - 0,45))^{40}} = 60\,813,40$$

- *Steuerbarwert bei jährlicher Rückstellung*  
Der Barwert der Steuererstattung bei jährlichen Rückstellungen i. H. v. 10 000 EUR in den nächsten 40 Jahren beträgt

$$BW = 10\,000 \times 0,45 \times \frac{1,0275^{40} - 1}{1,0275^{40} \times 0,0275} = 108\,351,45$$

- *Barwertvorteil*  
Der Barwertvorteil beträgt:

$$\Delta BW = 108\,351,45 - 60\,813,40 = 47\,538,05$$

**(106) Lösung Aufgabe 131** *Finanzielle Wirkungen von Rückstellungen*

- Unterschied zwischen Rückstellungen und Rücklagen*  
Bei Rückstellungen handelt es sich um Fremdkapital, Rücklagen stellen Eigenkapital dar.
- Verbuchung von Rückstellungen*  
Die Bildung der Rückstellung geschieht erfolgswirksam. Die Bildung einer Rückstellung für ungewisse Verbindlichkeiten gem. § 249 Abs. 1 Satz 1 HGB i. H. v. 100 000 EUR erfolgt z. B. durch:

[B-118]	Aufwand	100 000 EUR	
	an Rückstellungen		100 000 EUR



c) *Finanzielle Wirkung von Rückstellungen*

Der Buchungssatz unter b) ist »des Steuerpflichtigen liebster Buchungssatz«, da durch ihn durch den Aufwand die steuerliche Bemessungsgrundlage gesenkt wird, aber keine korrespondierende Auszahlung erfolgt. Im Gegenteil, durch den Aufwand wird die Steuerzahlung gesenkt, faktisch liegt eine Einzahlung vor. Diese Einzahlung kann am Kapitalmarkt angelegt werden bis zu dem Zeitpunkt zu dem die zur Rückstellung korrespondierende Auszahlung erfolgt.

d) *Finanzierungskonzepte*1) *deckungsloses Zahlungsverfahren*

Das deckungslose Zahlungsverfahren stellt eigentlich kein Finanzierungskonzept dar, da in diesem Fall keine Rückstellung gebildet wird. Das Endvermögen besteht in diesem Fall aus der Auszahlung nach Steuererstattung.

$$EV = -Z_n \times (1 - s) \quad (37)$$

2) *Kapitaldeckungsverfahren*

Beim Kapitaldeckungsverfahren wird die zur zukünftigen Zahlungsverpflichtung äquivalente Rückstellung in voller Höhe zum Zeitpunkt der rechtlichen Entstehung der Verpflichtung gebildet. Die Bildung der Rückstellung kann mit oder ohne Diskontierung erfolgen.

• *ohne Diskontierung*

$$EV = -Z_n + Au_0 \times s \times q_s^n \quad \text{mit } Au_0 = Z_n. \quad (38)$$

• *mit Diskontierung*

Im Fall der Diskontierung kann es sein, dass der Diskontierungssatz und der Kapitalmarktzins auseinanderfallen. Für steuerliche Zwecke muss z. B. ein Diskontierungssatz von 5,5% angewendet werden. Während im Fall ohne Diskontierung eine Rückstellung in  $t=0$  gebildet wird, muss im Fall mit Diskontierung die Rückstellung jährlich aufgestockt werden. Daraus resultieren jährliche Steuererstattungen, die bis zu der der Rückstellung korrespondierenden Auszahlung verzinst werden.

1. Ermittlung der Rückstellung in  $t=0$ 

$$Au_0 = s \times \frac{Z_n}{q_{RS,t}^n}$$

mit  $q_{RS,t}$  = Diskontierungssatz der Rückstellung. Die Steuererstattung auf die Rückstellung ergibt demnach

$$S_1 = s \times Au_0$$

2. Zuführung zur Rückstellung in  $t=1$ 

$$Au_1 = Au_0 \times i_{RS,t}$$



3. Zuführung zur Rückstellung in  $t > 1$ 

$$Au_t = Au_0 \times i_{RSt} \times (1 + i_{RSt})^{t-2}$$

Zur weiteren Berechnung ist nachfolgende Beziehung hilfreich: Der Endwert einer dynamisch wachsenden Rente  $z$  lässt sich mittels folgender Beziehung errechnen

$$EV = z_l \times \frac{q_s^n - g^n}{q_s - g} \quad \text{mit} \quad q_s = (1 + i_s), g = (1 + i_{RSt}).$$

Die liquiden Mittel in  $n$  vor Auszahlung ermitteln sich aus der verzinsten Steuererstattung der Rückstellung in  $t = 1$  und den verzinsten Steuererstattungen aus der jährlich anwachsenden Rückstellung. Folglich gilt

$$EV = s \times Au_0 \times q_s^n + Au_0 \times i_{RSt} \times s \times \frac{q_s^n - g^n}{q_s - g} \quad (39)$$

3) *Ansammlungsdeckung*

- *ohne Diskontierung*

Im Fall ohne Diskontierung verteilt sich der Aufwand linear auf den Planungshorizont. Das Endvermögen der liquiden Mittel aus der Steuererstattung ergeben dann am Ende des Planungshorizonts

$$EV = \frac{Z_n}{n} \times s \times \frac{q_s^n - 1}{i_s} \quad (40)$$

- *mit Diskontierung*

Im Fall mit Diskontierung erfolgt Umwandlung der erwarteten Auszahlung in  $n$  in eine Rente (Annuität) unter Verwendung des gesetzlich vorgeschriebenen Rechnungszinses.

$$Au_0 = Z_n \times \frac{i_{RSt}}{q_{RSt}^n - 1}$$

Die liquiden Mittel vor Auszahlung in  $n$  betragen dann

$$EV = Au_0 \times s \times \frac{q_s^n - g^n}{q_s - g} \quad (41)$$

e) *Anwendung der unter d) entwickelten Formen auf ein konkretes Beispiel*

1. *Endvermögen bei deckungslosem Zahlungsverfahren* Unter Verwendung von (37) ergibt sich

$$EV = -1\,000 \times (1 - 0,4) = -600.$$

2. *Endvermögen bei Kapitaldeckung ohne Diskontierung*

Unter Verwendung von (38) ergibt sich

$$EV = -1\,000 + 1\,000 \times 0,4 \times 1,036^{19} = -216,76$$

mit  $i_s = 0,06 \times (1 - 0,4) = 0,036$ .



## 3. Endvermögen bei Kapitaldeckung mit Diskontierung

Unter Verwendung von (39) ergibt sich

$$\begin{aligned} EV &= -1\,000 + 0,4 \times \frac{1\,000}{1,055^{19}} \times 1,036^{19} \\ &+ \frac{1\,000}{1,055^{19}} \times 0,4 \times 0,055 \times \frac{1,036^{19} - 1,055^{19}}{1,036 - 1,055} \\ &= -378,70. \end{aligned}$$

## 4. Endvermögen bei Ansammlungsdeckung ohne Diskontierung

Unter Verwendung von (40) ergibt sich

$$EV = -1\,000 + \frac{1\,000}{20} \times 0,4 \times \frac{1,036^{20} - 1}{0,036} = -428,56.$$

## 5. Endvermögen bei Ansammlungsdeckung mit Diskontierung

Unter Verwendung von (41) ergibt sich

$$EV = -1\,000 + 1\,000 \times \frac{0,055}{1,055^{20} - 1} \times 0,4 \times \frac{1,036^{20} - 1,055^{20}}{1,036 - 1,055} = -463,14$$

## (107) Lösung Aufgabe 132 Rückstellungen und Verlustverrechnungsbeschränkungen

## a) Ermittlung des Endvermögens

Nachstehend ist der vollständige Finanzplan zur Ermittlung des Endvermögens dargestellt. Der Steuersatz beträgt 30%. Die Kapitalmarktanlage in  $t = 3$  entspricht dem Endvermögen:

$t$	0	1	2	3
$Z_t$	-90 000	30 000	28 200	80 000
$AfA_t$		(-30 000)	(-30 000)	(-30 000)
$i \times KMA_{t-1}$		0	1 800	3 600
$KMA_t$		[30 000]	[60 000]	[127 520]
$BMG_t$		(0)	(0)	(53 600)
$S_t$		0	0	-16 080
$Z_{s,t}$		30 000	30 000	67 520

## b) Endvermögen im Fall der Rückstellung

Unterstellt wird kein sofortiger vollständiger Verlustausgleich. In diesem Fall wird die Rückstellung erst in  $t = 3$  steuerwirksam mit der Folge, dass der Zinseffekt durch die Vorverlagerung des Aufwands verloren geht. Das Endvermögen verändert sich im Vergleich zu a) nicht.





$t$	0	1	2	3
$Z_t$	-90 000	30 000	28 200	80 000
$AfA_t$		(-30 000)	(-30 000)	(-30 000)
$RSt_t$			(-10 000)	(10 000)
$i \times KMA_{t-1}$		0	1 800	3 600
$KMA_t$		[30 000]	[60 000]	[127 520]
$GdE_t$		0	-10 000	63 600
$VV_t$			[10 000]	[0]
$VA_t$				(-10 000)
$BMG_t$		(0)	(0)	(53 600)
$S_t$		0	0	-16 080
$Z_{s,t}$		30 000	30 000	67 520



(108) **Lösung Aufgabe 133** *Alternative Steuersysteme*

a) *Formale Ermittlung der Barwerte nach Steuern*

- *Variante 1*

$$BW = s \times X - \frac{(X + s \times X)}{(1 + i \times (1 - s))^T}$$

- *Variante 2*

$$BW = s \times \frac{X}{(1 + k)^T} - \frac{X + s \times \frac{X}{(1 + k)^T}}{(1 + i \times (1 - s))^T}$$

- *Variante 3*

Zinsen werden nicht besteuert, der Ertragswert vor und nach Steuern ist identisch:

$$BW = -\frac{X}{(1 + i)^T}$$

b) *Barwerte nach Steuern*

T	2	5	10
<i>Variante 1</i>	-84,60	-64,62	-38,18
<i>Variante 2</i>	-85,05	-66,99	-45,50
<i>Variante 3</i>	-82,64	-62,09	-38,55
<i>Rangfolge</i>	3,1,2	3,1,2	1,3,2

(108) **Lösung Aufgabe 134** *Mitarbeiterbeteiligungen*

a) *Endvermögen bei nachgelagerter Besteuerung*

$$V_n = 10\,000 \times 1,03^{10} \times (1 - 0,4) = 8\,063,50$$

b) *Endvermögen im Fall der Normalanleihe*

Der Zinssatz nach Steuern beträgt ( $i_s = 0,03 \times (1 - 0,4) =$ ) 1,8%. Das Endvermögen nach Steuern beträgt dann

$$V_n = 10\,000 \times (1 - 0,4) \times 1,018^{10} = 7\,171,81.$$

Das Endvermögen im Fall der Investition in den Zerobond beträgt

$$V_n = 10\,000 \times (1 - 0,4) \times 1,03^{10} - 0,4 \times (10\,000 \times (1 - 0,4) \times 1,03^{10} - 10\,000 \times (1 - 0,4)) = 7\,238,10.$$

c) *Belastung der Eigentümer*

Mit »Belastung der Eigentümer« ist gemeint, wie hoch die Zahlungsbelastung bei Auszahlung des Bonus ist. In  $t = 1$  wird eine Rückstellung i. H. v. 10 000 EUR gebildet. Die Steuererstattung darauf ( $10\,000 \times 0,4 = 4\,000$  EUR) wird für 10 Jahre zu einem Zinssatz von ( $0,07 \times (1 - 0,4) =$ ) 4,2% angelegt. Der aufgezinste Wert der Steuererstattung in  $t = 11$  beträgt dann

$$V_n = 4\,000 \times 1,042^{10} = 6\,035,83$$

Die in  $t = 1$  gebildete Rückstellung verzinst sich für den Mitarbeiter mit 3%. Demnach wird die Rückstellung jedes Jahr um 3% aufgestockt. Faktisch wächst die Rückstellung also mit 3%.

Die Rückstellung in  $t = 2$  beträgt ( $10\,000 \times 0,03 =$ ) 300 EUR. Die Steuererstattung darauf beträgt ( $300 \times 0,4 =$ ) 120 EUR. Die aufgezinste Steuererstattung auf die wachsenden Rückstellungsbeträgt in  $t = 11$  beträgt

$$V_n = 120 \times \frac{1,042^{10} - 1,03^{10}}{1,042 - 1,03} = 1\,650,42.$$

Der Wert der Rückstellung und damit der auszuzahlende Mitarbeiterbonus beträgt in  $t = 11$

$$V_n = 10\,000 \times 1,03^{10} = 13\,439,16.$$

Die Nettozahlungsposition der Eigentümer ergibt dann (Werte jeweils auf  $t = 11$  berechnet)

	EUR
./. Auszahlung an Mitarbeiter	13 439,16
+ Wert der Steuererstattung aus $t = 1$	6 035,83
+ Wert der Steuererstattungen im Zeitablauf	1 650,42
= <i>Nettoausszahlung</i>	<u>5 752,91</u>

Die Auszahlung des Bonus kostet die Eigentümer nur 5 752,91 EUR.



## (109) Lösung Aufgabe 135 Zero-GmbH

## a) Steuervorteil von Nullkupon-Anleihen

## • Sicht des privaten Anlegers

Während bei der Normalanleihe die Zinszahlung und damit die Steuerzahlung auf die Zinsen jährlich zum Zeitpunkt der Zinszahlung erfolgt, werden die Zinsen beim Zerobond erst am Ende der Laufzeit ausbezahlt und auch erst zu diesem Zeitpunkt besteuert (Prinzip der Zuflussbesteuerung).

Beträgt der Zinssatz vor Steuern 10% und der Steuersatz 25%, ergibt sich der Zinssatz nach Steuern als  $i_s = 0,1 \times (1 - 0,25) = 0,075$ . Das Endvermögen bei der Normalanleihe nach 5 Jahren und einem Anlagebetrag von 100 EUR beträgt dann

$$EV = 100 \times 1,075^5 = 143,56$$

Die Nettorendite beträgt demnach  $r_s = 7,5\%$ . Das Endvermögen nach Steuern im Fall des Zerobonds ergibt

$$EV = 100 \times 1,1^5 - (0,25 \times (100 \times 1,1^5 - 100)) = 145,79$$

Der Vorteil der Zerobonds gegenüber der Normalanleihe aus Anlegersicht beträgt demnach  $(145,79 - 143,56 =) 2,23$ . Die Nettorendite beim Zerobond beträgt

$$r_s = \sqrt[5]{\frac{145,79}{100}} - 1 = 0,0783.$$

Der Zerobond weist also eine um 0,33%-Punkte höhere Rendite auf als die Normalanleihe.

## • Emittentensicht

Emittenten sind die Unternehmen, die die Bonds ausgeben. Aus deren Sicht stellt der Bond Fremdkapital dar, das passiviert werden muss. Aufgrund der periodengerechten Gewinnermittlung müssen die Zinsen antizipativ passiv abgegrenzt werden. Die Zinsaufwendungen entstehen vor der Auszahlung der Zinsen. Die Nettorendite für den Emittenten bei  $s = 40\%$  ermittelt sich wie folgt:

$t$	0	1	2	3	4	5
Kredit-ZR	100					-161,05
$RBW_t$	[100]	[110]	[121]	[133,10]	[146,41]	[161,05]
$\rho \times RBW_{t-1}$		(-10)	(-11)	(-12,10)	(-13,31)	(-14,64)
$S_t$		4	4,40	4,84	5,32	5,86
$Z_{s,t}$	100	4	4,40	4,84	5,32	-155,19

und ergibt damit  $r_s = 6\%$  (interner Zinsfuß nach Steuern, dessen Ermittlung hier nicht explizit aufgezeigt wird). Der gesamte Steuervorteil liegt damit beim Anleger.



b) *Konditionen zur Zuweisung der Steuervorteile*

Die Situation, wenn der gesamte Steuervorteil beim Anleger liegt, wurde bereits in Aufgabenteil a) gezeigt. Jetzt soll der gesamte Steuervorteil beim Emittenten liegen.

• *Sicht des Anlegers*

Aus der *Sicht des Anlegers* ist die Nachsteuerrendite i. H. v. 7,5% gegeben. Sie entspricht der Nachsteuerrendite bei der Normalanleihe. Gesucht wird die Vorsteuerrendite. Formal muss gelten

$$\begin{aligned}
 -K_0 + \frac{161,05 - 0,25 \times (161,05 - K_0)}{1,075^5} & \stackrel{!}{=} 0 \\
 161,05 - 0,25 \times (161,05 - K_0) & = 1,075^5 \times K_0 \\
 161,05 - 40,26 + 0,25 \times K_0 & = 1,075^5 \times K_0 \\
 120,79 & = (1,075^5 - 0,25) \times K_0 \\
 K_0 & = \frac{120,79}{1,075^5 - 0,25} \\
 K_0 & = 101,88
 \end{aligned}$$

Der Ausgabekurs beträgt 101,88. Die Emissionsrendite beträgt dann

$$r = \sqrt[5]{\frac{161,05}{101,88}} - 1 = 0,095917.$$

Die Vorsteuerrendite ist in diesem Fall schlechter als bei der Normalanleihe. Dieser negative Effekt wird durch den Steuerstundungseffekt jedoch wieder ausgeglichen.

• *Sicht des Emittenten*

$t$	0	1	2	3	4	5
Kredit-ZR	101,88					-161,06
$RBW_t$	[101,88]	[111,65]	[122,36]	[134,10]	[146,96]	[161,06]
$\rho \times RBW_{t-1}$		(-9,77)	(-10,71)	(-11,74)	(-12,86)	(-14,10)
$S_t$		3,91	4,28	4,69	5,14	5,64
$Z_{s,t}$	101,88	3,91	4,28	4,69	5,14	-155,42

Die Nachsteuerrendite (ohne Beweis) ergibt 5,7558%.

• *Zusammenfassung*

Ergebnisübersicht für den Fall: Steuersatz des Anlegers = 25%, Steuersatz des Emittenten = 40%

	Betrieblicher Emittent		Privater Anleger	
	$r$	$r_s$	$r$	$r_s$
Normalanleihe	10%	6%	10%	7,50%
ZB (Vorteil Anleger)	10%	6%	10%	7,83%
ZB (Vorteil Emittent)	9,59%	5,76%	9,59%	7,50%



c) *Fallendes Zinsniveau*

Ursprünglich versprach die Anlage von 100 EUR eine Auszahlung im Rückzahlungszeitpunkt  $t = 5$  von

$$EV = 100 \times 1,1^5 = 161,05$$

Durch das Absinken des Zinsniveaus in  $t = 1$  beträgt der Wert des Bonds in  $t = 1$

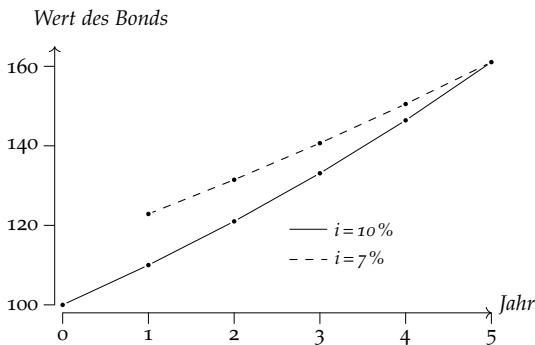
$$K_1 = \frac{161,05}{1,07^4} = 122,87$$

Der Anleger, der in  $t = 0$  den Bond für 100 EUR erworben hat, verkauft ihn in  $t = 1$  für 122,87 und realisiert eine Emissionsrendite von 10 EUR zzgl. eine die Emissionsrendite übersteigende Marktrendite von 12,87 EUR. Die Nettozahlung beträgt:

$$Netto = 122,87 - 0,25 \times (122,87 - 100) = 117,15 \text{ EUR}$$

Der Käufer der Anleihe in  $t = 1$  realisiert am Rückzahlungszeitpunkt  $t = 5$  einen Betrag von 161,05. Seine Nettozahlung beträgt:

$$Netto = 161,05 - 0,25 \times (161,05 - 122,87) = 151,51 \text{ EUR}$$

• *Graphische Darstellung*

## (110) Lösung Aufgabe 136 Vorteilhaftigkeit von Finanzanlagen

## a) Kapitalwert einer festverzinslichen Anlage

Der Kapitalwert einer festverzinslichen Anlage muss null sein, da der Vergleich einer Investition mit sich selbst niemals vor- oder nachteilhaft sein kann. Formale Ermittlung des Kapitalwerts nach Steuern, bei einem Zinssatz nach Steuern von  $(0,06 \times (1 - 0,25) =) 4,5\%$ :

$$C_{0,s} = -10\,000 + 600 \times (1 - 0,25) \times \frac{1,045^6 - 1}{0,045 \times 1,045^6} + \frac{10\,000}{1,045^6} = 0$$

## b) Bundesschatzbrief Typ A

Beim Bundesschatzbrief Typ A steigt der Nominalzins über die Laufzeit an. Es erfolgt zunächst volle Einzahlung des Nennbetrags. Die Zinszahlung erfolgt nachschüssig zum 31. 12. Die Rückzahlung erfolgt nach 6 Jahren zu 100%. Der Startzins beträgt  $i_0 = 5,3009\%$ , die Steigerung beträgt 0,3 %-Punkte pro Jahr.

t	0	1	2	3	4	5	6
$Z_t$	-10 000	530,09	560,09	590,09	620,09	650,09	10 680,09
$EW_t$	[10 000]	[10 069,92]	[10 114,03]	[10 130,78]	[10 118,53]	[10 075,56]	[0]
$S_t$		-132,52	-140,02	-147,52	-155,02	-162,52	-170,02
$Z_{s,t}$	-10 000	397,57	420,07	442,57	465,07	487,57	10 510,07

Der Kapitalwert vor Steuern beträgt null. Der Kapitalwert nach Steuern ist positiv und beträgt:

$$C_{0,s} = -10\,000 + \frac{397,57}{1,045} + \frac{420,07}{1,045^2} + \frac{442,57}{1,045^3} + \frac{465,07}{1,045^4} + \frac{487,57}{1,045^5} + \frac{10\,510,07}{1,045^6} = 4,81$$

## c) Kombizinsanleihe

Bei der Kombizinsanleihe gibt es keine gleichbleibende Verzinsung. Bei diesem Beispiel gibt es keine Verzinsung zu Beginn, dafür hohe Zinsen am Ende der Laufzeit. Bei diesem Beispiel muss zunächst eine barwertäquivalente Umrechnung der Zinsen von 6 Zahlungszeitpunkten auf 3 Zahlungszeitpunkte am Ende der Laufzeit erfolgen:

Barwert der Zinsen in  $t = 3$

$$600 \times \frac{1,06^6 - 1}{0,06 \times 1,06^6} \times 1,06^3 = 3\,513,97$$

Ermittlung der Annuität:

$$3\,513,97 \times \frac{0,06 \times 1,06^3}{1,06^3 - 1} = 1\,314,61$$

Der Nominalzins in den Perioden  $t = 4, 5$  und  $6$  beträgt demnach 13,1461%. Der Kapitalwert vor Steuern der Kombizinsanleihe beträgt null. Die Zahlungsüberschüsse nach Steuern betragen:



$t$	0	1	2	3	4	5	6
$Z_t$	-10 000	0	0	0	1 314,61	1 314,61	11 314,61
$EW_t$	[10 000]	[10 600]	[11 236]	[11 910,16]	[11 310,16]	[10 674,16]	[0]
$S_t$		0	0	0	-328,65	-328,65	-328,65
$Z_{s,t}$	-10 000	0	0	0	985,96	985,96	10 985,96

Der Kapitalwert nach Steuern ergibt:

$$C_{0,s} = -10\,000 + \frac{985,96}{1,045^4} + \frac{985,96}{1,045^5} + \frac{10\,985,96}{1,045^6} = 54,04$$

d) Zerobond

Im Fall des Zerobonds werden während der gesamten Laufzeit keine Zinsen bezahlt. Die kumulierte Zinszahlung erfolgt bei Tilgung i. H. v.:

$$10\,000 \times 1,06^6 - 10\,000 = 4\,185,19 \text{ EUR}$$

	0	1	2	3	4	5	6
$Z_t$	-10 000	0	0	0	0	0	14 185,19
$EW_t$	[10 000]	[10 600]	[11 236]	[11 910,16]	[12 624,77]	[13 382,26]	[0]
$S_t$		0	0	0	0	0	-1 046,30
$Z_{s,t}$	-10 000	0	0	0	0	0	13 138,89

Der Kapitalwert nach Steuern ergibt:

$$C_{0,s} = -10\,000 + \frac{13\,138,89}{1,045^6} = 89,30$$

• Zusammenfassung

festverzinsliche Anlage  $C_{0,s} = 0,00$

Bundesschatzbrief  $C_{0,s} = 4,81$

Kombizinsanleihe  $C_{0,s} = 54,04$

Zerobond  $C_{0,s} = 89,30$

Die unterschiedlichen Kapitalwerte nach Steuern ergeben sich aufgrund von Zeit(Zins-)effekten.

(110) Lösung Aufgabe 137 Altersvorsorge

a) Ermittlung der Endvermögen alternativer Finanzanlagen

Der Zinssatz nach Steuern beträgt ( $i_s = 0,06 \times (1 - 0,25) = 0,045 =$ ) 4,5%

• Endvermögen der Anleihe

$$V_n = 2\,000 \times (1 - 0,25) \times 1,045^{12} = 2\,543,82$$

• Endvermögen des Zerobonds

$$V_n = 2\,000 \times (1 - 0,25) \times 1,06^{12} - (2\,000 \times (1 - 0,25) \times 1,06^{12} - 2\,000 \times (1 - 0,25)) \times 0,25 = 2\,638,72$$

- Endvermögen der Kapitallebensversicherung 1

$$V_n = 2\,000 \times (1 - 0,25) \times 1,06^{12} = 3\,018,29$$

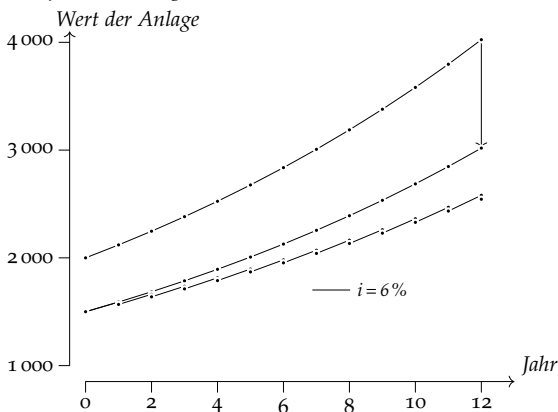
- Endvermögen der Kapitallebensversicherung 2

$$V_n = 2\,000 \times (1 - 0,25) \times 1,06^{12} - 0,5 \times (2\,000 \times (1 - 0,25) \times 1,06^{12} - 2\,000 \times (1 - 0,25)) \times 0,25 = 2\,828,51$$

- Anlage bei nachgelagerter Besteuerung

$$V_n = 2\,000 \times 1,06^{12} \times (1 - 0,25) = 3\,018,29$$

- b) Graphische Lösung



Die vorgelagerte Besteuerung mit steuerfreien Zinsen führt zum selben Endvermögen nach Steuern wie die nachgelagerte Besteuerung.

- c) Endvermögen im Fall  $s = 20\%$

Der Nachsteuerzins in  $t = 13$  beträgt jetzt ( $i_s = 0,06 \times (1 - 0,2) =$ )  $4,8\%$ .

- Endvermögen der Anleihe

$$V_n = 2\,000 \times (1 - 0,25) \times 1,045^{11} \times 1,048 = 2\,551,12$$

- Endvermögen des Zerobonds

$$V_n = 2\,000 \times (1 - 0,25) \times 1,06^{12} - (2\,000 \times (1 - 0,25) \times 1,06^{12} - 2\,000 \times (1 - 0,25)) \times 0,2 = 2\,714,64$$

- Endvermögen der Kapitallebensversicherung 1

$$V_n = 2\,000 \times (1 - 0,25) \times 1,06^{12} = 3\,018,29$$





- *Endvermögen der Kapitallebensversicherung 2*

$$V_n = 2\,000 \times (1 - 0,25) \times 1,06^{12} - 0,5 \times (2\,000 \times (1 - 0,25) \times 1,06^{12} - 2\,000 \times (1 - 0,25)) \times 0,2 = 2\,866,47$$

- *Anlage bei nachgelagerter Besteuerung*

$$V_n = 2\,000 \times 1,06^{12} \times (1 - 0,2) = 3\,219,51$$

- d) *Ermittlung des Endvermögens der Kapitallebensversicherung 1 bei angepassten Prämissen*

Der Anlagebetrag nach Steuern beträgt  $(2\,000 \times (1 - 0,25) =) 1\,500$ . Dieser wird vorschüssig auf fünf Perioden verteilt. Der Zinssatz nach Steuern dafür beträgt  $(0,05 \times (1 - 0,25) =) 3,75\%$ .

$$ANN = 1\,500 \times \frac{1,0375^4 \times 0,0375}{1,0375^5 - 1} = 322,48.$$

Die Summe der eingezahlten Prämien beträgt demnach  $(5 \times 322,48 =) 1\,612,40$ . Das Endvermögen in  $t = 5$  beträgt dann

$$V_5 = 322,48 \times \frac{1,06^5 - 1}{0,06 \times 1,06^{-1}} = 1\,926,92.$$

Das Endvermögen in  $t = 12$  ergibt dann

$$V_{12} = 1\,926,92 \times 1,06^7 = 2\,897,38$$

(111) **Lösung Aufgabe 138** *Xaver Luck*

- a) *Ermittlung des Endvermögens und des Kapitalwerts der Lebensversicherung*

Ermittlung der Prämienzahlungen in den ersten 5 Perioden. Es ist zu beachten, dass es sich um vorschüssige Zahlungen handelt. Der Zinssatz nach Steuern beträgt  $(i_s = 0,04 \times (1 - 0,25) = 0,03 =) 3\%$ .

$$ANN = 1\,000 \times \frac{0,03 \times 1,03^4}{1,03^5 - 1} = 211,99$$

Die 1 000 EUR werden also in fünf Prämienzahlungen à 211,99 EUR umgewandelt. Insgesamt betragen die Prämienzahlungen daher

$$P = 5 \times 211,99 = 1\,059,95.$$

Der Wert der Lebensversicherung zu Beginn der 5. Periode beträgt

$$V_5 = 211,99 \times \frac{1,0478^5 - 1}{0,0478 \times 1,0478^{-1}} = 1\,221,99$$

Der Wert der Lebensversicherung am Ende von  $t = 12$  beträgt dann

$$V_{12} = 1\,221,99 \times 1,0478^8 = 1\,775,39$$



Der Kapitalwert ermittelt sich dann als

	EUR
Endvermögen in $t = 12$	1 775,39
./. eingezahlte Prämien	1 059,95
= Ertrag	715,44
die Hälfte davon	357,72
Steuer darauf (25%)	89,43
= Nettozahlung in $t = 12$	1 685,96

Der Kapitalwert beträgt demnach

$$C_0 = -1\,000 + \frac{1\,685,96}{1,03^{12}} = 182,50$$

- b) Ermittlung des Endvermögens und des Kapitalwerts der Nullkuponanleihe (Zerobond)

$$V_n = 1\,000 \times 1,051^{12} = 1\,816,49$$

Die steuerliche Bemessungsgrundlage beträgt demnach  $(1\,816,49 - 1\,000) = 816,49$  EUR und die Steuer dementsprechend  $(0,25 \times 816,49) = 204,12$  EUR. Die Nettozahlung (= Endvermögen) in  $t = 12$  beträgt dann  $(1\,816,49 - 204,12) = 1\,612,37$ . Der Kapitalwert beträgt

$$C_0 = -1\,000 + \frac{1\,612,37}{1,03^{12}} = 130,88.$$

- c) Ermittlung des Endvermögens und des Kapitalwerts der Anleihe

Die Zinsen der Anleihe werden jährlich ausbezahlt. Die Wiederanlage der freien Mittel erfolgt zum Kapitalmarktzins nach Steuern  $i_s = 3\%$ .

$t$	1	2	3	4	5	6	...
$r$	0,03	0,03	0,035	0,04	0,045	0,05	
$Z_t$	30	30	35	40	45	50	
$S_t$	7,5	7,5	8,75	10	11,25	12,5	
$Z_{s,t}$	22,5	22,5	26,25	30	33,75	37,5	
$t$	7	8	9	10	11	12	
$r$	0,055	0,06	0,065	0,07	0,075	0,08	
$Z_t$	55	60	65	70	75	80	
$S_t$	13,75	15	16,25	17,50	18,75	20	
$Z_{s,t}$	41,25	45	48,75	52,50	56,25	60	

Das Endvermögen lässt sich nicht mit der Formel für eine wachsende Rente ausrechnen, da die Zinsen um 0,5%-Punkte steigen und nicht um 0,5%. Der Barwert der Zinszahlungen beträgt

$$B_0^{Zinsen} = \frac{22,5}{1,03} + \frac{22,5}{1,03^2} + \frac{26,25}{1,03^3} + \frac{30}{1,03^4} + \frac{33,75}{1,03^5} + \frac{37,5}{1,03^6}$$



$$+ \frac{41,25}{1,03^7} + \frac{45}{1,03^8} + \frac{48,75}{1,03^9} + \frac{52,5}{1,03^{10}} + \frac{56,25}{1,03^{11}} + \frac{60}{1,03^{12}} = 382,46$$

Das Endvermögen nach Steuern beträgt dann

$$EV = 1\,000 + 382,46 \times 1,03^{12} = 1\,971,06$$

Der Barwert des eingesetzten Kapitals, das in  $t = 12$  wieder ausgezahlt wird, beträgt

$$B_0 = \frac{1\,000}{1,03^{12}} = 701,38.$$

Der Ertragswert ergibt demnach

$$EW_{0,s} = 382,46 + 701,38 = 1\,083,84.$$

Der Kapitalwert beträgt dann **83,84 EUR**.

**(111) Lösung Aufgabe 139** *Effektivverzinsung*

a) *Vorteilhaftigkeit der Kredite*

Es wird der Kredit gewählt, bei dem sich die niedrigste jährliche Effektivverzinsung ergibt. Die Effektivverzinsung von Kredit II beträgt

$$i_{\text{eff}} = \left(1 + \frac{0,059}{2}\right)^2 - 1 = 0,05987 = 5,99\%$$

Kredit II ist demnach günstiger.

b) *Vierteljährliche Entrichtung der Zinsen*

Bei Entrichtung der Zinsen im vierteljährlichen Rhythmus ergibt sich für Kredit II eine Effektivverzinsung von

$$i_{\text{eff}} = \left(1 + \frac{0,059}{4}\right)^4 - 1 = 0,06031 = 6,03\%$$

Kredit I ist jetzt günstiger.

**(112) Lösung Aufgabe 140** *Genau oder ungenau?*

a) *Käufergrenzpreis vor Steuern bei Annahme von Jahresmieten*

Ermittlung des Kapitalwerts vor Steuern unter der Prämisse, dass die Mietzahlungen jährlich nachschüssig anfallen.

$$C_0 = -225\,000 + (12 \times 1\,500) \times \frac{1,05^{20} - 1}{0,05 \times 1,05^{20}} = -680,21$$

Die Investition lohnt sich nicht. Die Immobilie wird nicht gekauft.



b) *Käufergrenzpreis vor Steuern bei monatlichen Zahlungseingängen*

Ermittlung des Kapitalwerts vor Steuern unter der Prämisse, dass die Mietzahlungen monatlich nachschüssig anfallen.

$$C_0 = -225\,000 + 1\,500 \times \frac{\left(1 + \frac{0,05}{12}\right)^{12 \times 20} - 1}{\frac{0,05}{12} \times \left(1 + \frac{0,05}{12}\right)^{12 \times 20}} = 2\,287,97$$

Die Investition lohnt sich. Die Immobilie wird gekauft.

c) *Käufergrenzpreis nach Steuern*

Der Zinssatz nach Steuern beträgt  $(0,05 \times (1 - 0,5)) = 2,5\%$ . Ermittlung des Barwerts der Mietzahlungen

$$BW_0 = 1\,500 \times \frac{\left(1 + \frac{0,025}{12}\right)^{12 \times 20} - 1}{\frac{0,025}{12} \times \left(1 + \frac{0,025}{12}\right)^{12 \times 20}} = 283\,070,73$$

Um den Barwert der Steuerzahlungen ermitteln zu können, muss zunächst die aus dem jährlichen Ertrag (Gewinn) resultierende Steuerzahlung ermittelt werden.

	EUR
<i>jährliche Mietzahlungen</i>	18 000
<i>∴ AfA</i> $\left(230\,000 \times 0,9 \times \frac{1}{50} =\right)$	4 140
= »Gewinn«	13 860
<i>Steuer darauf</i>	6 930

Der Barwert der Steuerzahlungen beträgt demnach

$$BW_0 = -6\,930 \times \frac{1,025^{20} - 1}{0,025 \times 1,025^{20}} = -108\,032,89$$

Der Restbuchwert in  $t=20$  und damit der Liquidationserlös  $L_n$  beträgt  $L_n = 230\,000 - 20 \times 4\,140 = 147\,200$ . Der Kapitalwert nach Steuern ergibt demnach

$$C_0 = -230\,000 + 283\,070,73 - 108\,032,89 + \frac{147\,200}{1,025^{20}} = 34\,869,72$$

Die Investition ist vorteilhaft. Die Immobilie wird gekauft.

**(112) Lösung Aufgabe 141** *Fremdfinanzierung*a) *Kapitalwert vor Steuern*

Bei einem Kapitalmarktzins von 5% beträgt der Kapitalwert vor Steuern:

$$C_0 = -900 + \frac{400}{1,05} + \frac{370}{1,05^2} + \frac{280}{1,05^3} = 58,43$$



Da implizit ein vollkommener Kapitalmarkt unterstellt wird, spielen die individuellen Konsumprämissen keine Rolle hinsichtlich der Vorteilhaftigkeit des Investitionsobjekts. Da das Projekt einen Vermögensvorteil im Vergleich zur Unterlassungsalternative verspricht, sollte die Investition durchgeführt werden.

b) *Kapitalwert nach Steuern*

Die Zahlungsüberschüsse nach Steuern ergeben bei jährlich linearen Abschreibungen von 300 TEUR:

t	0	1	2	3
$Z_t$	-900	400	370	280
$AfA_t$		(-300)	(-300)	(-300)
$BMG_t$		(100)	(70)	(-20)
$S_t$		-50	-35	10
$Z_{s,t}$	-900	350	335	290

Der Zinssatz nach Steuern beträgt  $i_s = 0,05 \times (1 - 0,5) = 0,025$ . Der Kapitalwert nach Steuern beträgt dann:

$$C_{0,s} = -900 + \frac{350}{1,025} + \frac{335}{1,025^2} + \frac{290}{1,025^3} = 29,62$$

c) *Ermittlung des Kapitalwerts des Annuitätendarlehens*

Ermittlung der Annuität mit  $\rho = 10\%$

$$ANN = 900 \times \frac{1,1^3 \times 0,1}{1,1^3 - 1} = 361,90$$

Der zugehörige Finanzplan lautet:

t	0	1	2	3
$K_t$	[900]	[628,10]	[329]	[0]
ANN		-361,90	-361,90	-361,90
$\rho \times K_{t-1}$		-90	-62,81	-32,90
TIL <sub>t</sub>		-271,90	-299,09	-329
$S_t$		45	31,40	16,45
$Z_{s,t}$	900	-316,90	-330,50	-345,45

Da der Habenzins nach Steuern (2,5%) kleiner ist als der Sollzinssatz nach Steuern (5%), muss der Kapitalwert des Darlehens nach Steuern negativ sein. Der Kapitalwert des Darlehens nach Steuern beträgt:

$$C_{0,s} = 900 - \frac{316,90}{1,025} - \frac{330,50}{1,025^2} - \frac{345,45}{1,025^3} = -44,53$$

d) *Gesamtkapitalwert*

Der Kapitalwert nach Steuern beträgt insgesamt:

$$C_{0,s} = 29,62 - 44,53 = -14,92$$



## (112) Lösung Aufgabe 142 Alternative Darlehensformen nach Steuern

- Kapitalwert der Investition bei Finanzierung mit Eigenkapital

Die Zahlungsüberschüsse nach Steuern der eigenfinanzierten Investition betragen (Werte in TEUR):

$t$	0	1	2	3	4
$Z_t$	-600	400	350	310	390
$AfA_t$		(-150)	(-150)	(-150)	(-150)
$BMG_t$		(250)	(200)	(160)	(240)
$S_t$		-125	-100	-80	-120
$Z_{s,t}$	-600	275	250	230	270

Der Kapitalwert nach Steuern der eigenfinanzierten Investition beträgt:

$$C_{0,s} = -600 + \frac{275}{1,05} + \frac{250}{1,05^2} + \frac{230}{1,05^3} + \frac{270}{1,05^4} = 309,47 \text{ TEUR}$$

## a) Tilgungsdarlehen I

Die Zahlungsstruktur des Darlehens mit linearem Tilgungsverlauf, einem Zinssatz von  $\rho = 12,125\%$  und 100% Auszahlung beträgt nach Steuern (Werte in TEUR):

$t$	0	1	2	3	4
$K_0$	200				
$K_t$	[200]	[150]	[100]	[50]	[0]
$TIL_t$		-50	-50	-50	-50
$\rho \times K_{t-1}$		-24,25	-18,19	-12,13	-6,06
$BMG_t$		-24,25	-18,19	-12,13	-6,06
$S_t$		12,13	9,09	6,06	3,03
$Z_{s,t}$	200	-62,13	-59,09	-56,06	-53,03

Der Kapitalwert des Tilgungsdarlehens nach Steuern beträgt:

$$C_{0,s} = +200 - \frac{62,13}{1,05} - \frac{59,09}{1,05^2} - \frac{56,06}{1,05^3} - \frac{53,03}{1,05^4} = -4,82$$

## b) Tilgungsdarlehen II

Die Tilgung erfolgt in vier gleich hohen Raten. Der Sollzins beträgt  $\rho = 10\%$ . Da das Darlehen nur zu 95% ausbezahlt wird, entsteht ein Disagio von 10 TEUR, das digital (nach der Zinsstafelmethode) abgeschrieben werden soll. Die Summe der Jahresordnungszahlen beträgt:

$$S = \frac{n \times (n + 1)}{2} = \frac{4 \times 5}{2} = 10$$

Die jährliche Abschreibung berechnet sich aus

$$AfA_t = \text{Disagio} \times \frac{n + 1 - t}{S}$$



Die Zahlungsstruktur des Darlehens nach Steuern beträgt:

$t$	0	1	2	3	4
$K_0$	190				
$K_t$	[200]	[150]	[100]	[50]	[0]
$TIL_t$		-50	-50	-50	-50
$\rho \times K_{t-1}$		-20	-15	-10	-5
$Disagio_t$	[10]	[6]	[3]	[1]	[0]
$AfA\text{-Satz}_t$		0,40	0,30	0,20	0,10
$AfA_t$		(-4)	(-3)	(-2)	(-1)
$BMG_t$		(-24)	(-18)	(-12)	(-6)
$S_t$		12	9	6	3
$Z_{s,t}$	190	-58	-56	-54	-52

Der Kapitalwert des Tilgungsdarlehens nach Steuern beträgt:

$$C_{0,s} = +190 - \frac{58}{1,05} - \frac{56}{1,05^2} - \frac{54}{1,05^3} - \frac{52}{1,05^4} = -5,46$$

c) *Annuitätendarlehen*

Bei einem Zinssatz von  $\rho = 12,11\%$  beträgt die Annuität:

$$ANN = \frac{(1+i)^T \times i}{(1+i)^T - 1} \times 200 = \frac{(1,1211)^4 \times 0,1211}{(1,1211)^4 - 1} \times 200 = 66$$

Die Zahlungsstruktur des Darlehens nach Steuern beträgt dann:

$t$	0	1	2	3	4
$K_0$	200				
$ANN$		-66	-66	-66	-66
$K_t$	[200]	[158,22]	[111,38]	[58,87]	[0]
$\rho \times K_{t-1}$		-24,22	-19,16	-13,49	-7,13
$TIL_t$		-41,78	-46,84	-52,51	-58,87
$S_t$		12,11	9,58	6,74	3,57
$Z_{s,t}$	200	-53,89	-56,42	-59,26	-62,44

Der Kapitalwert des Annuitätendarlehens nach Steuern beträgt:

$$C_{0,s} = +200 - \frac{53,89}{1,05} - \frac{56,42}{1,05^2} - \frac{59,26}{1,05^3} - \frac{62,44}{1,05^4} = -5,05$$

d) *Fälligkeitsdarlehen 1*

Die Zahlungsstruktur des Fälligkeitsdarlehens bei einem Darlehenszins von  $\rho = 11,5\%$  und einer Auszahlung von 100% beträgt nach Steuern:



$t$	0	1	2	3	4
$K_0/TIL_t$	200	0	0	0	-200
$K_t$	[200]	[200]	[200]	[200]	[0]
$\rho \times K_{t-1}$		-23	-23	-23	-23
$BMG_t$		(-23)	(-23)	(-23)	(-23)
$S_t$		11,5	11,5	11,5	11,5
$Z_{s,t}$		-11,5	-11,5	-11,5	-211,5

Der Kapitalwert des Fälligkeitsdarlehens nach Steuern beträgt:

$$C_{0,s} = +200 - \frac{11,5}{1,05} - \frac{11,5}{1,05^2} - \frac{11,5}{1,05^3} - \frac{211,5}{1,05^4} = -5,32$$

e) *Fälligkeitsdarlehen II*

Der Darlehenszins beträgt  $\rho = 10,5\%$ . Die Auszahlung erfolgt zu 97%, woraus ein Disagio i. H. v. 6 TEUR resultiert. Die Zahlungsstruktur nach Steuern ergibt:

$t$	0	1	2	3	4
$K_0/TIL_t$	194				-200
$K_t$	[194]	[194]	[194]	[194]	[0]
$\rho \times K_{t-1}$		-21	-21	-21	-21
$Disagio_t$	6	4,50	3	1,50	0
$AfA_t$		(-1,50)	(-1,50)	(-1,50)	(-1,50)
$BMG_t$		(-22,50)	(-22,50)	(-22,50)	(-22,50)
$S_t$		11,25	11,25	11,25	11,25
$Z_{s,t}$	194	-9,75	-9,75	-9,75	-209,75

Der Kapitalwert des Fälligkeitsdarlehens nach Steuern beträgt:

$$C_{0,s} = +194 - \frac{9,75}{1,05} - \frac{9,75}{1,05^2} - \frac{9,75}{1,05^3} - \frac{209,75}{1,05^4} = -5,11$$

• *Zusammenfassung*

Alle Kapitalwerte nach Steuern der Finanzierungsalternativen sind negativ. Insgesamt ergibt sich folgende Rangfolge:

	$C_{0,s}^{EK}$	$C_{0,s}^{FK}$	$C_{0,s}^{gesamt}$	Rang
a) <i>Tilgungsdarlehen I</i>	309,47	-4,82	304,65	1
b) <i>Tilgungsdarlehen II</i>	309,47	-5,46	304,01	5
c) <i>Annuitätendarlehen</i>	309,47	-5,05	304,42	2
d) <i>Fälligkeitsdarlehen I</i>	309,47	-5,32	304,16	4
e) <i>Fälligkeitsdarlehen II</i>	309,47	-5,11	304,36	3

Blickens sollte das Tilgungsdarlehen I aufnehmen.





## (113) Lösung Aufgabe 143 Vorteilhaftigkeit von Finanzierungsalternativen

## a) Kapitalwert vor Steuern

Es wird implizit ein vollkommener Kapitalmarkt unterstellt. Der Kapitalwert vor Steuern bei vollständiger Eigenfinanzierung beträgt

$$C_0 = -300 + \frac{80}{1,08} + \frac{90}{1,08^2} + \frac{95}{1,08^3} + \frac{110}{1,08^4} = 7,50$$

und drückt das zusätzliche Konsumpotenzial im Entscheidungszeitpunkt  $t=0$  im Vergleich zur Unterlassungsalternative aus.

## b) Kapitalwert nach Steuern

Die jährlichen Abschreibungen betragen 75 TEUR. Die Zahlungsüberschüsse nach Steuern bei vollständiger Eigenfinanzierung betragen:

$t$	0	1	2	3	4
$Z_t$	-300	80	90	95	110
$AfA_t$		(-75)	(-75)	(-75)	(-75)
$BMG_t$		(5)	(15)	(20)	(35)
$S_t$		-2	-6	-8	-14
$Z_{s,t}$	-300	78	84	87	96

Der Kapitalwert nach Steuern beträgt bei einem Zinssatz nach Steuern von  $i_s = 0,08 \times (1 - 0,4) = 0,048$ :

$$C_{0,s} = \frac{78}{1,048} + \frac{84}{1,048^2} + \frac{87}{1,048^3} + \frac{96}{1,048^4} - 300 = 6,08$$

## c) Kapitalwerte der Darlehen nach Steuern

1. Fälligkeitsdarlehen:  $\rho = 11\%$ ,  $d = 0\%$ 

Die Zahlungsstruktur des Fälligkeitsdarlehens nach Steuern ergibt sich wie folgt:

$t$	0	1	2	3	4
$K_0$	150				
$K_t$		[150]	[150]	[150]	[0]
$\rho \times K_{t-1}$		-16,5	-16,5	-16,5	-16,5
$TIL_t$					-150
$BMG_t$		(-16,5)	(-16,5)	(-16,5)	(-16,5)
$S_t$		6,6	6,6	6,6	6,6
$Z_{s,t}$	150	-9,9	-9,9	-9,9	-159,9

Da der Sollzinssatz nach Steuern (6,6%) größer ist als der Habenzinssatz nach Steuern (4,8%), muss der Kapitalwert des Kredits negativ sein:

$$C_{0,s} = 150 - \frac{9,9}{1,048} - \frac{9,9}{1,048^2} - \frac{9,9}{1,048^3} - \frac{159,9}{1,048^4} = -9,62$$



2. Tilgungsdarlehen:  $\rho = 12\%$ ,  $d = 0\%$ 

Die Zahlungsstruktur des Tilgungsdarlehens mit konstanten jährlichen Raten lautet nach Steuern:

$t$	0	1	2	3	4
$K_0$	150				
$K_t$	[150]	[112,5]	[75]	[37,5]	[0]
$TIL_t$		-37,5	-37,5	-37,5	-37,5
$\rho \times K_{t-1}$		-18	-13,5	-9	-4,5
$BMG_t$		(-18)	(-13,5)	(-9)	(-4,5)
$S_t$		7,2	5,4	3,6	1,8
$Z_{s,t}$	150	-48,3	-45,6	-42,9	-40,2

Der Kapitalwert nach Steuern beträgt:

$$C_{0,s} = 150 - \frac{48,3}{1,048} - \frac{45,6}{1,048^2} - \frac{42,9}{1,048^3} - \frac{40,2}{1,048^4} = -8,20$$

3. Tilgungsdarlehen:  $\rho = 9\%$ ,  $d = 6,25\%$ 

Das Tilgungsdarlehen wird nicht zu 100% ausbezahlt. Der Nominalbetrag des Kredits beträgt deshalb

$$K_0 = \frac{150}{1 - 0,0625} = 160$$

Das Disagio beträgt

$$d = 160 \times 0,0625 = 10$$

$$AfA^d = \frac{10}{4} = 2,5$$

Die Zahlungsstruktur nach Steuern ergibt sich wie folgt:

$t$	0	1	2	3	4
$Z_0/TIL_t$	150	-40	-40	-40	-40
$K_t$	[160]	[120]	[80]	[40]	[0]
$\rho \times K_{t-1}$		-14,40	-10,80	-7,20	-3,60
$AfA_t$		2,50	2,50	2,50	2,50
$BMG_t$		(-16,90)	(-13,30)	(-9,70)	(-6,10)
$S_t$		6,76	5,32	3,88	2,44
$Z_{s,t}$	150	-47,64	-45,48	-43,32	-41,16

Der Kapitalwert nach Steuern beträgt:

$$C_{0,s} = 150 - \frac{47,64}{1,048} - \frac{45,48}{1,048^2} - \frac{43,32}{1,048^3} - \frac{41,16}{1,048^4} = -8,63$$



4. Annuitätendarlehen:  $\rho = 9,76\%$ ,  $d = 0\%$

Die Annuität beträgt:

$$ANN = \frac{(1+i)^T \times i}{(1+i)^T - 1} \times K_0 = \frac{(1,0976)^4 \times 0,0976}{(1,0976)^4 - 1} \times 150 = 47,08.$$

Die Zahlungsstruktur des Kredits nach Steuern lautet demnach:

t	0	1	2	3	4
$Z_0 / ANN$	150	-47,08	-47,08	-47,08	-47,08
$K_t$	[150]	[117,56]	[81,96]	[42,89]	[0]
$\rho \times K_{t-1}$		-14,64	-11,47	-8	-41,86
$TIL_t$		-32,44	-35,60	-39,08	-42,89
$BMG_t$		-14,64	-11,47	-8	-4,19
$S_t$		5,86	4,59	3,20	1,67
$Z_{s,t}$	150	-41,22	-42,49	-43,88	-45,40

Der Kapitalwert des Annuitätendarlehens beträgt:

$$C_{0,s} = 150 - \frac{41,22}{1,048} - \frac{42,49}{1,048^2} - \frac{43,88}{1,048^3} - \frac{45,40}{1,048^4} = -3,77$$

- Rangfolge

Die Kapitalwerte der Darlehen nach Steuern und die Kapitalwert nach Steuern insgesamt sind nachstehend zusammengefasst (»?« steht für die Frage, ob die Investition durchgeführt werden sollte.):

	$C_0^{Kredit}$	$C_0^{Eigen}$	$C_0^{gesamt}$	Rang	(?)
1. Fälligkeitsdarlehen	-9,62	6,08	-3,54	4	nein
2. Tilgungsdarlehen I	-8,20	6,08	-2,13	2	nein
3. Tilgungsdarlehen II	-8,63	6,08	-2,55	3	nein
4. Annuitätendarlehen	-3,77	6,08	2,31	1	ja

Der Investor wird das Annuitätendarlehen wählen.

- d) Vorteilhaftigkeit bei niedrigerem Steuersatz auf Habenzinsen

Zur Beurteilung der Vorteilhaftigkeit kann neben dem Kapitalwert auch der Effektivzinssatz nach Steuern verwendet werden. Die Zinssätze nach Steuern der einzelnen Darlehensformen betragen:

	Zinssatz nach Steuern
1. Fälligkeitsdarlehen	$0,11 \times (1 - 0,4) = 0,0660 = 6,60\%$
2. Tilgungsdarlehen I	$0,12 \times (1 - 0,4) = 0,0720 = 7,20\%$
3. Tilgungsdarlehen II	$0,1212 \times (1 - 0,4) = 0,0727 = 7,27\%$
4. Annuitätendarlehen	$0,976 \times (1 - 0,4) = 0,586 = 5,86\%$

Das Tilgungsdarlehen II weist einen Effektivzins vor Steuern von 12,12% auf (ohne Nachweis).



Bei einem Steuersatz auf Habenzinsen von 25%, beträgt der Zinssatz nach Steuern auf Habenzinsen  $i_s = 0,08 \times (1 - 0,25) = 0,06 = 6\%$ . Die Kapitalwerte der Darlehen weisen dann einen positiven Kapitalwert auf, wenn der Sollzinssatz nach Steuern niedriger ist als der Habenzins nach Steuern. Dies ist beim Annuitätendarlehen der Fall. Das bedeutet, dass der Vorteil aus den abziehbaren Zinsen größer ist als der tatsächliche Zinsaufwand.

Infolge des niedrigeren Steuersatzes auf Zinsen sinkt der Kapitalwert der eigenfinanzierten Investition aufgrund der gestiegenen Renditeanforderung auf  $-2,57$ . Die Kapitalwerte nach Steuern sind nachstehend abgetragen:

	$C_0^{\text{Kredit}}$	$C_0^{\text{Eigen}}$	$C_0^{\text{gesamt}}$	Rang	(?)
1. Fälligkeitsdarlehen	-3,12	-2,57	-5,69	2	nein
2. Tilgungsdarlehen I	-4,01	-2,57	-6,58	3	nein
3. Tilgungsdarlehen II	-4,40	-2,57	-6,96	4	nein
4. Annuitätendarlehen	0,50	-2,57	-2,07	1	nein

Die Rangfolge der Vorteilhaftigkeit der Darlehen verändert sich im Vergleich zum einheitlichen Steuersatz von 40% nicht.

(114) Lösung Aufgabe 144 Disagio

a) Kapitalwert vor Steuern

Die Zahlungsstruktur des Kredits vor Steuern beträgt (Werte in TEUR; RBW = Restbuchwert des Kredits):

t	0	1	2	3	4
$EZ_0$	570				
$K_t$	600	450	300	150	0
$TIL_t$		-150	-150	-150	-150
$\rho \times K_{t-1}$		-48	-36	-24	-12
$Z_t$	570	-198	-186	-174	-162

Da der Sollzins den Habenzins übersteigt, muss der Kapitalwert negativ sein. Der Kapitalwert des Kredits vor Steuern beträgt:

$$C_0 = 570 - \frac{198}{1,06} - \frac{186}{1,06^2} - \frac{174}{1,06^3} - \frac{162}{1,06^4} = -56,74$$

b) Kapitalwert nach Steuern bei linearer Abschreibung des Disagios

Das Disagio beträgt:

$$d = 600 \times 0,05 = 30$$

Die jährliche Abschreibung ergibt demnach:

$$AfA^d = \frac{30}{4} = 7,5.$$



Die Zahlungsstruktur nach Steuern des Kredits ergibt dann:

$t$	0	1	2	3	4
$Z_t$	570				
$K_t$	[600]	[450]	[300]	[150]	[0]
$TIL_t$		-150	-150	-150	-150
$\rho \times K_{t-1}$		-48	-36	-24	-12
$AfA_t$		(-7,50)	(-7,50)	(-7,50)	(-7,50)
$BMG_t$		(-55,50)	(-43,50)	(-31,50)	(-19,50)
$S_t$		16,65	13,05	9,45	5,85
$Z_{s,t}$	570	-181,35	-172,95	-164,55	-156,15

Bei einem Zinssatz nach Steuern von  $i_s = 0,06 \times (1 - 0,3) = 0,042 = 4,2\%$

$$C_{0,s} = 570 - \frac{181,35}{1,042} - \frac{172,95}{1,042^2} - \frac{164,55}{1,042^3} - \frac{156,15}{1,042^4} = -41,23$$

- c) *Kapitalwert nach Steuern bei Anwendung der Zinsstaffelmethode*

Die Zinsstaffelmethode wird auch als »digitale Abschreibung« bezeichnet, die wiederum eine Sonderform der arithmetisch degressiven Abschreibung darstellt. Die Summe der Jahresordnungszahlen beträgt.

$$S = \sum_{t=1}^T t = \frac{n \times (n+1)}{2} = \frac{4 \times 5}{2} = 10.$$

Die jährliche Abschreibung ergibt sich aus:

$$AfA_t^d = d \times \frac{n+1-t}{S} = 30 \times \frac{4+1-t}{10}$$

Die Zahlungsüberschüsse nach Steuern ergeben dann:

$t$	0	1	2	3	4
$Z_t$	570				
$K_t$	[600]	[450]	[300]	[150]	0
$TIL_t$		-150	-150	-150	-150
$\rho \times K_{t-1}$		-48	-36	-24	-12
$Anteil_t$		$\frac{4}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{1}{10}$
$AfA_t$		(-12)	(-9)	(-6)	(-3)
$BMG_t$		(-60)	(-45)	(-30)	(-15)
$S_t$		18	13,5	9	4,5
$Z_{s,t}$	570	-180	-172,5	-165	-157,5

Der Kapitalwert nach Steuern beträgt:

$$C_{0,s} = 570 - \frac{180}{1,042} - \frac{172,50}{1,042^2} - \frac{165}{1,042^3} - \frac{157,50}{1,042^4} = -41,06$$

- d) *Kapitalwert des Darlehens nach Steuern bei Anwendung der exakten Methode*



Zunächst muss der Effektivzins (interner Zinsfuß)  $i^*$  bestimmt werden. Der Effektivzins stellt den Zins dar, bei dem die Zahlungsreihe des Kredits vor Steuern null wird. Die Zielfunktion ergibt sich aus den Zahlungsüberschüssen vor Steuern (vgl. a)):

$$f(i) = 570 - \frac{198}{(1+i)} - \frac{186}{(1+i)^2} - \frac{174}{(1+i)^3} - \frac{162}{(1+i)^4}$$

Die erste Ableitung nach  $i$  durch Anwendung der Quotientenregel ergibt:

$$f'(i) = \frac{198}{(1+i)^2} + \frac{372}{(1+i)^3} + \frac{522}{(1+i)^4} + \frac{648}{(1+i)^5}$$

• *Newton-Verfahren*

1. Schätzen des Startwertes  $i_k$  für  $k = 0$  und Definition des Abbruchkriteriums:  $|i_{k+1} - i_k| < \epsilon$  ( $|\Delta i| < 0,5\%$ -Punkte): Start mit  $i_0 = 10\%$ ,
2. Zielfunktion  $i_0$  ( $f(i_0)$ ),

$$f(0,1) = 570 - \frac{198}{(1+i)} - \frac{186}{(1+i)^2} - \frac{174}{(1+i)^3} - \frac{162}{(1+i)^4} = -5,10.$$

3. Erste Ableitung der Zielfunktion ( $f'(i_0)$ ),

$$f'(0,1) = \frac{198}{(1+i)^2} + \frac{372}{(1+i)^3} + \frac{522}{(1+i)^4} + \frac{648}{(1+i)^5} = 1\,202,02.$$

4. Ermittlung des neuen Wertes  $i_{k+1}$

$$i_{k+1} = i_k - \frac{f(i_k)}{f'(i_k)} = 0,1 - \frac{-5,10}{1\,202,02} = 0,010427$$

5. Veränderung von  $i_k = 0,1 - 0,010427 = 0,009573 < \epsilon \rightarrow$  Abbruch. Der Schätzwert  $i_2 = 10,427\%$  liefert ein einigermäßen exaktes Ergebnis ( $f(0,010427) \approx 0$ ).



Die Zahlungsüberschüsse nach Steuern bei Anwendung der exakten Methode werden nachstehend ermittelt:

t	0	1	2	3	4
$Z_t$	570				
$K_t$	[600]	[450]	[300]	[150]	[0]
$\rho \times K_{t-1}$		-48	-36	-24	-12
$TIL_t$		-150	-150	-150	-150
$EW_t$	[570]	[431,43]	[290,42]	[146,70]	[0]
$\rho \times EW_{t-1}$		(-59,43)	(-44,99)	(-30,28)	(-15,30)
$EWA_t$		(138,57)	(141,01)	(143,72)	(146,70)
$AfA_t$		(-11,43)	(-8,99)	(-6,28)	(-3,30)
$RBW_t$	[30]	[18,57]	[9,58]	[3,30]	[0]
$BMG_t$		(-59,43)	(-44,99)	(-30,28)	(-15,30)
$S_t$		17,83	13,50	9,08	4,59
$Z_{s,t}$	570	-180,17	-172,50	-164,92	-157,41

$EW_t$  bezeichnet den Ertragswert des Darlehens, berechnet mit dem Effektivzins. Entsprechend stellen  $\rho \times EW_{t-1}$  die Effektivzinsen auf den Ertragswert der Vorperiode dar. Die Differenz zwischen den Effektivzinsen und den tatsächlich zu zahlenden Zinsen  $\rho \times K_{t-1}$  ergibt die Abschreibung des Disagios.  $RBW_t$  stellt den Restbuchwert des Disagios dar.

Der Kapitalwert nach Steuern beträgt:

$$C_{0,s} = 570 - \frac{180,17}{1,042} - \frac{172,50}{1,042^2} - \frac{164,92}{1,042^3} - \frac{157,41}{1,042^4} = -41,08$$

Die Zinsstaffelmethode stellt damit eine sehr gute Approximation der exakten Methode dar. Die Kapitalwertdifferenz beträgt lediglich 0,02 TEUR.



#### (114) Lösung Aufgabe 145 Immobilienfinanzierung

a) Kapitalwert nach Steuern bei Abzugsfähigkeit der Zinsen

- Ausgangsparameter

Anschaffungskosten des Grund und Bodens:  $0,4 \times 500 = 200$  TEUR

Anschaffungskosten des Gebäudes:  $0,6 \times 500 = 300$  TEUR

Jährliche Abschreibungen:  $\frac{300}{10} = 30$  TEUR

Veräußerungspreis in  $t = 10$ :  $0,4 \times 500 = 200$  TEUR

Veräußerungsgewinn in  $t = 10$ :  $VP - RBW^{AHK} = 200 - 200 = 0$

Kapitalmarktzins nach Steuern:  $i_s = 0,1 \times (1 - 0,25) = 7,5\%$

- Kapitalwert der eigenfinanzierten Realinvestition

$$C_{0,s} = (72 - 0,25 \times (72 - 30)) \times \frac{1,075^{10} - 1}{0,075 \times 1,075^{10}} + \frac{200}{1,075^{10}} - 500 = 19,18.$$

- Kapitalwert des Darlehens

$$C_{0,s} = 250 - (\rho \times 250 \times (1 - s)) \times \frac{1,075^{10} - 1}{0,075 \times 1,075^{10}} - \frac{250}{1,075^{10}} = -12,87.$$

- Der Gesamtkapitalwert beträgt demnach:

$$C_{0,s} = 19,18 - 12,87 = 6,31 \text{ TEUR}$$

- b) Kapitalwert nach Steuern bei Nichtabzugsfähigkeit der Zinsen

- Kapitalwert der eigenfinanzierten Realinvestition

Der Kapitalwert der eigenfinanzierten Investition ergibt sich aus dem Barwert der gesparten Mietzahlungen, wenn die Familie in das Eigenheim einzieht. Da die Mietzahlungen nicht abzugsfähig sind, gehen die Werte vor Steuern in die Berechnung ein:

$$C_{0,s} = 72 \times \frac{1,075^{10} - 1}{0,075 \times 1,075^{10}} + \frac{200}{1,075^{10}} - 500 = 91,25.$$

- Kapitalwert des Darlehens nach Steuern:

$$C_{0,s} = 250 - (\rho \times 250) \times \frac{1,075^{10} - 1}{0,075 \times 1,075^{10}} - \frac{250}{1,075^{10}} = -60,06.$$

- Der Gesamtkapitalwert beträgt demnach:

$$C_{0,s} = 91,25 - 60,06 = 31,19.$$

Der Familienvater würde das Gebäude erwerben, da der Erwerb einen Vermögensvorteil im Vergleich zur Unterlassung liefert.

- c) Beschränkte Abzugsfähigkeit von Sollzinsen

Der Kapitalwert des Darlehens nach Steuern beträgt in diesem Fall

$$C_{0,s} = 250 - (\rho \times 250 - 0,8 \times \rho \times s \times 250) \times \frac{1,075^{10} - 1}{0,075 \times 1,075^{10}} - \frac{250}{1,075^{10}} = -22,31.$$

Der Gesamtkapitalwert beträgt demnach:

$$C_{0,s} = 19,18 - 22,31 = -3,13.$$

### (115) Lösung Aufgabe 146 Fremdfinanzierung

- a) Kapitalwert nach Steuern bei vollständiger Eigenfinanzierung

Die Zahlungsüberschüsse nach Steuern ergeben in diesem Fall:

$t$	0	1	2	3	4
$Z_t$	-320	80	90	95	120
$AfA_t$		(-80)	(-80)	(-80)	(-80)
$BMG_t$		(0)	(10)	(15)	(40)
$S_t$		0	-2	-3	-8
$Z_{s,t}$	-320	80	88	92	112





Der Kapitalwert nach Steuern beträgt bei einem Zinssatz nach Steuern von  $i_s = 0,04 \times (1 - 0,2) = 3,2\%$ :

$$C_{0,s}^{EK} = -320 + \frac{80}{1,032} + \frac{88}{1,032^2} + \frac{92}{1,032^3} + \frac{112}{1,032^4} = 22,59$$

b) *Fremdfinanzierung*

1. *Fälligkeitsdarlehen*

Zur Finanzierung der Investition müssen Fremdmittel i. H. v.

$$0,9 \times I_0 = 0,9 \times 320 = 288 \text{ TEUR}$$

aufgenommen werden.

i) *Kapitalwert des Fälligkeitsdarlehens nach Steuern*

Die Zahlungsüberschüsse nach Steuern betragen:

t	0	1	2	3	4
$Z_t$	288				
$K_t$	[288]	[288]	[288]	[288]	[288]
$\rho \times K_{t-1}$		-18,72	-18,72	-18,72	-18,72
$TIL_t$					-288
$BMG_t$		(-18,72)	(-18,72)	(-18,72)	(-18,72)
$S_t$		3,74	3,74	3,74	3,74
$Z_{s,t}$	288	-14,98	-14,98	-14,98	-302,98

Der Kapitalwert nach Steuern beträgt:

$$C_{0,s}^{Kredit} = 288 - \frac{14,98}{1,032} - \frac{14,98}{1,032^2} - \frac{14,98}{1,032^3} - \frac{302,98}{1,032^4} = -21,31$$

Der Gesamtkapitalwert beträgt:

$$C_0^{gesamt} = C_{0,s}^{EK} + C_{0,s}^{Kredit} = 22,59 - 21,31 = 1,28$$

ii) *Ermittlung des Kapitalwerts nach Steuern der eigenfinanzierten Realinvestition und des Darlehens in einem Finanzplan*

Die Zahlungsstruktur nach Steuern ergibt:

t	0	1	2	3	4
$Z_t$	-320	80	90	95	120
$AfA_t$		(-80)	(-80)	(-80)	(-80)
$K_t$	[288]	[288]	[288]	[288]	[288]
$\rho \times K_{t-1}$		-18,72	-18,72	-18,72	-18,72
$TIL_t$	288				-288
$BMG_t$		-18,72	-8,72	-3,72	21,28
$S_t$		3,74	1,74	0,74	-4,26
$Z_{s,t}$	-32	65,02	73,02	77,02	-190,98

Es resultiert derselbe Gesamtkapitalwert nach Steuern wie im Fall der getrennten Ermittlung:

$$C_{0,s} = -32 + \frac{65,02}{1,032} + \frac{73,02}{1,032^2} + \frac{77,02}{1,032^3} - \frac{190,98}{1,032^4} = 1,28$$

iii) *Endvermögen nach Steuern*

$t$	0	1	2	3	4
$Z_t$	-320	80	90	95	120
$AfA_t$		(-80)	(-80)	(-80)	(-80)
$K_t$	[288]	[288]	[288]	[288]	[288]
$\rho \times K_{t-1}$		-18,72	-18,72	-18,72	-18,72
$TIL_t$	288				-288
$KMA_t$		65,02	140,13	221,64	37,75
$i \times KMA_{t-1}$			2,60	5,61	8,87
$BMG_t$		(-18,72)	(-6,12)	(1,89)	(30,15)
$S_t$		3,74	1,22	-0,38	-6,03
$Z_{s,t}$	-32	65,02	75,10	81,51	-183,88

Ausgehend vom Endvermögen ergibt sich folgender Kapitalwert:

$$C_{0,s} = Z_0 + \frac{KMA_T}{q^T} = (288 - 320) + \frac{37,75}{1,032^4} = 1,28$$



## 2. Tilgungsdarlehen

## (i) Kapitalwert des Tilgungsdarlehens nach Steuern

Die Zahlungsstruktur des Darlehens nach Steuern ergibt sich wie folgt:

$t$	0	1	2	3	4
$Z_t / TIL_t$	288	-72	-72	-72	-72
$K_t$	[288]	[216]	[144]	[72]	[0]
$\rho \times K_{t-1}$		-22,75	-17,06	-11,38	-5,69
$BMG_t$		(-22,75)	(-17,06)	(-11,38)	(-5,69)
$S_t$		4,55	3,41	2,28	1,14
$Z_{s,t}$	288	-90,20	-85,65	-81,10	-76,55

Der Kapitalwert nach Steuern beträgt:

$$C_{0,s}^{Kredit} = 288 - \frac{90,20}{1,032} - \frac{85,65}{1,032^2} - \frac{81,10}{1,032^3} - \frac{76,55}{1,032^4} = -21,10$$

Der Kapitalwert der eigenfinanzierten Realinvestition und des Darlehens beträgt in Summe

$$C_{0,s}^{gesamt} = C_{0,s}^{EK} - C_{0,s}^{Kredit} = 22,59 - 21,10 = 1,49.$$

## (ii) Kapitalwert bei alternativem Zinssatz für kurzfristige Kredite

Die Zahlungsüberschüsse nach Steuern der eigenfinanzierten Realinvestition und des Darlehens in einem Finanzplan  $\rho^{short} = 18\%$  ergeben:

$t$	0	1	2	3	4
$Z_t$	-320	80	90	95	120
$AfA_t$		(-80)	(-80)	(-80)	(-80)
$Z_t / TIL_t$	288	-72	-72	-72	-72
$K_t$	[288]	[216]	[144]	[72]	[0]
$\rho \times K_{t-1}$		-22,75	-17,06	-11,38	-5,69
<b>Geldanlage</b>					
• Anlage				-0,24	
• Rückzahlung					0,24
• Zinsen					0,01
<b>Geldaufnahme</b>					
• Aufnahme		10,20	9,32	0	
• Rückzahlung			-10,20	-9,32	
• Zinsen			-1,84	-1,68	
$BMG_t$		-22,75	-8,90	1,95	34,32
$S_t$		4,55	1,78	-0,39	-6,86
$Z_{s,t}$	-32	0	0	0	35,69

Der Kapitalwert nach Steuern beträgt jetzt:

$$C_{0,s} = -32 + \frac{35,69}{1,032^4} = -0,53 \text{ TEUR}$$

Der Kapitalwert ist negativ. Die Investition würde nicht durchgeführt werden.

(115) **Lösung Aufgabe 147** *Vorfälligkeitsentschädigung*

a) *Kapitalwert nach Steuern der eigenfinanzierten Investition*

Die Zahlungsüberschüsse nach Steuern bei Eigenfinanzierung betragen:

$t$	0	1	2	3	4
$Z_t$	-200	90	68	55	50
$AfA_t$		(-50)	(-50)	(-50)	(-50)
$BMG_t$		(40)	(18)	(5)	(0)
$S_t$		-16	-7,2	-2	0
$Z_{s,t}$	-200	74	60,8	53	50

Der Kapitalmarktzins nach Steuern beträgt  $i_s = 0,06 \times (1 - 0,4) = 3,6\%$ . Der Kapitalwert nach Steuern beträgt:

$$C_{0,s}^{EK} = -200 + \frac{74}{1,036} + \frac{60,8}{1,036^2} + \frac{53}{1,036^3} + \frac{50}{1,036^4} = 19,15$$

Der Kapitalwert nach Steuern ist größer null. Es ist vorteilhaft die Investition bei Eigenfinanzierung durchzuführen. Da es sich um einen vollkommenen Kapitalmarkt handelt, haben Konsumprämien keine Auswirkung auf die Vorteilhaftigkeit der Investition.

b) *Kapitalwert nach Steuern des Darlehens* ( $\rho = 12\%$ )

Die Zahlungsstruktur des Darlehens nach Steuern ergibt:

$t$	0	1	2	3	4
$Z_t / TIL_t$	120	-30	-30	-30	-30
$K_t$	[120]	[90]	[60]	[30]	[0]
$\rho \times K_{t-1}$		-14,40	-10,80	-7,20	-3,60
$BMG_t$		(-14,40)	(-10,80)	(-7,20)	(-3,60)
$S_t$		5,76	4,32	2,88	1,44
$Z_{s,t}$	120	-38,64	-36,48	-34,32	-32,16

Der Kapitalwert nach Steuern des Darlehens beträgt:

$$C_{0,s}^{Kredit} = 120 - \frac{38,64}{1,036} - \frac{36,48}{1,036^2} - \frac{34,32}{1,036^3} - \frac{32,16}{1,036^4} = -10,07$$



Der Kapitalwert ergibt sich aus der Summe des Kapitalwertes nach Steuern der eigenfinanzierten Realinvestition und des Kapitalwertes nach Steuern des Darlehens

$$C_{0,s}^{\text{gesamt}} = 19,15 - 10,07 = 9,08$$

Da es sich um einen unvollkommenen Kapitalmarkt handelt, ist grundsätzlich die Kenntnis des Konsumplans erforderlich. Ist kein Konsumplan vorhanden wird implizit unterstellt, dass das Endvermögen maximiert wird, d. h. keine Entnahmen bis zum Planungshorizont erfolgen.

c) *Vorzeitige Rückzahlung und Vorfälligkeitsentschädigung*

- *Vorzeitige Rückzahlung in  $t = 2$*

t	0	1	2	3	4
$Z_t$	-200	90	68	55	50
$AfA_t$		(-50)	(-50)	(-50)	(-50)
$K_t$	120	[90]	[30]	[0]	[0]
$TIL_t$		-30	-60	-30	0
$\rho \times K_{t-1}$		-14,40	-10,80	-3,60	0
$KMA_t$		[35,36]	[28,85]	[50,73]	[102,56]
$i \times KMA_{t-1}$		0	2,12	1,73	3,04
<i>Vorfälligkeitsentschädigung</i>			-3,50		
$BMG_t$		(25,60)	(5,82)	(3,13)	(3,04)
$S_t$		-10,24	-2,33	-1,25	-1,22
$Z_{s,t}$	-80	35,36	-6,51	21,88	51,83

Der Kapitalwert nach Steuern beträgt:

$$C_{0,s} = -80 + \frac{35,36}{1,036} - \frac{6,51}{1,036^2} + \frac{21,88}{1,036^3} + \frac{51,83}{1,036^4} = 12,73$$

- *Vorzeitige Rückzahlung in  $t = 3$*

t	0	1	2	3	4
$Z_t$	-200	90	68	55	50
$AfA_t$		(-50)	(-50)	(-50)	(-50)
$K_t$	120	[90]	[60]	[0]	[0]
$TIL_t$		-30	-30	-60	0
$\rho \times K_{t-1}$		-14,40	-10,80	-7,20	0
$KMA_t$		[35,36]	[60,95]	[50,93]	[102,76]
$i \times KMA_{t-1}$		0	2,12	3,66	3,06
<i>Vorfälligkeitsentschädigung</i>			0	-1,50	
$BMG_t$		(25,60)	(9,32)	(-0,04)	(3,06)
$S_t$		-10,24	-3,73	0,02	1,22
$Z_{s,t}$	-80	35,36	25,59	-10,03	51,83

Der Kapitalwert nach Steuern beträgt:

$$C_{0,s} = -80 + \frac{35,35}{1,036} + \frac{25,59}{1,036} - \frac{10,03}{1,036} + \frac{51,83}{1,036} = 13,96$$

Der Investor wird sich für die vorzeitige Rückzahlung in  $t=3$  entscheiden.



## 10 Standardmodell für Kapitalgesellschaften und Grenzpreisermittlung

### (117) Lösung Aufgabe 148 Wahr oder falsch?

1. *wahr* | Darin spiegelt sich die Einheit von Unternehmer und »Unternehmung« bzw. die persönliche Haftung wider.
2. *falsch* | Die Entnahme ist nicht an den Gewinn gekoppelt. Aufgrund der persönlichen und gesamtschuldnerischen Haftung ist dies auch nicht erforderlich, da der Unternehmer mit seinem gesamten Privatvermögen haftet. Wird Vermögen vom Unternehmen in die Privatsphäre transferiert, schränkt dies nicht den Haftungsumfang ein.
3. *falsch* | Die Selbstfinanzierung zählt zur Innenfinanzierung, da sich die Mittel, aus denen die Investition getätigt wird, bereits im Unternehmen befinden, z. B. in Form von Gewinnrücklagen.
4. *wahr* | Die Mittel zur Finanzierung werden dem Unternehmen von außen zugeführt. Die Bilanzsumme verändert sich dadurch.
5. *falsch* | Kapitalgesellschaften stellen eine eigene Rechtspersönlichkeit dar. Anders als bei Personenunternehmen besteht keine Einheit zwischen Unternehmen und Unternehmer. Aus diesem Grund existieren bei Kapitalgesellschaften keine Privatkonten.
6. *wahr* | Aufgrund der eigenen Rechtspersönlichkeit der Kapitalgesellschaft wird die Gesellschaft einerseits (1. Ebene) und die Auskehrungen an die Anteilseigner (z. B. in Form von Dividenden) andererseits (2. Ebene) besteuert. Beide Ebenen müssen bei der Ermittlung der konsumfähigen Zahlungen nach Steuern berücksichtigt werden.
7. *wahr* | Aus juristischer Sicht wird die Rechtspersönlichkeit Kapitalgesellschaft und die Rechtspersönlichkeit Anteilseigner jeweils einmal besteuert. Insofern liegt keine Doppelbesteuerung vor.
8. *wahr* | Aus ökonomischer Sicht zählen nur Zahlungen nach Steuern. Da zwei Mal Steuern auf dem Weg zu den konsumfähigen Beträgen erhoben werden, liegt eine Doppelbesteuerung vor. Aus ökonomischer Sicht ist dabei unerheblich, welche Rechtspersönlichkeit dabei besteuert wird.
9. *wahr* | Sind die Nettorenditen nach Steuern auf Unternehmensebene und auf privater Ebene identisch, spielt es keine Rolle, ob liquide Mittel innerhalb des Unternehmens oder außerhalb angelegt werden. Aus diesem Grund ist es unerheblich, wann ausgeschüttet wird.
10. *wahr* | Es bestehen zwischen der Selbst- und der Beteiligungsfinanzierung keine Unterschiede. Es ergibt sich derselbe Kapitalwert.
11. *wahr* | Dies gilt unabhängig von Eigen- und Fremdfinanzierung.
12. *wahr* | Der Nettozins auf Unternehmensebene ist dann niedriger. Durch den Zinseffekt lohnt es sich, freie Mittel im Unternehmen zu belassen und nicht auszuschütten.
13. *wahr* | Die Vernachlässigung von Steuern impliziert, dass keine zu zahlen sind. Dies trifft nur in Ausnahmefällen – z. B. bei Freibeträgen – zu.



14. *wahr* | Bei Publikumsgesellschaften sind die Anteile meist breit gestreut. Grundsätzlich werden Dividenden besteuert. Es ist besser einen pauschalen Satz in mittlerer Höhe anzunehmen, als die Besteuerung gänzlich zu vernachlässigen.
15. *wahr* | Dividenden werden auf Eigenkapital gezahlt und sind deshalb nicht abzugsfähig.
16. *wahr* | Anders als Dividenden sind Sollzinsen steuerlich abzugsfähig.
17. *falsch* | Bei der Selbstfinanzierung muss dies der Fall sein.

(118) **Lösung Aufgabe 149** *Maximale Ausschüttung und Entnahme*

a) *Ermittlung des Kapitalwerts in einer Welt ohne Steuern*

Bei Kapitalgesellschaften ist die Auskehrung von Kapital – anders als bei Personenunternehmungen – von handelsrechtlichen Größen abhängig. So ist die Auskehrung grundsätzlich begrenzt auf den Gewinn zzgl. Gewinnrücklagen. Das bedeutet, dass nichtzahlungsgleiche Größen die Auszahlung konsumierbarer Beträge an die Anteilseigner beschränken. Die Beschränkung hängt dabei von der Form der Finanzierung ab. Über die Totalperiode kann (unter Vernachlässigung von Zinsen) in Summe gleich viel ausgeschüttet werden. Vor Steuern hängt der Ertragswert der Ausschüttungen nicht von der Art der Finanzierung ab wie das nachstehende Beispiel zeigen wird.

1) *Beteiligungsfinanzierung und Sofortausschüttung*

Bei der Beteiligungsfinanzierung erfolgt in  $t=0$  eine Kapitalerhöhung in Höhe der Investitionsauszahlung. Da Kapitalherabsetzungen und Gesellschafterdarlehen im Zeitablauf ausgeschlossen werden, ist die Auskehrung von Kapital auf den Periodenerfolg begrenzt. Die Zahlungsstruktur aus Sicht des Eigner sieht dann wie folgt aus:

t	0	1	2	3	4
$Z_t$	-1 000	250	300	350	400
$AfA_t$		(-250)	(-250)	(-250)	(-250)
$KMA_t$	[0]	[250]	[500]	[750]	[1 000]
$i \times KMA_{t-1}$		0	25	50	75
$G_t$		(0)	(75)	(150)	(225)
$GRL_t$	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]
$\Delta GK_t$	[+1 000]				[-1 000]
$Div_t$		0	75	150	225
$Z_t^{Eigner}$	-1 000	0	75	150	1 225

Der Kapitalwert vor Steuern beträgt:

$$C_0 = -1\,000 + \frac{0}{1,1} + \frac{75}{1,1^2} + \frac{150}{1,1^3} + \frac{1\,225}{1,1^4} = 11,37$$

Die vereinfachten Bilanzen bzw. Gewinn- und Verlustrechnungen betragen in den einzelnen Perioden:





<i>Aktiva</i>	<i>Bilanz in t = 1</i>		<i>Passiva</i>	<i>Soll</i>	<i>GuV in t = 1</i>		<i>Haben</i>
AV	750	GK	1 000	AfA	250	UE	250
Bank	250	GRL	0	Gewinn	0	Zinsen	0
<i>Summe</i>	<u>1 000</u>	<i>Summe</i>	<u>1 000</u>	<i>Summe</i>	<u>250</u>	<i>Summe</i>	<u>250</u>

<i>Aktiva</i>	<i>Bilanz in t = 2</i>		<i>Passiva</i>	<i>Soll</i>	<i>GuV in t = 2</i>		<i>Haben</i>
AV	500	GK	1 000	AfA	250	UE	300
Bank	500	GRL	0	Gewinn	75	Zinsen	25
<i>Summe</i>	<u>1 000</u>	<i>Summe</i>	<u>1 000</u>	<i>Summe</i>	<u>325</u>	<i>Summe</i>	<u>325</u>

<i>Aktiva</i>	<i>Bilanz in t = 3</i>		<i>Passiva</i>	<i>Soll</i>	<i>GuV in t = 3</i>		<i>Haben</i>
AV	250	GK	1 000	AfA	250	UE	350
Bank	750	GRL	0	Gewinn	150	Zinsen	50
<i>Summe</i>	<u>1 000</u>	<i>Summe</i>	<u>1 000</u>	<i>Summe</i>	<u>400</u>	<i>Summe</i>	<u>400</u>

Unmittelbar vor der Liquidation betragen Bilanz und Gewinn- und Verlustrechnung in  $t = 4$ :

<i>Aktiva</i>	<i>Bilanz in t = 4</i>		<i>Passiva</i>	<i>Soll</i>	<i>GuV in t = 4</i>		<i>Haben</i>
AV	0	GK	1 000	AfA	250	UE	400
Bank	1 000	GRL	0	Gewinn	225	Zinsen	75
<i>Summe</i>	<u>1 000</u>	<i>Summe</i>	<u>1 000</u>	<i>Summe</i>	<u>475</u>	<i>Summe</i>	<u>475</u>

Anhand der Bilanzen wird die Transformation des im Anlagevermögen gebundenen Kapitals hin zu liquiden Mitteln in Form von Bankguthaben gut sichtbar.

## 2) Beteiligungsfinanzierung und Thesaurierung

Im Fall der Thesaurierung findet eine Auskehrung von Kapital ausschließlich in  $t = 4$  statt.

<i>t</i>	0	1	2	3	4
$Z_t$	-1 000	250	300	350	400
$AfA_t$		(-250)	(-250)	(-250)	(-250)
$KMA_t$	[0]	[250]	[575]	[982,50]	[1 480,75]
$i \times KMA_{t-1}$		0	25	57,50	98,25
$G_t$		(0)	(75)	(157,50)	(248,25)
$GRL_t$		[0]	[75]	[232,50]	[480,75]
$\Delta GK_t$	[+1 000]				[-1 000]
$Div_t$		0	0	0	480,75
$Z_t$	-1 000	0	0	0	1 480,75

Der Kapitalwert vor Steuern beträgt:

$$C_0 = -1\,000 + \frac{1\,480,75}{1,1^4} = 11,37$$

Der Kapitalwert entspricht dem Kapitalwert bei Sofortausschüttung. Offensichtlich hat beim vollkommenen Kapitalmarkt in einer Welt ohne Steuern der Zeitpunkt der Ausschüttung keinen Einfluss auf die Vorteilhaftigkeit von Investitionen.

Die vereinfachten Bilanzen bzw. Gewinn- und Verlustrechnungen betragen in den einzelnen Perioden:

<i>Aktiva</i>	<i>Bilanz in t = 1</i>	<i>Passiva</i>	<i>Soll</i>	<i>GuV in t = 1</i>	<i>Haben</i>		
AV	750	GK	1 000	AfA	250	UE	250
Bank	250	GRL	0	Gewinn	0	Zinsen	0
<b>Summe</b>	<b>1 000</b>	<b>Summe</b>	<b>1 000</b>	<b>Summe</b>	<b>250</b>	<b>Summe</b>	<b>250</b>

<i>Aktiva</i>	<i>Bilanz in t = 2</i>	<i>Passiva</i>	<i>Soll</i>	<i>GuV in t = 2</i>	<i>Haben</i>		
AV	500	GK	1 000	AfA	250	UE	300
Bank	575	GRL	75	Gewinn	75	Zinsen	25
<b>Summe</b>	<b>1 075</b>	<b>Summe</b>	<b>1 075</b>	<b>Summe</b>	<b>325</b>	<b>Summe</b>	<b>325</b>

<i>Aktiva</i>	<i>Bilanz in t = 3</i>	<i>Passiva</i>	<i>Soll</i>	<i>GuV in t = 3</i>	<i>Haben</i>		
AV	250,00	GK	1 000,00	AfA	250,00	UE	350,00
Bank	982,50	GRL	232,50	Gewinn	157,50	Zinsen	57,50
<b>Summe</b>	<b>1 232,50</b>	<b>Summe</b>	<b>1 232,50</b>	<b>Summe</b>	<b>407,50</b>	<b>Summe</b>	<b>407,50</b>

Unmittelbar vor der Liquidation betragen Bilanz und Gewinn- und Verlustrechnung in t = 4:

<i>Aktiva</i>	<i>Bilanz in t = 4</i>	<i>Passiva</i>	<i>Soll</i>	<i>GuV in t = 4</i>	<i>Haben</i>		
AV	0,00	GK	1 000,00	AfA	250,00	UE	400,00
Bank	1 480,75	GRL	480,75	Gewinn	248,25	Zinsen	98,25
<b>Summe</b>	<b>1 480,75</b>	<b>Summe</b>	<b>1 480,75</b>	<b>Summe</b>	<b>498,25</b>	<b>Summe</b>	<b>498,25</b>

### 3) Selbstfinanzierung und Sofortausschüttung

Bei Selbstfinanzierung werden die Mittel für die Investition aus bestehenden Rücklagen aufgebracht. Es erfolgt keine Erhöhung der Bilanzsumme wie bei der Beteiligungsfinanzierung. Da die Gewinnrücklagen jederzeit aufgelöst werden können, erfolgt die Kapitalauskehrung schneller bzw. früher als bei der Beteiligungsfinanzierung. Bei Sofortausschüttung betragen die Zahlungsmittel am Ende jeder Periode null, da durch die Auflösung der Gewinnrücklagen alle liquiden Mittel ausgeschüttet wer-



den können. Es fallen demnach auch keine Zinsen an.

<i>t</i>	0	1	2	3	4
$Z_t$	-1 000	250	300	350	400
$AfA_t$		(-250)	(-250)	(-250)	(-250)
$KMA_t$	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]
$i \times KMA_{t-1}$		0	0	0	0
$G_t$		(0)	(50)	(100)	(150)
$GRL_t$	[1 000]	[750]	[500]	[250]	[0]
$\Delta GK_t$	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]
$Div_t$		250	300	350	400
$Z_t$	-1 000	250	300	350	400

Der Kapitalwert vor Steuern beträgt:

$$C_0 = -1\,000 + \frac{250}{1,1} + \frac{300}{1,1^2} + \frac{350}{1,1^3} + \frac{400}{1,1^4} = 11,37$$

Die Anschaffungsauszahlung in  $t=0$  entspricht den Opportunitätskosten des Investors. Der Investor könnte die 1 000 in  $t=0$  auch ausschütten und konsumieren.

Die vereinfachten Bilanzen bzw. Gewinn- und Verlustrechnungen betragen in den einzelnen Perioden (Es wird ein Grundkapital von 500 angenommen. Aus Vereinfachungsgründen wird angenommen, dass das Kapital im Anlagevermögen gebunden ist.):

<i>Aktiva</i>	Bilanz in $t=1$	<i>Passiva</i>	Soll	GuV in $t=1$	Haben		
AV	1 250	GK	500	AfA	250	UE	250
Bank	0	GRL	750	Gewinn	0	Zinsen	0
Summe	1 250	Summe	1 250	Summe	250	Summe	250

<i>Aktiva</i>	Bilanz in $t=2$	<i>Passiva</i>	Soll	GuV in $t=2$	Haben		
AV	1 000	GK	500	AfA	250	UE	300
Bank	0	GRL	500	Gewinn	50	Zinsen	0
Summe	1 000	Summe	1 000	Summe	300	Summe	300

<i>Aktiva</i>	Bilanz in $t=3$	<i>Passiva</i>	Soll	GuV in $t=3$	Haben		
AV	750	GK	500	AfA	250	UE	350
Bank	0	GRL	250	Gewinn	100	Zinsen	0
Summe	750	Summe	750	Summe	350	Summe	350

Unmittelbar vor der Liquidation betragen Bilanz und Gewinn- und Verlustrechnung in  $t=4$ :



<i>Aktiva</i>	<i>Bilanz in t = 4</i>		<i>Passiva</i>	<i>Soll</i>	<i>GuV in t = 4</i>		<i>Haben</i>
AV	500	GK	500	AfA	250	UE	400
Bank	0	GRL	0	Gewinn	150	Zinsen	0
<u>Summe</u>	<u>500</u>	<u>Summe</u>	<u>500</u>	<u>Summe</u>	<u>400</u>	<u>Summe</u>	<u>400</u>

4) *Selbstfinanzierung und Thesaurierung*

Die Zahlungsstruktur (Auskehrung von Kapital) bei Selbstfinanzierung und Thesaurierung entspricht der Zahlungsstruktur bei Beteiligungsfinanzierung und Thesaurierung. Lediglich die Bilanz setzt sich anders zusammen:

<i>t</i>	0	1	2	3	4
$Z_t$	-1 000	250	300	350	400
$AfA_t$		(-250)	(-250)	(-250)	(-250)
$KMA_t$	[0]	[250]	[575]	[982,50]	[1 480,75]
$i \times KMA_{t-1}$		0	25	57,50	98,25
$G_t$		(0)	(75)	(157,50)	(248,25)
$GRL_t$	[1 000]	[1 000]	[1 075]	[1 232,50]	[1 480,75]
$\Delta GK_t$	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]
$Div_t$		0	0	0	1 480,75
$Z_t$	-1 000	0	0	0	1 480,75

Der Kapitalwert beträgt:

$$C_0 = -1\,000 + \frac{1\,480,75}{1,1^4} = 11,37$$

Die vereinfachten Bilanzen bzw. Gewinn- und Verlustrechnungen be-  
tragen in den einzelnen Perioden:

<i>Aktiva</i>	<i>Bilanz in t = 1</i>		<i>Passiva</i>	<i>Soll</i>	<i>GuV in t = 1</i>		<i>Haben</i>
AV	1 250	GK	500	AfA	250	UE	250
Bank	250	GRL	1 000	Gewinn	0		
<u>Summe</u>	<u>1 500</u>	<u>Summe</u>	<u>1 500</u>	<u>Summe</u>	<u>250</u>	<u>Summe</u>	<u>250</u>

<i>Aktiva</i>	<i>Bilanz in t = 2</i>		<i>Passiva</i>	<i>Soll</i>	<i>GuV in t = 2</i>		<i>Haben</i>
AV	1 000	GK	500	AfA	250	UE	300
Bank	575	GRL	1 075	Gewinn	75	Zinsen	25
<u>Summe</u>	<u>1 575</u>	<u>Summe</u>	<u>1 575</u>	<u>Summe</u>	<u>325</u>	<u>Summe</u>	<u>325</u>

<i>Aktiva</i>	<i>Bilanz in t = 3</i>		<i>Passiva</i>	<i>Soll</i>	<i>GuV in t = 3</i>		<i>Haben</i>
AV	750,00	GK	500,00	AfA	250,00	UE	350,00
Bank	982,50	GRL	1 232,50	Gewinn	157,50	Zinsen	57,50
<u>Summe</u>	<u>1 732,50</u>	<u>Summe</u>	<u>1 732,50</u>	<u>Summe</u>	<u>407,50</u>	<u>Summe</u>	<u>407,50</u>

Unmittelbar vor der Liquidation betragen Bilanz und Gewinn- und Verlustrechnung in  $t=4$ :

Aktiva	Bilanz in $t=4$		Passiva	Soll	GuV in $t=4$		Haben
AV	500,00	GK	500,00	AfA	250,00	UE	400,00
Bank	1 480,75	GRL	1 480,75	Gewinn	248,25	Zinsen	98,25
Summe	<u>1 980,75</u>	Summe	<u>1 980,75</u>	Summe	<u>498,25</u>	Summe	<u>498,25</u>

b) *Kapitalwert im Fall der Personenunternehmung*

Im Fall einer Personenunternehmung existieren keine gesellschaftsrechtlichen Beschränkungen bzw. es können die bestehenden Beschränkungen des HGB vertraglich verändert werden. Der Kapitalwert vor Steuern berechnet sich hier als:

$$C_0 = -1\,000 + \frac{250}{1,1} + \frac{300}{1,1^2} + \frac{350}{1,1^3} + \frac{400}{1,1^4} = 11,37$$

Im Ergebnis hat die Rechtsform, im Rahmen derer die Investition in einer Welt ohne Steuern durchgeführt wird, keinen Einfluss auf die Vorteilhaftigkeit der Investition.

c) *Kapitalwerte nach Steuern*

Bei Körperschaften unterliegt der Gewinn der Körperschaftsteuer (Gewerbsteuer und Solidaritätszuschlag sind in der Körperschaftsteuer zusammengefasst). Ausschüttungen unterliegen einem Steuersatz von 25%, ebenso Zinsen. Handelsrechtlich stellt die Körperschaftsteuer Aufwand dar und mindert den ausschüttungsfähigen Betrag.

1) *Beteiligungsfinanzierung und Sofortausschüttung*

$t$	0	1	2	3	4
$Z_t$	-1 000	250	300	350	400
$AfA_t$		(-250)	(-250)	(-250)	(-250)
$KMA_t$	[0]	[250]	[500]	[750]	[1 000]
$i \times KMA_{t-1}$		0	25	50	75
$BMG_t$		(0)	(75)	(150)	(225)
$S_t$		-0	-22,50	-45	-67,50
$G_t$		(0)	(52,50)	(105)	(157,50)
$GRL_t$	[0]	[0]	[0]	[0]	
$Div_t$		0	52,50	105	157,50
$\Delta GK_t$	[1 000]				[-1 000]
$S_t$		-0	-13,13	-26,25	-39,38
$Z_{s,t}$	-1 000	0	39,38	78,75	1 118,13

Der Kapitalwert nach Steuern beträgt:

$$C_{0,s} = -1\,000 + \frac{0}{1,075} + \frac{39,38}{1,075^2} + \frac{78,75}{1,075^3} + \frac{1\,118,13}{1,075^4} = -65,28$$

Die vereinfachten Bilanzen bzw. Gewinn- und Verlustrechnungen betragen in den einzelnen Perioden:

Aktiva		Bilanz in t = 1		Passiva		Soll		GuV in t = 1		Haben	
AV	750	GK	1 000	AfA	250	UE	250				
Bank	250	GRL	0	Steuern	0	Zinsen	0				
Summe	1 000	Summe	1 000	Gewinn	0						
				Summe	250	Summe	250				

Aktiva		Bilanz in t = 2		Passiva		Soll		GuV in t = 2		Haben	
AV	500	GK	1 000	AfA	250,00	UE	300,00				
Bank	500	GRL	0	Steuern	22,50	Zinsen	25,00				
Summe	1 000	Summe	1 000	Gewinn	52,50						
				Summe	325,00	Summe	325,00				

Aktiva		Bilanz in t = 3		Passiva		Soll		GuV in t = 3		Haben	
AV	250	GK	1 000	AfA	250	UE	350				
Bank	750	GRL	0	Steuern	45	Zinsen	50				
Summe	1 000	Summe	1 000	Gewinn	105						
				Summe	400	Summe	400				

Unmittelbar vor der Liquidation betragen Bilanz und Gewinn- und Verlustrechnung in t = 4:

Aktiva		Bilanz in t = 4		Passiva		Soll		GuV in t = 4		Haben	
AV	0	GK	1 000	AfA	250,00	UE	400,00				
Bank	1 000	GRL	0	Steuern	67,50	Zinsen	75,00				
Summe	1 000	Summe	1 000	Gewinn	157,50						
				Summe	475,00	Summe	475,00				

## 2) Beteiligungsfinanzierung und Thesaurierung

Im Fall der Thesaurierung werden die Zinsen aus der Kapitalmarktanlage im Unternehmen mit dem Körperschaftsteuersatz von 30% besteuert. Da der Steuersatz auf Zinsen im Privatvermögen des Anteilseigners nur 25% beträgt, muss der Kapitalwert bei Thesaurierung niedriger



sein als bei Sofortausschüttung. Die Zahlungsreihe ergibt sich wie folgt:

$t$	0	1	2	3	4
$Z_t$	-1 000	250	300	350	400
$AfA_t$		(-250)	(-250)	(-250)	(-250)
$KMA_t$	[0]	[250]	[552,50]	[911,18]	[1 329,96]
$i \times KMA_{t-1}$		0	25	55,25	91,12
$BMG_t$		(0)	(75)	(155,25)	(241,12)
$S_t$		-0	-22,50	-46,58	-72,34
$G_t$		(0)	(52,50)	(108,68)	(168,78)
$GRL_t$	[0]	[0]	[52,50]	[161,18]	[329,96]
$Div_t$		0	0	0	329,96
$\Delta GK_t$	[1 000]				[-1 000]
$S_t$		-0	-0	-0	-82,49
$Z_{s,t}$	-1 000	0	0	0	1 247,47

Der Kapitalwert nach Steuern beträgt:

$$C_{0,s} = -1\,000 + \frac{1\,247,47}{1,075^4} = -65,90$$

Die vereinfachten Bilanzen bzw. Gewinn- und Verlustrechnungen betragen in den einzelnen Perioden:

Aktiva	Bilanz in $t=1$	Passiva	Soll	GuV in $t=1$	Haben		
AV	750	GK	1 000	AfA	250	UE	250
Bank	250	GRL	0	Steuern	0	Zinsen	0
Summe	<u>1 000</u>	Summe	<u>1 000</u>	Gewinn	0		
				Summe	<u>250</u>	Summe	<u>250</u>

Aktiva	Bilanz in $t=2$	Passiva	Soll	GuV in $t=2$	Haben		
AV	500,00	GK	1 000,00	AfA	250,00	UE	300,00
Bank	552,50	GRL	52,50	Steuern	22,50	Zinsen	25,00
Summe	<u>1 052,50</u>	Summe	<u>1 052,50</u>	Gewinn	52,50		
				Summe	<u>325,00</u>	Summe	<u>325,00</u>

Aktiva	Bilanz in $t=3$	Passiva	Soll	GuV in $t=3$	Haben		
AV	250,00	GK	1 000,00	AfA	250,00	UE	350,00
Bank	911,18	GRL	161,18	Steuern	46,58	Zinsen	55,25
Summe	<u>1 161,18</u>	Summe	<u>1 161,18</u>	Gewinn	108,68		
				Summe	<u>405,26</u>	Summe	<u>405,25</u>

Unmittelbar vor der Liquidation betragen Bilanz und Gewinn- und Verlustrechnung in  $t=4$ :



Aktiva		Bilanz in t = 4		Passiva		Soll		GuV in t = 4		Haben	
AV	0,00	GK	1 000,00	AfA	250,00	UE	400,00				
Bank	1 329,96	GRL	329,96	Steuern	72,34	Zinsen	91,12				
Summe	<u>1 329,96</u>	Summe	<u>1 329,96</u>	Gewinn	168,78						
				Summe	<u>491,12</u>	Summe	<u>491,12</u>				

## 3) Selbstfinanzierung und Sofortausschüttung

t	0	1	2	3	4
Z <sub>t</sub>	-1 000	250	300	350	400
AfA <sub>t</sub>		(-250)	(-250)	(-250)	(-250)
KMA <sub>t</sub>	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]
i × KMA <sub>t-1</sub>		0	0	0	0
BMG <sub>t</sub>		(0)	(50)	(100)	(150)
S <sub>t</sub>		-0	-15	-30	-45
G <sub>t</sub>		(0)	(35)	(70)	(105)
GRL <sub>t</sub>	[1 000]	[750]	[500]	[250]	[0]
Div <sub>t</sub>		250	285	320	355
Δ GK <sub>t</sub>	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]
S <sub>t</sub>		-62,50	-71,25	-80	-88,75
Z <sub>s,t</sub>	-1 000	187,50	213,75	240	266,25

Bei Selbstfinanzierung erfolgt die Finanzierung aus Gewinnrücklagen. Würden die Gewinnrücklagen ausgeschüttet werden, erhielte der Investor nach Besteuerung der Dividende lediglich  $1\,000 \times (1 - 0,25) = 750$ . Die Opportunitätskosten betragen nur 750. Der Kapitalwert nach Steuern ergibt jetzt:

$$C_{0,s} = -1\,000 \times (1 - 0,25) + \frac{187,50}{1,075} + \frac{213,75}{1,075^2} + \frac{240}{1,075^3} + \frac{266,25}{1,075^4} = 1,94$$

Im Vergleich zur Beteiligungsfinanzierung ist der Kapitalwert jetzt positiv. Zu beachten ist, dass die Finanzierung aus Rücklagen nur dann möglich ist, wenn tatsächlich auch Rücklagen vorhanden sind. Die vereinfachten Bilanzen bzw. Gewinn- und Verlustrechnungen betragen in den einzelnen Perioden (Es wird ein Grundkapital von 500 angenommen. Aus Vereinfachungsgründen wird angenommen, dass das Kapital im Anlagevermögen gebunden ist.):

Aktiva		Bilanz in t = 1		Passiva		Soll		GuV in t = 1		Haben	
AV	1 250	GK	500	AfA	250	UE	250				
Bank	0	GRL	750	Steuern	0	Zinsen	0				
Summe	<u>1 250</u>	Summe	<u>1 250</u>	Gewinn	0						
				Summe	<u>250</u>	Summe	<u>250</u>				



<i>Aktiva</i>	<i>Bilanz in t = 2</i>		<i>Passiva</i>	<i>Soll</i>	<i>GuV in t = 2</i>		<i>Haben</i>
AV	1 000	GK	500	AfA	250	UE	300
Bank	0	GRL	500	Steuern	15	Zinsen	0
<i>Summe</i>	<u>1 000</u>	<i>Summe</i>	<u>1 000</u>	<i>Summe</i>	<u>300</u>	<i>Summe</i>	<u>300</u>

<i>Aktiva</i>	<i>Bilanz in t = 3</i>		<i>Passiva</i>	<i>Soll</i>	<i>GuV in t = 3</i>		<i>Haben</i>
AV	750	GK	500	AfA	250	UE	350
Bank	0	GRL	250	Steuern	30	Zinsen	0
<i>Summe</i>	<u>750</u>	<i>Summe</i>	<u>750</u>	<i>Summe</i>	<u>350</u>	<i>Summe</i>	<u>350</u>

Unmittelbar vor der Liquidation betragen Bilanz und Gewinn- und Verlustrechnung in t = 4:

<i>Aktiva</i>	<i>Bilanz in t = 4</i>		<i>Passiva</i>	<i>Soll</i>	<i>GuV in t = 4</i>		<i>Haben</i>
AV	500	GK	500	AfA	250	UE	400
Bank	0	GRL	0	Steuern	45	Zinsen	0
<i>Summe</i>	<u>500</u>	<i>Summe</i>	<u>500</u>	<i>Summe</i>	<u>400</u>	<i>Summe</i>	<u>400</u>

#### 4) Selbstfinanzierung und Thesaurierung

Im Fall der Thesaurierung ist der Zinseffekt durch die verzögerte Ausschüttung größer als bei der Beteiligungsfinanzierung. Die Differenz der Kapitalwerte bei Sofortausschüttung bzw. Thesaurierung fällt deshalb bei der Selbstfinanzierung größer aus als bei der Beteiligungsfinanzierung. Die Zahlungsüberschüsse nach Steuern betragen:

<i>t</i>	0	1	2	3	4
$Z_t$	-1 000	250	300	350	400
$AfA_t$		(-250)	(-250)	(-250)	(-250)
$KMA_t$	[0]	[250]	[552,50]	[911,18]	[1 329,96]
$i \times KMA_{t-1}$		0	25	55,25	91,12
$BMG_t$		(0)	(75)	(155,25)	(241,12)
$S_t$		-0	-22,50	-46,58	-72,34
$G_t$		(0)	(52,50)	(108,68)	(168,78)
$GRL_t$	[1 000]	[1 000]	[1 052,50]	[1 161,18]	[1 329,96]
$Div_t$		0	0	0	1 329,96
$\Delta GK_t$	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]
$S_t$		-0	-0	-0	-332,49
$Z_{s,t}$	-1 000	0	0	0	997,47

Der Kapitalwert nach Steuern beträgt:

$$C_{0,s} = -1\,000 \times (1 - 0,25) + \frac{997,47}{1,075^4} = -3,10$$

Es wird deutlich, dass die zeitliche Verteilung der Ausschüttung Entscheidungswirkungen induziert. Während bei Sofortausschüttung der Kapitalwert nach Steuern positiv ist und die Investition deshalb durchgeführt werden sollte, ist im Fall der Thesaurierung die Unterlassungsalternative besser. Die Unterlassungsalternative besteht in der Auskehrung der Gewinnrücklagen in  $t=0$  und Anlage am Kapitalmarkt.

Die vereinfachten Bilanzen bzw. Gewinn- und Verlustrechnungen betragen in den einzelnen Perioden:

Aktiva		Bilanz in $t=1$		Passiva		Soll		GuV in $t=1$		Haben	
AV	1 250	GK	500	AfA	250	UE				250	
Bank	250	GRL	1 000	Steuern	0						
Summe	<u>1 500</u>	Summe	<u>1 500</u>	Gewinn	0						
				Summe	<u>250</u>	Summe	<u>250</u>				

Aktiva		Bilanz in $t=2$		Passiva		Soll		GuV in $t=2$		Haben	
AV	1 000,00	GK	500,00	AfA	250,00	UE				300,00	
Bank	552,50	GRL	1 052,50	Steuern	22,50	Zinsen				25,00	
Summe	<u>1 552,50</u>	Summe	<u>1 552,50</u>	Gewinn	52,50						
				Summe	<u>325,00</u>	Summe	<u>325,00</u>				

Aktiva		Bilanz in $t=3$		Passiva		Soll		GuV in $t=3$		Haben	
AV	750,00	GK	500,00	AfA	250,00	UE				350,00	
Bank	911,18	GRL	1 161,18	Steuern	46,58	Zinsen				55,25	
Summe	<u>1 661,18</u>	Summe	<u>1 661,18</u>	Gewinn	108,68						
				Summe	<u>405,26</u>	Summe	<u>405,25</u>				

Unmittelbar vor der Liquidation betragen Bilanz und Gewinn- und Verlustrechnung in  $t=4$ :

Aktiva		Bilanz in $t=4$		Passiva		Soll		GuV in $t=4$		Haben	
AV	500,00	GK	500,00	AfA	250,00	UE				400,00	
Bank	1 329,96	GRL	1 329,96	Steuern	72,34	Zinsen				91,12	
Summe	<u>1 829,96</u>	Summe	<u>1 829,96</u>	Gewinn	168,76						
				Summe	<u>491,10</u>	Summe	<u>491,12</u>				

##### 5) Personengesellschaft bei Sofortentnahme

Findet die Investition im Rechtskleid einer Personenunternehmung statt, existieren keine Ausschüttungsbeschränkungen. Die liquiden



Mittel am Ende jeder Periode werden entnommen und im Privatvermögen angelegt. Die Zahlungsüberschüsse nach Steuern betragen:

$t$	0	1	2	3	4
$Z_t$	-1 000	250	300	350	400
$AfA_t$		(-250)	(-250)	(-250)	(-250)
$BMG_t$		(0)	(50)	(100)	(150)
$S_t$		-0	-22,50	-45	-67,50
$Z_{s,t}$	-1 000	250	277,50	305	332,50

Der Kapitalwert nach Steuern beträgt:

$$C_{0,s} = -1\,000 + \frac{250}{1,075} + \frac{277,50}{1,075^2} + \frac{305}{1,075^3} + \frac{332,50}{1,075^4} = -32,82$$

6) *Personengesellschaft bei Entnahme am Ende des Planungshorizonts*

Werden die liquiden Mittel im Rahmen der Personenunternehmung angelegt. Werden die Zinsen mit 45% besteuert und damit höher als Zinsen im steuerlichen Privatvermögen. Das Endvermögen beträgt:

$t$	0	1	2	3	4
$Z_t$	-1 000	250	300	350	400
$AfA_t$		(-250)	(-250)	(-250)	(-250)
$KMA_t$		[250]	[541,25]	[876,02]	[1 256,70]
$i \times KMA_{t-1}$		0	25	54,13	87,60
$BMG_t$		(0)	(75)	(154,13)	(237,60)
$S_t$		-0	-33,75	-69,36	-106,92
$Z_{s,t}$	-1 000	0	0	0	1 256,70

Der Kapitalwert nach Steuern beträgt:

$$C_{0,s} = -1\,000 + \frac{1\,256,70}{1,075^4} = -58,98$$

Es ist demnach besser, die liquiden Mittel am Ende jeder Periode zu entnehmen, um sie im Rahmen des steuerlichen Privatvermögens am Kapitalmarkt anzulegen.

(119) **Lösung Aufgabe 150** *Grenzpreis des Käufers und Besteuerung*

a) *Maximales Kaufangebot*

Das maximale Kaufangebot entspricht dem Grenzpreis vor Steuern und damit dem Ertragswert der Zahlungsreihe:

$$EW_0 = \frac{50}{1,1} + \frac{70}{1,1^2} + \frac{80}{1,1^3} + \frac{130}{1,1^4} = 252,20.$$

Der Grenzpreis entspricht dem maximalen Betrag, den der Investor bereit ist, für diese Zahlungsreihe zu bezahlen. Bei einem Grenzpreis von 252,20 EUR ist der Investor indifferent zwischen Kauf und Unterlassung, der Kapitalwert beträgt in diesem Fall null.



## b) Ermittlung des Grenzpreises im Fall der Besteuerung und linearer Abschreibung

Das Problem hier ist, dass  $a_0$  nicht bekannt ist und damit die Abschreibung ebenfalls unbekannt ist. Formal lassen sich folgende Zahlungsüberschüsse nach Steuern in Abhängigkeit des Grenzpreises bestimmen:

$t$	0	1	2	3	4
$Z_t$	$-GP$	50	70	80	130
$AfA_t$		$-\frac{GP}{4}$	$-\frac{GP}{4}$	$-\frac{GP}{4}$	$-\frac{GP}{4}$
$BMG_t$		$50 - \frac{GP}{4}$	$70 - \frac{GP}{4}$	$80 - \frac{GP}{4}$	$130 - \frac{GP}{4}$
$S_t$		$-0,4 \times \left(50 - \frac{GP}{4}\right)$	$-0,4 \times \left(70 - \frac{GP}{4}\right)$	$80 - 0,4 \times \left(80 - \frac{GP}{4}\right)$	$-0,4 \times \left(130 - \frac{GP}{4}\right)$
$Z_{s,t}$		$50 - 0,4 \times \left(50 - \frac{GP}{4}\right)$	$70 - 0,4 \times \left(70 - \frac{GP}{4}\right)$	$0,4 \times \left(80 - \frac{GP}{4}\right)$	$130 - 0,4 \times \left(130 - \frac{GP}{4}\right)$

Zusammengefasst ergibt sich:

$$\begin{aligned}
 GP &\stackrel{!}{=} \frac{30 + 0,1 \times GP}{1,06} + \frac{42 + 0,1 \times GP}{1,06^2} + \frac{48 + 0,1 \times GP}{1,06^3} + \frac{78 + 0,1 \times GP}{1,06^4} \\
 &= \frac{\frac{30}{1,06} + \frac{42}{1,06^2} + \frac{48}{1,06^3} + \frac{78}{1,06^4}}{1 - \frac{0,1}{1,06} - \frac{0,1}{1,06^2} - \frac{0,1}{1,06^3} - \frac{0,1}{1,06^4}} = \frac{167,77}{1 - 0,3465} = 256,72
 \end{aligned}$$

Überprüfung des Ergebnisses anhand eines Finanzplans

$t$	0	1	2	3	4
$Z_t$	-256,72	50	70	80	100
$VÄG_t$					30
$AfA_t$		(-64,18)	(-64,18)	(-64,18)	(-64,18)
$RBW_t$	[256,72]	[192,54]	[128,36]	[64,18]	[0,00]
$BMG_t$		(-14,18)	(5,82)	(15,82)	(65,82)
$S_t$		5,67	-2,33	-6,33	-26,33
$Z_{s,t}$	-256,72	55,67	67,67	73,67	103,67

Der Kapitalwert beträgt:

$$C_{0,s} = -256,72 + \frac{55,67}{1,06} + \frac{67,67}{1,06^2} + \frac{73,67}{1,06^3} + \frac{103,67}{1,06^4} = 0$$

## c) Sensitivitätsanalyse

## • Schnellere Abschreibung des Kaufpreises

Wenn der Kaufpreis bereits in den ersten beiden Perioden voll abgeschrieben werden kann, erfolgt eine Vorverlagerung der Aufwendungen (schnellere Abschreibung). Durch die schnellere Abschreibung erfolgt die Steuererstattung auf die Abschreibung früher, dadurch erhöht sich der Barwert der Steuererstattung und damit der Grenzpreis. Dies gilt allerdings nur beim sofortigen vollständigen Verlustvergleich (wie in der Aufgabenstellung angenommen). Werden Verluste nicht sofort und vollständig ausgeglichen, kann es sein, dass die Steuererstattung erst in künftigen Perioden erfolgt und dadurch der Steuerbarwert nicht beeinflusst wird.



- *Ermäßigte Besteuerung des Veräußerungsgewinns*

Wird der Veräußerungsgewinn in  $t=4$  ermäßigt besteuert, fallen die Steuerzahlungen niedriger aus. Der Barwert der Steuerzahlungen sinkt, dadurch steigt der Grenzpreis.

(119) **Lösung Aufgabe 151** Ermittlung von Käufergrenzpreisen

- a) Käufergrenzpreis vor Steuern

Der Käufergrenzpreis vor Steuern entspricht auf einem vollkommenen Kapitalmarkt dem Verkäufergrenzpreis vor Steuern und ergibt sich aus dem Ertragswert der Zahlungsreihe:

$$EW_0 = \frac{30}{1,1^2} + \frac{200}{1,1^3} = 175,06$$

- b) Käufergrenzpreis nach Steuern

Im Fall eines einfachen Gewinnsteuersystems hängt der Grenzpreis u. a. vom Barwert der Steuererstattungen der Abschreibung auf den Grenzpreis ab. Insofern ergibt sich eine wechselseitige Abhängigkeit. Die Zahlungsüberschüsse nach Steuern in Abhängigkeit des Grenzpreises betragen:

$t$	0	1	2	3
$Z_t$	$-GP$	0	30	200
$AfA_t$		$-\frac{GP}{3}$	$-\frac{GP}{3}$	$-\frac{GP}{3}$
$BMG_t$		$0 - \frac{GP}{3}$	$30 - \frac{GP}{3}$	$200 - \frac{GP}{3}$
$S_t$		$-0,5 \times \left(0 - \frac{GP}{3}\right)$	$-0,5 \times \left(30 - \frac{GP}{3}\right)$	$-0,5 \times \left(200 - \frac{GP}{3}\right)$
$Z_{s,t}$		$0,5 \times \frac{GP}{3}$	$15 + 0,5 \times \frac{GP}{3}$	$100 + 0,5 \times \frac{GP}{3}$

Zusammenfassen der Zahlungsüberschüsse nach Steuern und Auflösen nach GP:

$$\begin{aligned}
 GP &= \frac{0,5 \times \frac{GP}{3}}{1,05} + \frac{15 + 0,5 \times \frac{GP}{3}}{1,05^2} + \frac{100 + 0,5 \times \frac{GP}{3}}{1,05^3} \\
 &= \frac{15}{1,05^2} + \frac{100}{1,05^3} + 0,5 \times \frac{GP}{3} \times \left( \frac{1}{1,05} + \frac{1}{1,05^2} + \frac{1}{1,05^3} \right) \\
 \frac{15}{1,05^2} + \frac{100}{1,05^3} &= GP - 0,5 \times \frac{GP}{3} \times \left( \frac{1}{1,05} + \frac{1}{1,05^2} + \frac{1}{1,05^3} \right) \\
 \frac{15}{1,05^2} + \frac{100}{1,05^3} &= GP \times \left( 1 - \frac{0,5}{3} \times \left( \frac{1}{1,05} + \frac{1}{1,05^2} + \frac{1}{1,05^3} \right) \right) \\
 GP &= \frac{\frac{15}{1,05^2} + \frac{100}{1,05^3}}{\left( 1 - \frac{0,5}{3} \times \left( \frac{1}{1,05} + \frac{1}{1,05^2} + \frac{1}{1,05^3} \right) \right)} = 183,09
 \end{aligned}$$

c) *Interpretation der Ergebnisse*

Der Grenzpreis nach Steuern übersteigt den Grenzpreis vor Steuern. Es tritt das sog. Ertragsteuerparadoxon auf. Das Paradoxon tritt auf, wenn der Barwert der buchhalterischen – hier: linearen – Abschreibung den Barwert der Ertragswertabschreibung – unter Verwendung des Zinssatzes nach Steuern – übersteigt. Der Barwert der linearen Abschreibung beträgt:

$$BW^{AfA} = \frac{183,09}{3} \times \frac{1,05^3 - 1}{1,05^3 \times 0,05} = 166,20$$

Ermittlung des Barwerts der Ertragswertabschreibung

$t$	0	1	2	3
$Z_t$		0	30	200
$EW_t$	[ 175,05 ]	[ 192,56 ]	[ 181,82 ]	[ 0 ]
$EWA_t$		(+17,51)	(-10,74)	(-181,82)

$$BW^{EWA} = \frac{-17,51}{1,05} + \frac{10,74}{1,05^2} + \frac{181,82}{1,05^3} = 150,13$$

(120) **Lösung Aufgabe 152** *Grundlagen der Grenzpreisermittlung*a) *Verhältnis von Firmenwert und Grenzpreis*

- *Grenzpreisabhängigkeit des Firmenwerts*

Formal ermittelt sich der Firmenwert unter der Annahme, dass der Grenzpreis den Teilwert übersteigt, als:

*Grenzpreis*

./. *Teilwert*

= *Firmenwert*

Je höher der Grenzpreis desto höher der Firmenwert.

- *Grenzpreisbeeinflussung des Firmenwerts*

Die steuerliche Abzugsfähigkeit des Firmenwertes bewirkt eine Steuererstattung, die sich erhöhend auf den Grenzpreis auswirkt, da der Barwert der Zahlungsüberschüsse steigt.

b) *Herleitung des Käufergrenzpreises unter der Prämisse, dass der Grenzpreis den Teilwert übersteigt ( $GP^K > TW$ )*1. *Grenzpreis des Käufers*

Der Grenzpreis des Käufers ergibt sich aus dem Barwert der künftig aus der Unternehmung erzielbaren Zahlungsüberschüsse nach Steuern.

$$GP^K = \sum_{t=1}^{\infty} (Z_t - S_t) \times q_s^{-t}$$

Die Steuerzahlungen werden auf den Gewinn bemessen. Dieser ergibt sich aus den Zahlungen der Periode abzüglich der Abschreibung der Buchwertaufstockung i. H. v.

$$\text{Abschreibung der Buchwertaufstockung} = \frac{TW - BW}{T}$$



und abzüglich der Abschreibung des Firmenwerts:

$$\text{Abschreibung des Firmenwerts} = \frac{GPK - TW}{T_F}$$

mit  $T_F$  = betriebsgewöhnliche Nutzungsdauer des Firmenwerts. Da angenommen wird, dass die jährlichen Investitionen den jährlichen planmäßigen Abschreibungen der vorhandenen Wirtschaftsgüter entspricht, können die Abschreibungen vernachlässigt werden. Der Barwert der Zahlungsüberschüsse ergibt:

$$GPK = \sum_{t=1}^T \left[ Z_t - s \times \left( Z_t - \frac{TW - BW}{T} - \frac{GPK - TW}{T_F} \right) \right] \times q_s^{-t} \quad (42)$$

$$+ \sum_{t=T_F+1}^{T_F} \left[ Z_t - s \times \left( Z_t - \frac{GPK - TW}{T_F} \right) \right] \times q_s^{-t} \quad (43)$$

$$+ \sum_{t=T_F+1}^{\infty} Z_t \times (1 - s) \times q_s^{-t} \quad (44)$$

Teil (42) repräsentiert den Barwert der Zahlungsüberschüsse nach Steuern bis zum Ende der Nutzungsdauer der aufgestockten Buchwerte. Teil (43) liefert den Barwert der Zahlungsüberschüsse, die nach dem Ende der Nutzungsdauer der aufgestockten Buchwerte, bis zum Ende der Abschreibung des Firmenwerts anfallen. Schließlich drückt (44) den Barwert der unendlichen Rente aus. Die nächsten Schritte zeigen die Auflösung nach dem Grenzpreis:

$$\begin{aligned} GPK &= \sum_{t=1}^T s \times \frac{TW - BW}{T} \times q_s^{-t} + \sum_{t=1}^T s \times \frac{GPK - TW}{T_F} \times q_s^{-t} \\ &+ \sum_{t=T_F+1}^{T_F} s \times \frac{GPK - TW}{T_F} \times q_s^{-t} + \sum_{t=1}^T Z_t \times (1 - s) \times q_s^{-t} \\ &+ \sum_{t=T_F+1}^{T_F} Z_t \times (1 - s) \times q_s^{-t} + \sum_{t=T_F+1}^{\infty} Z_t \times (1 - s) \times q_s^{-t} \\ &= \sum_{t=1}^T s \times \frac{TW - BW}{T} \times q_s^{-t} + \sum_{t=1}^{T_F} s \times \frac{GPK - TW}{T_F} \times q_s^{-t} \\ &+ \sum_{t=1}^{T_F} Z_t \times (1 - s) \times q_s^{-t} + \frac{Z_t \times (1 - s)}{i_s} \times q_s^{-T_F} \\ &= s \times \frac{TW - BW}{T} \times \frac{q_s^T - 1}{i_s \times q_s^T} + s \times \frac{GPK - TW}{T_F} \times \frac{q_s^{T_F} - 1}{i_s \times q_s^{T_F}} \\ &+ \sum_{t=1}^{T_F} Z_t \times (1 - s) \times q_s^{-t} + \frac{Z_t \times (1 - s)}{i_s} \times q_s^{-T_F} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 &\Rightarrow GP^K - s \times \frac{GP^K}{T_F} \times \frac{q_s^{T_F} - 1}{i_s \times q_s^{T_F}} \\
 &= s \times \frac{TW - BW}{T} \times \frac{q_s^T - 1}{i_s \times q_s^T} - s \times \frac{TW}{T_F} \times \frac{q_s^{T_F} - 1}{i_s \times q_s^{T_F}} \\
 &+ \sum_{t=1}^{T_F} Z_t \times (1-s) \times q_s^{-t} + \frac{Z_t \times (1-s)}{i_s} \times q_s^{-T_F} \\
 &\Leftrightarrow GP^K \times \left( 1 - \frac{s}{T_F} \times \frac{q_s^{T_F} - 1}{i_s \times q_s^{T_F}} \right) = \dots \\
 GP^K &= \frac{1}{1 - \frac{s}{T_F} \times \frac{q_s^{T_F} - 1}{i_s \times q_s^{T_F}}} \times \left[ s \times \frac{TW - BW}{T} \times \frac{q_s^T - 1}{i_s \times q_s^T} - s \times \frac{TW}{T_F} \right. \\
 &\quad \left. \times \frac{q_s^{T_F} - 1}{i_s \times q_s^{T_F}} + \sum_{t=1}^{T_F} (1-s) \times Z_t \times q_s^{-t} + \frac{Z_{\infty} \times (1-s)}{i_s} \times q_s^{-T_F} \right] \quad (45)
 \end{aligned}$$

## 2. Grenzpreis des Verkäufers

Das Kalkül des Verkäufers besagt, dass der Verkaufserlös nach Steuern dem Ertragswert der Zahlungsüberschüsse nach Steuern bei Nichtveräußerung entsprechen muss. Formal:

*Ertragswert bei Verkauf*  $\stackrel{!}{=}$  *Ertragswert bei Verbleib*

Demnach ergibt sich der Grenzpreis des Verkäufers als:

$$GP^V - s \times (GP^V - BW) = \sum_{t=1}^T Z_t \times (1-s) \times q_s^{-t} + \frac{Z_{\infty} \times (1-s)}{i_s} \times q_s^{-T}$$

Durch Auflösen nach dem Grenzpreis des Verkäufers erhält man:

$$GP^V = \frac{\sum_{t=1}^T Z_t \times (1-s) \times q_s^{-t} + \frac{Z_{\infty} \times (1-s)}{i_s} \times q_s^{-T} - s \times BW}{1-s} \quad (46)$$

## c) Ermittlung der Grenzpreise

Der Zinssatz nach Steuern beträgt  $i_s = 0,1 \times (1 - 0,3) = 0,07$ .





- *Käufergrenzpreis*

Der Käufergrenzpreis aus (45) vereinfacht sich bei konstanten Zahlungen ( $Z = \text{const.}$ ) und  $GP^K > TW$  zu:

$$GP^K = \frac{s \times \frac{TW - BW}{T} \times \frac{q_s^T - 1}{i_s \times q_s^T} - s \times \frac{TW}{T_F} \times \frac{q_s^{T_F} - 1}{i_s \times q_s^{T_F}} + \frac{Z_t \times (1-s)}{i_s}}{1 - \frac{s}{T_F} \times \frac{q_s^{T_F} - 1}{i_s \times q_s^{T_F}}}$$

Durch Einsetzen der Parameter erhält man:

$$GP^K = \frac{0,3 \times \frac{750 - 500}{5} \times \frac{1,07^5 - 1}{0,07 \times 1,07^5} - 0,3 \times \frac{750}{15} \times \frac{1,07^{15} - 1}{0,07 \times 1,07^{15}} + \frac{100 \times (1-0,3)}{0,07}}{1 - \frac{0,3}{15} \times \frac{1,07^{15} - 1}{0,07 \times 1,07^{15}}} = 1\,130,88$$

- *Verkäufergrenzpreis*

Bei Konstanz der Zahlungsüberschüsse vereinfacht sich (46) zu

$$GP^V = \frac{\frac{Z_\infty \times (1-s)}{i_s} - s \times BW}{1-s}$$

Durch Einsetzen der Parameter erhält man:

$$GP^V = \frac{\frac{100 \times (1-0,3)}{0,07} - 0,3 \times 500}{1-0,3} = 1\,214,29$$

d) *Auswirkung des Steuersatzes auf den Grenzpreis des Verkäufers*

Allgemein gilt für den Verkäufergrenzpreis bei konstanten Zahlungen:

$$GP^V = \frac{\frac{Z_\infty \times (1-s)}{i_s} - s \times BW}{1-s}$$

Differenzierung nach  $s$  ergibt durch Anwendung der Quotientenregel

$$GP^V = f(s) = \frac{\frac{Z_\infty \times (1-s)}{i \times (1-s)} - s \times BW}{1-s}$$

$$f'(s) = \frac{u' \times v - v' \times u}{v^2}$$

$$u = \frac{Z_\infty}{i} - s \times BW \quad u' = 0 - BW$$

$$v = 1 - s \quad v' = -1 \quad (47)$$

$$f'(s) = \frac{-BW \times (1-s) + \frac{Z_\infty}{i} - s \times BW}{(1-s)^2}$$

$$= \frac{-BW + \frac{Z_\infty}{i}}{(1-s)^2} \quad (48)$$

Der Zähler des Ausdruck (48) ist unabhängig vom Steuersatz, der Nenner sinkt mit steigendem Steuersatz. Folglich sinkt der Grenzpreis des Verkäufers steigt mit steigendem Steuersatz wenn der Barwert der Zahlungsüberschüsse den Buchwert übersteigt. Formal:

$$f''(s) = -\frac{\left(-BW + \frac{Z_\infty}{i}\right)}{(1-s)^2} < 0 \quad \text{für} \quad \frac{Z_\infty}{i} > BW$$

(120) Lösung Aufgabe 153 Grenzpreis im Fall  $TW = BW < GP$ 

a) Herleitung der Grenzpreise

## • Käufergrenzpreis

Der Grenzpreis ergibt sich aus dem Barwert der Zahlungsüberschüsse nach Steuern:

$$GP^K = \sum_{t=1}^{\infty} (Z - S_t) \times q_s^{-t} \quad (49)$$

Da der Teilwert dem Buchwert entspricht, erfolgt keine Buchwertaufstockung, die in künftigen Perioden beschrieben werden muss. Der einzige nichtzahlungsgleiche Bestandteil des Gewinns ist die Abschreibung des Firmenwerts. Die steuerliche Bemessungsgrundlage bis zum Ende der Nutzungsdauer des Firmenwerts beträgt:

$$BMG = Z_t - s \times \left( Z_t - \frac{GP^K - TW}{T_f} \right)$$

Gleichung (49) lässt sich dann schreiben als:

$$GP^K = \sum_{t=1}^{T_F} \left[ Z - s \times \left( Z - \frac{GP^K - TW}{T_F} \right) \right] q_s^{-t} + \sum_{t=T_F+1}^{\infty} Z \times (1-s) \times q_s^{-t}$$

Fasst man die unendlichen konstanten Zahlungen als Barwert einer unendlichen Rente zusammen erhält man:

$$GP^K = \sum_{t=1}^{T_F} \left[ s \times \frac{GP^K - TW}{T_F} \right] \times q_s^{-t} + \frac{Z \times (1-s)}{i_s} \quad (50)$$

Die Besteuerung kürzt sich hier nicht heraus, da der Steuersatz auf die Zahlungsüberschüsse im Zähler 50% beträgt, während Zinsen mit 25% besteuert werden (siehe Aufgabenteil b)). Da

$$\left[ s \times \frac{GP^K - TW}{T_F} \right]$$

konstant ist, vereinfacht sich (50) zu:

$$GP^K = \left[ s \times \frac{GP^K - TW}{T_F} \right] \times \frac{q_s^{T_F} - 1}{i_s \times q_s^{T_F}} + \frac{Z \times (1-s)}{i_s}$$

Auflösen nach  $GP^K$  ergibt:

$$GP^K = \frac{1}{1 - \frac{s}{T_F} \times \frac{q_s^{T_F} - 1}{q_s^{T_F} \times i_s}} \times \left[ \frac{Z \times (1-s)}{i_s} - s \times \frac{TW}{T_F} \times \frac{q_s^{T_F} - 1}{q_s^{T_F} \times i_s} \right]$$



- *Verkäufergrenzpreis*

Der Verkaufspreis nach Steuern muss dem Ertragswert nach Steuern bei Behalten des Unternehmens entsprechen. Formal muss gelten:

$$GP^V - s \times (GP^V - BW) = \frac{Z \times (1 - s)}{i_s}$$

Auflösen nach  $GP^V$  ergibt:

$$GP^V = \frac{\frac{Z \times (1 - s)}{i_s} - s \times BW}{1 - s}$$

b) *Ermittlung der Grenzpreise für konkrete Parameter*

Der Zinssatz nach Steuern beträgt  $i_s = i \times (1 - s) = 0,1 \times (1 - 0,25) = 0,075$ .

- *Käufergrenzpreis*

$$GP^K = \frac{1}{1 - \frac{0,5}{15} \times \frac{1,075^{15} - 1}{0,075 \times 1,075^{15}}} \times \left[ \frac{200 \times (1 - 0,5)}{0,075} - 0,5 \times \frac{500}{15} \times \frac{1,075^{15} - 1}{0,075 \times 1,075^{15}} \right]$$

$$= 1,4169069 \times 1\,186,21 = 1\,680,76$$

- *Verkäufergrenzpreis*

$$GP^V = \frac{\frac{200 \times (1 - 0,5)}{0,075} - 0,5 \times 500}{1 - 0,5} = 2\,166,67$$

Der Einigungskorridor ist leer. Das bedeutet, dass der Käufer weniger bereit ist zu bezahlen als der Verkäufer mindestens haben möchte. Die Transaktion kommt nicht zustande.

c) *Erstellung des Finanzplans*

Da der Käufergrenzpreis aus b) bekannt ist, lässt sich die Abschreibung der Buchwertaufstockung und die Firmenwertabschreibung ermitteln:

$$AfA_I = 0, \text{ da } BW = TW$$

$$AfA_{II} = \frac{GP^K - TW}{T_F} = \frac{1\,680,76 - 500}{15} = 78,72$$

$t$	1	...	15	16	...	$\infty$
$Z_t$	200	200	200	200	200	200
$AfA_I$	0	0	0	0	0	0
$AfA_{II}$	(-78,72)	(-78,72)	(-78,72)	0	0	
$BMG_t$	(121,28)	(121,28)	(121,28)	(200)	(200)	(200)
$S_t$	(-60,64)	(-60,64)	(-60,64)	-100	-100	-100
$Z_{s,t}$	(139,36)	(139,36)	(139,36)	100	100	100



Der Grenzpreis ergibt sich dann als:

$$GP^K = 139,36 \times \frac{1,075^{15} - 1}{0,075 \times 1,075^{15}} + \frac{100}{0,075} \times 1,075^{-15} = 1\,680,76$$

d) *Verkäufergrenzpreis bei hälftiger Veräußerungsgewinnbesteuerung*

Da ein Veräußerungsgewinn nur beim Verkäufer entsteht, verändert sich nur der Verkäufergrenzpreis. Dieser ergibt jetzt

$$GP^V = \frac{\frac{200 \times (1-0,5)}{0,075} - 0,5 \times 0,5 \times 500}{1 - 0,5 \times 0,5} = 1\,611,11.$$

In diesem Fall kommt eine Transaktion zustande. Der Einigungskorridor von Käufer und Verkäufer liegt zwischen 1 611,11 TEUR und 1 680,76 TEUR.

(121) **Lösung Aufgabe 154** Grenzpreis im Fall  $GP > TW$

a) *Herleitung der Grenzpreisformeln*

- *Käufergrenzpreis*

Der Käufergrenzpreis ergibt sich aus Gleichung (45) auf Seite 480

$$GP^K = \frac{1}{1 - \frac{s}{T_F} \times \frac{q_s^{T_F} - 1}{i_s \times q_s^{T_F}}} \times \left[ s \times \frac{TW - BW}{T} \times \frac{q_s^T - 1}{i_s \times q_s^T} - s \times \frac{TW}{T_F} \right. \\ \left. + \frac{q_s^{T_F} - 1}{i_s \times q_s^{T_F}} + \sum_{t=1}^T (1-s) \times Z_t \times q_s^{-t} + \frac{Z_\infty \times (1-s)}{i_s} \times q_s^{-T} \right] \quad (51)$$

- *Verkäufergrenzpreis*

Der Käufergrenzpreis ergibt sich aus Gleichung (46) auf Seite 480

$$GP^V = \frac{\sum_{t=1}^{T_F} (1-s) \times Z_t \times q_s^{-t} + \frac{Z_\infty \times (1-s)}{i_s} \times q_s^{-T_F} - s \times BW}{1-s} \quad (52)$$

b) *Ermittlung der Grenzpreis*

- *Barwert der Zahlungsüberschüsse  $t = 1, \dots, 6$*

t	1	2	3	4	5	6
$Z_t$	250	250	50	200	100	150
$S_t$	-125	-125	-25	-100	-50	-75
$Z_{s,t}$	125	125	25	100	50	75

Der Ertragswert nach Steuern der Reihe beträgt mit  $q_s = 1,075$ :

$$EW_{0,s} = \frac{125}{q_s} + \frac{125}{q_s^2} + \frac{25}{q_s^3} + \frac{100}{q_s^4} + \frac{50}{q_s^5} + \frac{75}{q_s^6} = 402,87 \quad (53)$$



- **Käufergrenzpreis**

Durch Einsetzen der Ausgangsparameter in (51) und unter Verwendung von (53) erhält man

$$GP^K = \frac{1}{1 - \frac{0,5}{15} \times \frac{1,075^{15} - 1}{0,075 \times 1,075^{15}}} \times \left[ 0,5 \times \frac{300}{5} \times \frac{1,075^5 - 1}{0,075 \times 1,075^5} - 0,5 \times \frac{750}{15} \right. \\ \left. \times \frac{1,075^{15} - 1}{0,075 \times 1,075^{15}} + 402,87 + \frac{100 \times (1 - 0,5)}{0,075 \times 1,075^6} \right] = 1\,042,20.$$

- **Verkäufergrenzpreis**

Durch Einsetzen der Ausgangsparameter in (52) und Verwendung von (53) erhält man

$$GP^V = \frac{402,87 + \frac{100 \times (1 - 0,5)}{0,075 \times 1,075^6} - 0,5 \times 450}{1 - 0,5} = 1\,219,70.$$

c) **Finanzpläne**

- **Käufer**

Die Abschreibung der Buchwertaufstockung ( $AfA_I$ ) und des Firmenwerts ( $AfA_{II}$ ) ergeben sich wie folgt:

$$AfA_I = \frac{TW - BW}{T} = \frac{750 - 450}{5} = 60 \text{ TEUR}$$

$$AfA_{II} = \frac{GP^K - TW}{15} = \frac{1\,042,20 - 750}{15} = 19,48 \text{ TEUR}$$

Die Zahlungsüberschüsse nach Steuern ergeben demnach:

t	1	2	3	4	5	6	7	...	15	16	...	$\infty$
$Z_t$	250	250	50	200	100	150	100	...	100	100	...	100
$AfA_I$	60	60	60	60	60	0	0	...	0	0	...	0
$AfA_{II}$	19,48	19,48	19,48	19,48	19,48	19,48	19,48	...	19,48	0	...	0
$BMG_t$	170,52	170,52	-29,48	120,52	20,52	130,52	80,52	...	80,52	100	...	100
$S_t$	-85,26	-85,26	14,74	-60,26	-10,26	-65,26	-40,26	...	-40,26	-50	...	-50
$Z_{s,t}$	164,74	164,74	64,74	139,74	89,74	84,74	59,74	...	59,74	50	...	50

Die diskontierten Zahlungsüberschüsse nach Steuern ergeben

$$GP^K = \sum_{t=1}^{\infty} (Z_t - S_t) \times q_s^{-t} = 1\,042,20$$

- **Verkäufer**

t	1	2	3	4	5	6	7	...	$\infty$
$Z_t$	250	250	50	200	100	150	100	...	100
$S_t$	-125	-125	-25	-100	-50	-75	-50	...	-50
$Z_{s,t}$	125	125	25	100	50	75	50	...	50

Unter Verwendung von (53) ergibt der Ertragswert der Zahlungsreihe nach Steuern für den Verkäufer im Fall des Behaltens des Unternehmens

$$EW_{0,s} = 402,87 + \frac{50}{0,075 \times 1,075^6} = 834,85.$$

Im Fall der Veräußerung bleibt dem Verkäufer ein Grenzpreis nach Steuern der dem Ertragswert nach Steuern bei Behalten des Unternehmens entspricht:

$$GP_s^V = GP^V - s \times (GP^V - BW) = 1\,219,70 - 0,5 \times (1\,219,70 - 450) = 834,85$$

Eine Transaktion kommt nicht zustande, da der Käufer maximal bereit ist, 1 042,20 TEUR zu zahlen, der Verkäufer aber mindestens 1 219,70 TEUR Erlösen möchte. Silvia behält daher das Unternehmen und hat einen Ertragswert nach Steuern von 834,50 TEUR.

(121) **Lösung Aufgabe 155** Grenzpreis des Käufers und Verkäufers

a) Herleitung der Grenzpreise

- Grenzpreis des Käufers

Die Abschreibung des Firmenwertes erfolgt linear über eine Nutzungsdauer von 15 Jahren (§ 7 Abs. 1 EStG). Bei der Grenzpreisermittlung ist im Vergleich zu den bisherigen Aufgaben nun auch die reguläre AfA zu berücksichtigen. Zahlungsüberschüsse fallen aber nur noch bis  $t=12$ , d. h. weniger als bis  $T_F = 15$  an. Die Zahlungsüberschüsse zwischen 13 und 15 werden in der Formel erfasst, aber mit null angesetzt. Der Grenzpreis des Käufers beträgt:

$$\begin{aligned} GP^K &= \sum_{t=1}^{T_F} (Z_t - S_t) \times q_s^{-t} \\ &= \sum_{t=1}^T \left[ Z_t - s \times \left( Z_t - \frac{BW}{T} - \frac{TW - BW}{T} - \frac{GP^K - TW}{T_F} \right) \right] \times q_s^t \\ &\quad + \sum_{t=T+1}^{T_F} \left[ Z_t - s \times \left( Z_t - \frac{GP^K - TW}{T_F} \right) \right] \times q_s^{-t} \end{aligned}$$

Auflösen nach  $GP^K$  ergibt:

$$\begin{aligned} GP^K &= \frac{1}{1 - \frac{1}{T_F} \times s \times \frac{q_s^{T_F} - 1}{i_s \times q_s^{T_F}}} \times \left[ \sum_{t=1}^{T_F} (1-s) \times Z_t \times q_s^{-t} \right. \\ &\quad \left. + s \times \frac{TW}{T} \times \frac{q_s^T - 1}{i_s \times q_s^T} - s \times \frac{TW}{T_F} \times \frac{q_s^{T_F} - 1}{i_s \times q_s^{T_F}} \right] \end{aligned} \quad (54)$$



- *Grenzpreis des Verkäufers*

Der Ertragswert nach Steuern bei Verkauf muss dem Ertragswert bei Verbleib entsprechen. Die unendlichen Zahlungsüberschüsse fehlen nun; dafür ist die planmäßige AfA zu berücksichtigen. Der Grenzpreis des Verkäufers beträgt:

$$\begin{aligned} GP^V - s \times (GP^V - BW) &= \sum_{t=1}^T \left[ Z_t - s \times \left( Z_t - \frac{BW}{T} \right) \right] \times q_s^{-t} \\ &+ \sum_{t=T+1}^{T_F} (1-s) \times Z_t \times q_s^{-t} \\ &= \sum_{t=1}^{T_F} (1-s) \times Z_t \times q_s^{-t} + s \times \frac{BW}{T} \times \frac{q_s^T - 1}{i_s \times q_s^T} \end{aligned}$$

Auflösen nach  $GP^V$  ergibt:

$$GP^V = \frac{\sum_{t=1}^{T_F} (1-s) \times Z_t \times q_s^{-t} + s \times \frac{BW}{T} \frac{q_s^T - 1}{i_s \times q_s^T} - s \times BW}{1-s} \quad (55)$$

- b) *Ermittlung der Grenzpreise*

- *Ermittlung des Ertragswerts der Zahlungsüberschüsse nach Steuern*

t	1	2	3	4	5	6	7	...	12
$Z_t$	100	125	65	185	100	90	50	...	50
$S_t$	-50	-63	-33	-93	-50	-45	-25	...	-25
$Z_{s,t}$	50	63	33	93	50	45	25	...	25

Der Ertragswert nach Steuern beträgt mit  $q_s = 1 + 0,08 \times (1 - 0,25) = 1,06$ :

$$EW_{0,s} = \frac{50}{q_s} + \frac{63}{q_s^2} + \frac{33}{q_s^3} + \frac{93}{q_s^4} + \frac{50}{q_s^5} + \frac{45}{q_s^6} + \frac{25 \times (q_s^6 - 1)}{i_s \times q_s^6 \times q_s^6} = 359,10 \quad (56)$$

- *Grenzpreis des Käufers*

Einsetzen der gegebenen Parameter in (54) ergibt unter Verwendung des Ertragswerts der Zahlungsüberschüsse nach Steuern aus (56):

$$\begin{aligned} GP^K &= \frac{1}{1 - \frac{1}{15} \times 0,5 \times \frac{1,06^{15} - 1}{0,06 \times 1,06^{15}}} \times \left[ 359,10 + 0,5 \times \frac{450}{6} \times \frac{1,06^6 - 1}{0,06 \times 1,06^6} \right. \\ &\quad \left. - 0,5 \times \frac{450}{15} \times \frac{1,06^{15} - 1}{0,06 \times 1,06^{15}} \right] = 588,26 \end{aligned}$$

- *Grenzpreis des Käufers*

Einsetzen der gegebenen Parameter in (55) ergibt unter Verwendung des Ertragswerts der Zahlungsüberschüsse nach Steuern aus (56):

$$GP^V = \frac{359,10 + 0,5 \times \frac{300}{6} \frac{1,06^6 - 1}{0,06 \times 1,06^6} - 0,5 \times 300}{1 - 0,5} = 664,07$$



## c) Erstellung des Finanzplans für den Käufer

Die Abschreibung der Buchwerte ( $AfA_I$ ), der Buchwertaufstockung ( $AfA_{II}$ ) sowie des Firmenwerts ( $AfA_{III}$ ) ergeben sich wie folgt:

$$AfA_I = \frac{BW}{T} = \frac{300}{6} = 50 \text{ TEUR}$$

$$AfA_{II} = \frac{TW - BW}{T} = \frac{450 - 300}{6} = 25 \text{ TEUR}$$

$$AfA_{III} = \frac{GP^K - TW}{15} = \frac{588,26 - 450}{15} = 9,22 \text{ TEUR}$$

Die Zahlungsüberschüsse nach Steuern ergeben demnach:

$t$	1	2	3	4	5	6	7	...	12	13	...	15
$Z_t$	100	125	65	185	100	90	50	...	50	0	...	0
$AfA_I$	(-50)	(-50)	(-50)	(-50)	(-50)	(-50)	...	...	...	...	...	...
$AfA_{II}$	(-25)	(-25)	(-25)	(-25)	(-25)	(-25)	...	...	...	...	...	...
$AfA_{III}$	(-9,22)	(-9,22)	(-9,22)	(-9,22)	(-9,22)	(-9,22)	(-9,22)	...	(-9,22)	(-9,22)	...	(-9,22)
$BMG_t$	(15,78)	(40,78)	(-19,22)	(100,78)	(15,78)	(5,78)	(40,78)	...	(40,78)	(-9,22)	...	(-9,22)
$S_t$	-7,89	-20,39	9,61	-50,39	-7,89	-2,89	-20,39	...	-20,39	4,61	...	4,61
$Z_{s,t}$	92,11	104,61	74,61	134,61	92,11	87,11	29,61	...	29,61	4,61	...	4,61

Der Ertragswert der Zahlungsüberschüsse nach Steuern beträgt:

$$EW_{0,s} = \sum_{t=1}^{\infty} (Z_t - S_t) \times q_s^{-t} = 588,26$$

Die Transaktion kommt nicht zustande, da der Verkäufer mehr verlangt als der Käufer bereit ist zu zahlen.

## (122) Lösung Aufgabe 156 Grenzpreisermittlung und Transaktionshemmnisse

**HINWEIS:** Die extrem lange explizite Zahlungsreihe verursacht einen hohen Aufwand bei händischer Berechnung der Ergebnisse. Aus diesem Grund bietet es sich an, die Lösungen mit Microsoft Excel<sup>l</sup> zu bearbeiten.

## a) Ermittlung des Verkäufergrenzpreises

Der Zinssatz nach Steuern beträgt

$$i_s = 0,08 \times (1 - 0,35) = 0,052.$$

Die Zahlungsüberschüsse nach Steuern in  $t = 1, \dots, 11$  betragen:

$t$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$Z_t$	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140
$S_t$	-17,50	-21	-24,50	-28	-31,50	-35	-38,50	-42	-45,50	-49
$Z_{s,t}$	32,50	39	45,50	52	58,50	65	71,50	78	84,50	91



Der Ertragswert der Zahlungsüberschüsse nach Steuern aus  $t = 1, \dots, 11$  ergibt dann

$$EW_{0,s} = \frac{32,50}{1,052} + \frac{39}{1,052^2} + \frac{45,50}{1,052^3} + \frac{52}{1,052^4} + \frac{58,50}{1,052^5} + \frac{65}{1,052^6} + \frac{71,50}{1,052^7} + \frac{78}{1,052^8} + \frac{84,50}{1,052^9} + \frac{91}{1,052^{10}} = 451,52. \quad (57)$$

Der Barwert der unendlichen Zahlungsreihe nach Steuern beträgt:

$$EW_{0,s}^{\infty} = \frac{150 \times (1 - 0,35)}{0,08 \times (1 - 0,35)} \times 1,052^{-10} = \frac{150}{0,08 \times 1,052^{10}} = 1\,129,39 \quad (58)$$

Unter Verwendung von Gleichung (46) auf Seite 480, der Ausgangsparameter sowie der Zwischenergebnisse aus (57) und (58) ergibt sich:

$$GP^V = \frac{451,52 + 1\,129,39 - 0,35 \times 800}{1 - 0,35} = 2\,001,40 \quad (59)$$

b) *Käufergrenzpreis*

Der Käufergrenzpreis ergibt sich aus Gleichung (45) auf Seite 480

$$GP^K = \frac{1}{1 - \frac{1}{T} \times s \times \frac{q_s^T - 1}{q_s^T \times i_s}} \times \left[ \sum_{t=1}^{T_e} (1 - s) \times Z_t \times q_s^{-t} - s \times \frac{BW}{T} \times \frac{q_s^T - 1}{q_s^T \times i_s} + \frac{Z_{\infty} \times (1 - s)}{i_s} \times q_s^{-T_e} \right] \quad (60)$$

Durch Einsetzen der Ausgangsparameter in (60) und Verwendung von (57) und (58) erhält man:

$$GP^K = \frac{1}{1 - \frac{0,35}{5} \times \frac{1,052^5 - 1}{0,052 \times 1,052^5}} \times \left[ 451,52 - 0,35 \times \frac{800}{5} \times \frac{1,052^5 - 1}{0,052 \times 1,052^5} + 1\,129,39 \right] = 1\,917,81$$

Die Buchwertaufstockung bzw. deren Abschreibung beträgt demnach:

$$GP^K - TW = 1\,917,81 - 800 = 1\,117,81$$

$$\frac{GP^K - TW}{T} = \frac{1\,917,81 - 800}{5} = 223,56$$

Durch die hohen Abschreibungen resultiert in  $t = 1, \dots, 5$  jeweils ein Verlust, der zu einer Steuererstattung führt. Die Transaktion kommt nicht zustande, da  $GP^K < GP^V$ .

c) *Der Grenzsteuersatz des Verkäufers ist niedriger als beim Käufer*



John's Grenzsteuersatz beträgt nun  $s = 25\%$ . Die Zahlungsüberschüsse nach Steuern in  $t = 1, \dots, 11$  betragen jetzt:

$t$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$Z_t$	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140
$S_t$	-12,50	-15	-17,50	-20	-22,50	-25	-27,50	-30	-32,50	-35
$Z_{s,t}$	37,50	45	52,50	60	67,50	75	82,50	90	97,50	105

Der Ertragswert der Zahlungsüberschüsse nach Steuern aus  $t = 1, \dots, 11$  ergibt dann

$$EW_{0,s} = \frac{37,50}{1,06} + \frac{45}{1,06^2} + \frac{52,50}{1,06^3} + \frac{60}{1,06^4} + \frac{67,50}{1,06^5} + \frac{75}{1,06^6} + \frac{82,50}{1,06^7} + \frac{90}{1,06^8} + \frac{97,50}{1,06^9} + \frac{105}{1,06^{10}} = 498,02. \quad (61)$$

Der Barwert der unendlichen Zahlungsreihe nach Steuern beträgt:

$$EW_{0,s}^{\infty} = \frac{150 \times (1 - 0,25)}{0,08 \times (1 - 0,25)} \times 1,06^{-10} = \frac{150}{0,08 \times 1,06^{10}} = 1\,046,99 \quad (62)$$

Unter Verwendung von Gleichung (46) auf Seite 480, der Ausgangsparameter sowie der Zwischenergebnisse aus (61) und (62) ergibt sich jetzt ein Grenzpreis von:

$$GP^V = \frac{498,02 + 1\,046,99 - 0,25 \times 800}{1 - 0,25} = 1\,793,35$$

In diesem Fall besteht ein positives Einigungsintervall für die beiden Vertragsparteien, das zwischen 1 793,35 TEUR und 1 917,81 TEUR liegt.

d) *Ermäßigte Veräußerungsgewinnbesteuerung*

Der Steuersatz auf Veräußerungsgewinne beträgt nun  $s^{VG} = 20\%$ . Unter Verwendung von (59) ergibt sich

$$GP^V = \frac{451,52 + 1\,129,39 - 0,2 \times 800}{1 - 0,2} = 1\,776,14$$

Auch in diesem Fall besteht ein positives Einigungsintervall. Es liegt zwischen 1 776,14 TEUR und 1 917,81 TEUR.

e) *Maximaler Steuersatz auf Veräußerungsgewinne*

Beim maximalen Steuersatz auf Veräußerungsgewinne muss der Grenzpreis des Käufers dem Grenzpreis des Verkäufers entsprechen. Es muss gelten:

$$GP^K \stackrel{!}{=} \frac{451,52 + 1\,129,39 - s^{VG} \times BW}{1 - s^{VG}}$$

Auflösen nach  $s^{VG}$  ergibt:

$$\begin{aligned} GP^K \times (1 - s^{VG}) &= 451,52 + 1\,129,39 - s^{VG} \times BW \\ GP^K + s^{VG} \times (BW - GP^K) &= 451,52 + 1\,129,39 \\ s^{VG} \times (BW - GP^K) &= 451,52 + 1\,129,39 - GP^K \\ s^{VG} &= \frac{451,52 + 1\,129,39 - GP^K}{(BW - GP^K)} \end{aligned}$$

Durch das Einsetzen der fehlenden Werte erhält man

$$s^{VG} = \frac{451,52 + 1\,129,39 - 1\,917,81}{(800 - 1\,917,81)} = 0,3014. \quad (63)$$

Der Steuersatz auf Veräußerungsgewinne darf maximal 30,14% betragen.

f) *Ermittlung des Mindestfreibetrags*

Freibetrag (FB) bedeutet, dass ein Teil des Veräußerungsgewinns steuerfrei bleibt. Der Verkäufersgrenzpreis verändert sich zu:

$$GP^V - s \times (GP^V - BW - FB) = \sum_{t=1}^T Z_t \times (1 - s) \times q_s^{-t} + \frac{Z_\infty \times (1 - s)}{i_s \times q_s^{-T}}$$

Auflösen nach  $GP^V$  ergibt:

$$GP^V = \frac{\sum_{t=1}^T Z_t \times (1 - s) \times q_s^{-t} + \frac{Z_\infty \times (1 - s)}{i_s \times q_s^{-T}} - s \times (BW + FB)}{(1 - s)}$$

Durch Gleichsetzen mit dem Käufergrenzpreis und Einsetzen der Werte aus (57) und (58) sowie Auflösen nach dem Freibetrag ergibt:

$$\begin{aligned} 1\,917,81 &= \frac{451,52 + 1\,129,39 - 0,35 \times (800 + FB)}{(1 - 0,35)} \\ FB &= \frac{1\,917,81 \times (1 - 0,35) - 451,52 - 1\,129,39 + 0,35 \times 800}{-0,35} = 155,23. \end{aligned}$$

Der Freibetrag müsste mindestens 155,23 TEUR betragen.

• *Alternativer Rechenweg*

Bei Unterstellung von Indifferenz zwischen Käufer- und Verkäufersgrenzpreis, ergibt der Veräußerungsgewinn:

$$V\ddot{A}G = GP^K - BW = 1\,917,81 - 800 = 1\,117,81$$

Durch den niedrigeren Steuersatz aus (63) muss die Steuer auf den Veräußerungsgewinn um

$$\Delta S^{VG} = V\ddot{A}G \times (s - s^{VG}) = 1\,117,81 \times (0,35 - 0,3014) = 54,33 \text{ TEUR}$$



niedriger sein, damit sich die Grenzpreis entsprechen. Folglich muss der Freibetrag

$$FB = \frac{54,33}{0,35} = 155,23 \text{ TEUR}$$

betragen.

g) *Maximale Transaktionskosten*

Die Transaktionskosten (Kosten für Rechtsanwalt, Steuerberater, Notar etc.) sind steuerlich abzugsfähig. Das Einigungsintervall beträgt:

$$\text{Einigungsintervall} = GP^K - GP^V = 1\,917,81 - 1\,793,35 = 124,47$$

Der Käufergrenzpreis abzüglich Transaktionskosten (T) nach Steuern muss dem Verkäufergrenzpreis entsprechen:

$$GP^V \stackrel{!}{=} GP^K - T \times (1 - s)$$

Die Transaktionskosten, die John nach Steuern aufbringen könnte, damit die Transaktion gerade noch zustande kommt, dürfen demnach maximal

$$T = \frac{GP^K - GP^V}{(1 - s)} = \frac{1\,917,81 - 1\,793,35}{1 - 0,35} = 191,49 \text{ TEUR}$$

betragen.

(123) **Lösung Aufgabe 157** *Einfache Grenzpreisermittlung im Fall  $GP > TW$*

• *Grenzpreis des Verkäufers*

Der Grenzpreis von Georg nach Steuern muss dem Ertragswert der Zahlungsüberschüsse nach Steuern entsprechen. Der Steuersatz für Gewinne aus der Realinvestition entspricht dem Steuersatz auf Zinsen. Die Steuern kürzen sich bei der Ermittlung des Barwerts der unendlichen Rente heraus. Es muss gelten:

$$GP^V - s \times (GP^V - BW) \stackrel{!}{=} \frac{Z_\infty}{i}$$

Auflösen nach  $GP^V$  ergibt:

$$GP^V = \frac{\frac{Z_\infty}{i} - s \times BW}{1 - s}$$

Nach Einsetzen der gegebenen Parameter erhält man

$$GP^V = \frac{\frac{50}{0,04} - 0,25 \times 300}{1 - 0,25} = 1\,566,67 \text{ TEUR}$$

• *Grenzpreis des Käufers*

Durch Anpassen von Gleichung (45) auf Seite 480 erhält man

$$GP^K = s \times \frac{TW - BW}{T} \times \frac{q_s^T - 1}{i_s \times q_s^T} + s \times \frac{GP^K - TW}{T_F} \times \frac{q_s^{T_F} - 1}{i_s \times q_s^{T_F}} + \frac{Z_\infty}{i}$$



Wegen  $TW - BW = 0$  ergibt sich

$$GP^K = s \times \frac{GP^K - TW}{T_F} \times \frac{q_s^{T_F} - 1}{i_s \times q_s^{T_F}} + \frac{Z_\infty}{i}$$

Auflösen nach  $GP^K$  ergibt:

$$GP^K - s \times \frac{GP^K}{T_F} \times \frac{q_s^{T_F} - 1}{i_s \times q_s^{T_F}} = s \times \frac{-TW}{T_F} \times \frac{q_s^{T_F} - 1}{i_s \times q_s^{T_F}} + \frac{Z_\infty}{i}$$

bzw.

$$GP^K = \frac{1}{1 - s \times \frac{1}{T_F} \times \frac{q_s^{T_F} - 1}{i_s \times q_s^{T_F}}} \times \left[ -s \times \frac{TW}{T_F} \times \frac{q_s^{T_F} - 1}{i_s \times q_s^{T_F}} + \frac{Z_\infty}{i} \right]$$

Durch Einsetzen der Parameter erhält man:

$$GP^K = 1,2483858 \times \left[ -59,69 + \frac{50}{0,04} \right] = 1\,485,97 \text{ TEUR}$$



## (123) Lösung Aufgabe 158 Unbestimmte Lage des Grenzpreises

## a) Grenzpreis des Verkäufers

Der Grenzpreis von Sophie nach Steuern muss dem Ertragswert der Zahlungsüberschüsse nach Steuern entsprechen. Der Steuersatz für Gewinne aus der Realinvestition entspricht dem Steuersatz auf Zinsen. Die Steuern kürzen sich bei der Ermittlung des Barwerts der unendlichen Rente heraus. Es muss gelten:

$$GP^V - s \times (GP^V - BW) \stackrel{!}{=} \frac{Z_\infty \times (1-s)}{i \times (1-s)} = \frac{Z_\infty}{i}$$

Auflösen nach  $GP^V$  ergibt:

$$GP^V = \phi \times \frac{\frac{Z_\infty}{i} - s \times BW}{1-s}$$

mit  $\phi$  = Anteil an der Gesellschaft. Durch Einsetzen der gegebenen Parameter erhält man:

$$GP^V = 0,3 \times \frac{\frac{100}{0,06} - 0,4 \times 600}{1-0,4} = 713,33$$

## b) Ermittlung des Käufergrenzpreises

Aufgrund der unbestimmten Lage des Grenzpreises müssen beide möglichen Fälle durchgerechnet werden. In Abhängigkeit der Ergebnisse kann dann bestimmt werden, ob die richtige Formel verwendet wurde.

1.  $GP^K < TW$ 

Ist der gesuchte Grenzpreis kleiner als der Teilwert, existieren keine Firmenwertabschreibungen. Die Buchwertaufstockung beträgt  $GP^K - BW$ . Es wird angenommen, dass der Grenzpreis des Käufers den Buchwert übersteigt.

$$GP^K = s \times \frac{GP^K - BW}{T} \times \frac{q_s^T - 1}{i_s \times q_s^T} + \frac{Z_\infty}{i}$$

Auflösen nach  $GP^K$  ergibt:

$$GP^K - s \times \frac{GP^K}{T} \times \frac{q_s^T - 1}{i_s \times q_s^T} = s \times \frac{-BW}{T} \times \frac{q_s^T - 1}{i_s \times q_s^T} + \frac{Z_\infty}{i}$$

bzw.

$$GP^K = \frac{1}{1-s \times \frac{1}{T} \times \frac{q_s^T - 1}{i_s \times q_s^T}} \times \left[ -s \times \frac{BW}{T} \times \frac{q_s^T - 1}{i_s \times q_s^T} + \frac{Z_\infty}{i} \right]$$

Durch Einsetzen der gegebenen Werte erhält man unter Berücksichtigung des Anteils von Sophie

$$GP^K = \phi \times 1,57837656 \times \left[ -219,86 + \frac{100}{0,06} \right] = 685,08 \text{ TEUR}$$



Der anteilige Teilwert für Sophie beträgt  $\phi \times TW = 0,3 \times 100 = 300 < GP^K$ . Da der anteilige Grenzpreis den Teilwert übersteigt  $GP^K > TW$ , jedoch die Formel für den Fall, dass der Grenzpreis niedriger ist als der Teilwert  $GP^K < TW$ , angewendet wurde, ist die Lösung nicht korrekt.

2.  $GP^K > TW$

Übersteigt der Grenzpreis den Teilwert, müssen Buchwertaufstockung und Firmenwertabschreibung berücksichtigt werden. Der Grenzpreis verändert sich zu:

$$GP^K = s \times \frac{TW - BW}{T} \times \frac{q_s^T - 1}{i_s \times q_s^T} + s \times \frac{GP^K - TW}{T_F} \times \frac{q_s^{T_F} - 1}{i_s \times q_s^{T_F}} + \frac{Z_\infty}{i}$$

Auflösen nach  $GP^K$  ergibt:

$$GP^K - s \times \frac{GP^K}{T_F} \times \frac{q_s^{T_F} - 1}{i_s \times q_s^{T_F}} = s \times \frac{-TW}{T_F} \times \frac{q_s^{T_F} - 1}{i_s \times q_s^{T_F}} + s \times \frac{TW - BW}{T} \times \frac{q_s^T - 1}{i_s \times q_s^T} + \frac{Z_\infty}{i}$$

bzw.

$$GP^K = \frac{1}{1 - s \times \frac{1}{T_F} \times \frac{q_s^{T_F} - 1}{i_s \times q_s^{T_F}}} \times \left[ -s \times \frac{TW}{T_F} \times \frac{q_s^{T_F} - 1}{i_s \times q_s^{T_F}} + s \times \frac{TW - BW}{T} \times \frac{q_s^T - 1}{i_s \times q_s^T} + \frac{Z_\infty}{i} \right]$$

Durch Einsetzen der Parameter erhält man

$$GP^K = \phi \times 1,4387622 \times \left[ -304,95 + 146,58 + \frac{100}{0,06} \right] = 651,02 \text{ TEUR.}$$

Da der Grenzpreis den anteiligen Teilwert von Sophie übersteigt  $\phi \times TW = 0,3 \times 1000 = 300 < GP^K$ , ist  $GP^K = 651,02 > TW$  der korrekter Grenzpreis. Da der Verkäufer mindestens 713,33 TEUR verlangt, und damit mehr als der Käufer maximal bereit ist, zu zahlen, kommt die Transaktion nicht zustande.

- c) *Verkürzte Nutzungsdauer des Firmenwerts*

Es wird vermutet, dass der Grenzpreis größer ist als der Teilwert ( $GP^K > TW$ ). Es gilt  $T_F = 6$ . Der Grenzpreis steigt im Vergleich zu  $T_F = 15$ , da der Barwert der Steuererstattung höher ausfällt. Der Grenzpreis beträgt jetzt

$$GP^K = \phi \times 1,54816245 \times \left[ -354,07 + 146,58 + \frac{100}{0,06} \right] = 677,71 \text{ TEUR.}$$

Selbst eine schnellere Abschreibung des Firmenwertes führt nicht dazu, dass die Transaktion zustande kommt. Der Grenzpreis des Käufers liegt immer noch unter dem Grenzpreis des Verkäufers.



## (124) Lösung Aufgabe 159 Grenzpreisermittlung für Helmut

## a) Grenzpreis des Verkäufers (Helmut)

Hier

lichen AfA entsprechen. Bei der Ermittlung des Grenzpreises für den Verkäufer ist daher die reguläre AfA zu berücksichtigen. Es gilt:

$$GP^V - s \times (GP^V - BW) \stackrel{!}{=} \frac{Z_\infty}{i} + s \times AfA \times \frac{q_s^T - 1}{i_s \times q_s^T}$$

Auflösen nach  $GP^V$  ergibt:

$$GP^V = \frac{\frac{Z_\infty}{i} + s \times AfA \times \frac{q_s^T - 1}{i_s \times q_s^T} - s \times BW}{1 - s}$$

Einsetzen der Werte ergibt:

$$GP^V = \frac{\frac{75}{0,06} + 0,3 \times 25 \times \frac{1,042^{11} - 1}{0,042 \times 1,042^{11}} - 0,3 \times 275}{1 - 0,3} = 1\,760,72 \text{ TEUR}$$

## b) Grenzpreis des Käufers (Chris)

Unter Berücksichtigung der betriebsgewöhnlichen Nutzungsdauer der Produktionsstraße ( $T_B$ ) der Buchwertaufstockung ( $T_A$ ) und der Firmenwertabschreibung ( $T_F$ ) ergibt der Grenzpreis des Käufers unter der Annahme, dass der Grenzpreis den Teilwert übersteigt:

$$GP^K = s \times \frac{BW}{T_B} \times \frac{q_s^{T_B} - 1}{i_s \times q_s^{T_B}} + s \times \frac{TW - BW}{T_A} \times \frac{q_s^{T_A} - 1}{i_s \times q_s^{T_A}} + s \times \frac{GP^K - TW}{T_F} \times \frac{q_s^{T_F} - 1}{i_s \times q_s^{T_F}} + \frac{Z_\infty}{i}$$

Auflösen nach  $GP^K$  ergibt:

$$GP^K = \frac{1}{1 - s \times \frac{1}{T_F} \times \frac{q_s^{T_F} - 1}{i_s \times q_s^{T_F}}} \times \left[ s \times \frac{BW}{T_B} \times \frac{q_s^{T_B} - 1}{i_s \times q_s^{T_B}} + s \times \frac{TW - BW}{T_A} \times \frac{q_s^{T_A} - 1}{i_s \times q_s^{T_A}} - s \times \frac{TW}{T_F} \times \frac{q_s^{T_F} - 1}{i_s \times q_s^{T_F}} + \frac{Z_\infty}{i} \right]$$

Durch Einsetzen der Wert erhält man:

$$GP^K = 1,28088534 \times \left[ 65 + 33,20 - 87,72 + \frac{75}{0,06} \right] = 1\,614,54 \text{ TEUR}$$





(125) **Lösung Aufgabe 160** Grenzpreisermittlung mal einfach

Übersteigt der Grenzpreis des Käufers den Teilwert, ergibt der Grenzpreis formal:

$$GP^K = s \times \frac{TW - BW}{T} \times \frac{q_s^T - 1}{i_s \times q_s^T} + s \times \frac{GP^K - TW}{T_F} \times \frac{q_s^{T_F} - 1}{i_s \times q_s^{T_F}} + \frac{Z_\infty \times (1 - s)}{i_s}$$

Auflösen nach  $GP^K$  ergibt:

$$GP^K = \frac{1}{1 - s \times \frac{1}{T_F} \times \frac{q_s^{T_F} - 1}{i_s \times q_s^{T_F}}} \times \left[ s \times \frac{TW - BW}{T} \times \frac{q_s^T - 1}{i_s \times q_s^T} - s \times \frac{TW}{T_F} \times \frac{q_s^{T_F} - 1}{i_s \times q_s^{T_F}} + \frac{Z_\infty \times (1 - s)}{i_s} \right]$$

Durch Einsetzen der Parameter erhält man:

$$GP^K = 1,55759566 \times \left[ 21,95 - 71,60 + \frac{50 \times (1 - 0,5)}{0,045} \right] = 788 \text{ TEUR}$$



## 11 Wachstum, Inflation, optimale Nutzungsdauer und Ersatzzeitpunkt

### (126) Lösung Aufgabe 161 Wahr oder falsch?

1. *falsch* | Unter Inflation versteht man den »Prozess anhaltender Preisniveausteigerungen bzw. anhaltender Geldentwertung«.
2. *falsch* | Der Nominalzins ist der inflationär »aufgeblähte« Zins und liegt über dem Realzins.
3. *wahr* | Im Gegensatz dazu sind bei nominaler Rechnung die künftigen Zahlungen als inflatorisch aufgeblähte Zahlungen zu schätzen und mit dem inflationären Zinssatz zu vergleichen.
4. *wahr* | Das Maßgeblichkeitsprinzip besagt, dass die Regelungen des HGB dem Grunde und der Höhe nach auch für die Steuerbilanz gelten.
5. *falsch* | Scheingewinne entstehen bei Preissteigerungen, wenn anstatt der Wiederbeschaffungskosten lediglich die niedrigeren historischen Anschaffungskosten abzugsfähig sind.
6. *wahr* | Die Besteuerung von Scheingewinnen führt zur Verminderung des »Saatguts« und gleicht einer Teilenteignung.
7. *wahr* | In diesem Fall entstehen keine Scheingewinne.
8. *wahr* | In diesem Fall steigt der kalkulatorische Zins und damit auch die abzugsfähigen Zinsen auf die Kapitalbindung. Die Verteuerung der Wiederbeschaffung wird durch den Abzug der höheren kalkulatorischen Kosten aus steuerlicher Sicht eliminiert.
9. *falsch* | Die inflatorische Lücke wächst mit der Inflationsrate.
10. *falsch* | Es finden ausschließlich monetäre Zielgrößen Beachtung.
11. *wahr* | »Weiche« Faktoren wie Zufriedenheit, Glück, Hoffnung werden aufgrund mangelnder Quantifizierbarkeit nicht berücksichtigt.
12. *wahr* | Unikriteriellen Verfahren liegt nur eine eindimensionale Zielgröße zugrunde.
13. *falsch* | Die Nutzwertanalyse gehört zu den multikriteriellen Entscheidungsverfahren.
14. *wahr* | Über das Einfließen intersubjektiv kaum überprüfbarer Gewichtungsfaktoren und individueller Nutzenvorstellungen besteht die große Gefahr der Manipulation.
15. *wahr* | Die Entscheidung wird anhand eines Kriteriums getroffen.
16. *falsch* | Bei der Kapitalwertmethode erfolgt die Entscheidung anhand des Entscheidungskriteriums »Kapitalwert« und damit nur anhand einer Größe. Bei dem Verfahren handelt es sich deshalb um ein unikriterielles Entscheidungsverfahren.
17. *wahr* | Unterteilt werden diese Verfahren in Verfahren, die die Bestimmung der optimalen Alternative zum Ziel haben und Verfahren, die lediglich als Entscheidungshilfe dienen, aber keine optimale Alternative identifizieren.



18. *wahr* | Diese Ansätze sollen lediglich der Entscheidungsfindung dienen, stellen aber kein klassisches Optimierungsverfahren dar.
19. *falsch* | Bei der Amortisationsrechnung erfolgt die Entscheidung anhand der Amortisationsdauer. Das Verfahren ist deshalb eindimensional.
20. *wahr* | Zudem gehört die Nutzwertanalyse zu den multikriteriellen Entscheidungsverfahren.
21. *wahr* | Zudem gehören multiobjektive Entscheidungsverfahren zu den multikriteriellen Entscheidungsverfahren.
22. *wahr* | Problematisch bleibt jedoch die Transformation nicht-monetärer Größen in monetäre Größen.
23. *falsch* | Die Transformation erfolgt mit erheblichen Subjektivismen.
24. *falsch* | Die Nutzungsdauer wird technisch durch die Erschöpfung des Nutzungspotentials limitiert.
25. *wahr* | Die zeitlich befristete Betriebserlaubnis stellt eine zeitlich limitierte Begrenzung dar.
26. *falsch* | Rechtlich ist zu differenzieren zwischen der vertraglich begrenzten Nutzungsdauer und der *gesetzlich* begrenzten Nutzungsdauer.
27. *wahr* | Im Vergleich zur Beendigung der Investition würde die Weiterführung schlechter sein.
28. *falsch* | Die Beurteilung der optimalen Nutzungsdauer kann nur dann mit der Bestimmung des negativen Kapitalwertzuwachses bestimmt werden, wenn die Rückflüsse streng monoton fallen.
29. *wahr* | Der zeitliche Grenzgewinn lässt sich aus der Kapitalwertformel herleiten.
30. *wahr* | Zum Beispiel unbebaute Grundstücke.
31. *falsch* | Dies gilt nur bei streng monoton fallenden Grenzzahlungszahlungen.
32. *wahr* | Randlösung bedeutet in diesem Sinne: entweder gar nicht durchführen, oder so lange wie möglich durchführen.
33. *wahr* | Dies ist z. B. bei Investitionen vom Typ C der Fall.
34. *wahr* | Das hängt vom Kapitalwert der Ersatzinvestition ab.
35. *wahr* | Oder: der zeitbezogene Grenzgewinn der Altanlage geringer wäre als die Zinsen auf den gewinnmaximalen Kapitalwert des Nachfolgers oder – bei unendlicher Nutzungsdauer – als die gewinnmaximale Annuität des Nachfolgers.
36. *falsch* | Beschrieben ist das ex-post Problem.
37. *falsch* | Beschrieben ist das ex-ante Problem.
38. *wahr* | Ohne Nachfolger muss die Altanlage lediglich die Hürde einer entgangenen Vermögensmehrung von null überwinden, bei einem lohnenden Nachfolger muss der wegen der zeitlichen Verschiebung des Nachfolgers eintretende Kapitalwertverlust kompensiert werden.
39. *falsch* | Die (fortgeschriebenen) Anschaffungskosten bilden die Bewertungsobergrenze.
40. *wahr* | Im Fall der Veräußerung zum Buchwert, der dem Marktwert entspricht, entsteht kein Ertrag.



41. *falsch* | Die Besteuerung des Liquidationserlöses ist relevant, da ein etwaiger Veräußerungsgewinn der Besteuerung unterliegt bzw. ein Veräußerungsverlust die steuerliche Bemessungsgrundlage verringert.
42. *falsch* | Es resultiert ein (steuerpflichtiger) Veräußerungsgewinn.
43. *wahr* | Ein Weiterbetrieb der Anlage würde zu einer Vermögenseinbuße führen. Wesentliche Voraussetzung hier ist, dass die Rückflüsse streng monoton fallen.
44. *falsch* | Stille Reserven sind aus der Bilanz nicht ersichtlich, sie stellen die Differenz zwischen Buchwert und Marktwert dar.
45. *wahr* | Das hängt von den stillen Reserven und von der Entwicklung des Liquidationserlöses ab.
46. *wahr* | Ursache ist, dass bei der Veräußerung von Vermögenswerten, die stille Reserven enthalten, die bisher zinslos gestundete Steuerlast fällig und der zinslose Steuerkredit aufgelöst wird mit der Folge, dass damit der Nettozinseffekt verlorengeht.
47. *wahr* | Der Buchwert entspricht dem Resterlös, sodass keine stillen Reserven bestehen. Somit entsteht auch kein Veräußerungsgewinn, welcher der Besteuerung unterliegen würde.
48. *wahr* | Die Wirtschaftsgüter dürfen maximal mit ihren Anschaffungs- oder Herstellungskosten bewertet werden. Eine Bewertung zum Marktwert bzw. »fair value« erfolgt im HGB und EStG nicht. Dadurch übersteigt der Marktwert i. d. R. den Buchwert der Wirtschaftsgüter.
49. *wahr* | Weiterhin werden i. d. R. bei der Veräußerung eines gesamten Betriebs, bei der Entnahme von Wirtschaftsgütern oder bei der Realteilung stille Reserven aufgedeckt.

(129) **Lösung Aufgabe 162** *Nominalzins und Realzins*

- a) *Voraussetzung zur Ermittlung des realen Zinssatzes*

Es muss **vollkommene Inflationsüberwälzung** vorliegen. Das bedeutet, dass Preissteigerungen bei bezogenen Gütern und Dienstleistungen dem Kunden voll weitergegeben werden können, d. h. die Nachfrage preisunelastisch ist. Dies ist allerdings in der Realität kaum gegeben.

- b) *Ermittlung des realen Zinssatzes*

Der Barwert einer festverzinslichen Finanzanlage beträgt:

$$I_0 = \sum_{t=1}^n \frac{Zins_t + RZ_t}{(1 + i_{nom})^t} \quad (64)$$

mit  $RZ_t$  = Rückzahlungen. Im Fall der Inflation sinkt der Wert der Zins- und Tilgungszahlungen. Die Zahlungen werden deflationiert. Gesucht ist der Zinssatz, bei dem gilt:

$$I_0 = \sum_{t=1}^n \frac{Zins_t + RZ_t}{(1 + \rho) \times (1 + i_{real})^t} \quad (65)$$



Es gilt:  $i_{nom} = i_{real} = \rho = \text{const.}$  Setzt man (64) und (65) gleich, erhält man nach Vereinfachung:

$$(1 + i_{nom}) = (1 + \rho) \times (1 + i_{real}) \quad (66)$$

Durch Auflösen nach  $i_{real}$  erhält man nach Einsetzen der gegebenen Werte:

$$i_{real} = \frac{1 + i_{nom}}{1 + \rho} - 1 = \frac{1,08}{1,03} - 1 = 0,0485 = 4,85\%$$

(129) **Lösung Aufgabe 163** *Investitionsrechnung mit Inflation*

a) *Kapitalwert bei Nominalrechnung*

Ermittlung der nominalen Zahlungsreihe ausgehend von der realen Zahlungsreihe. Es gilt:

$$Z_t^{nom} = Z_t^{real} \times (1 + \rho)$$

Die nominelle Zahlungsreihe ergibt:

$t$	0	1	2	3
$Z_t^{real}$	-500	200	300	400
$Z_t^{nom}$	-500	210	330,75	463,05

Ausgehend von (66) auf Seite 501 ergibt der nominelle Zinssatz:

$$i_{nom} = i_{real} + \rho + \rho \times i_{real} = 0,1 + 0,05 + 0,1 \times 0,05 = 0,155 = 15,50\%$$

Der Kapitalwert unter Verwendung der nominellen Zahlungsreihe beträgt demnach:

$$C_0 = -500 + \frac{210}{1,155} + \frac{330,75}{1,155^2} + \frac{463,05}{1,155^3} = 230,28$$

b) *Kapitalwert bei Realrechnung*

$$C_0 = -500 + \frac{200}{1,1} + \frac{300}{1,1^2} + \frac{400}{1,1^3} = 230,28$$

Der Kapitalwert bei Realrechnung entspricht dem Kapitalwert bei Nominalrechnung.

(129) **Lösung Aufgabe 164** *Kalte Progression*

a) *Ermittlung des Einkommens nach Steuern*

Die Steuerzahlungen auf das Einkommen von 30 000 EUR betragen:

$$S = \left( 300 \times \frac{30\,000 - 15\,000}{10\,000} + 3\,000 \right) \times \frac{30\,000 - 15\,000}{10\,000} + 1\,000 = 6\,175 \text{ EUR}$$

Das für den Konsum verfügbare Nettoeinkommen ( $E_s$ ) beträgt demnach:

$$E_{s,1} = 30\,000 - 6\,175 = 23\,825 \text{ EUR}$$



b) *Konsumbetrag in Jahr 2*

Der Konsum aus Jahr 1 (= Warenkorb) beträgt 23 825 EUR. Verteuert sich der Warenkorb um 5%, muss in Jahr 2 ein Nettoeinkommen i. H. v.

$$E_{s,2}^* = 23\,825 \times 1,05 = 25\,016,25 \text{ EUR}$$

zur Verfügung stehen.

c) *Ermittlung des Nettoeinkommens im Fall, dass ich das Bruttoeinkommen um 5% erhöht.*

Das Bruttoeinkommen beträgt nun  $30\,000 \times 1,05 = 31\,500$  EUR. Die Steuern darauf betragen

$$S = \left(300 \times \frac{31\,500 - 15\,000}{10\,000} + 3\,000\right) \times \frac{31\,500 - 15\,000}{10\,000} + 1\,000 = 6\,766,75 \text{ EUR}$$

Das Nettoeinkommen ( $E_s$ ) beträgt demnach

$$E_{s,2} = 31\,500 - 6\,766,75 = 24\,733,25.$$

Der Wert des Warenkorbs beträgt 25 016,25 EUR, allerdings beträgt das Nettoeinkommen lediglich 24 733,25. Es entsteht eine **inflatatorische Lücke i. H. v. 283 EUR**. Das bedeutet, dass sich O den Warenkorb aus Jahr 1 im Jahr 2 nicht mehr leisten kann, obwohl sein Bruttogehalt um denselben Prozentsatz steigt wie sich der Warenkorb verteuert.

(130) **Lösung Aufgabe 165** *Inflatatorische Lücke*a) *Ermittlung der Gewinne*

Der durch einzelvermögensvergleich ermittelte buchhalterische Gewinn ( $G_t$ ) teilt sich auf in Substanzgewinn ( $G^{Sub}$ ) und Scheingewinn ( $G^{Schein}$ ). Der Substanzgewinn stellt den Gewinn unter Berücksichtigung der durch die Inflation gestiegenen Wiederbeschaffungskosten dar. Im vorliegenden Beispiel wird der Substanzgewinn durch Abzug der Wiederbeschaffungskosten ermittelt. Die Wiederbeschaffungskosten z. B. in  $t = 2$  betragen 1 980 EUR und spiegeln die Auszahlungen in dieser Periode wider. Der Scheingewinn resultiert aus der Differenz von buchhalterischem Gewinn und Substanzgewinn.

$t$	0	1	2	3
$\rho$		0,1	0,2	0,05
$AZ_t$	-1 500	-1 650	-1 980	
$EZ_t$		1 700	2 040	2 142
$Au_t$		(-1 500)	(-1 650)	(-1 980)
$G_t$		(200)	(390)	(162)
$G_t^{Sub}$		(50)	(60)	(63)
$G_t^{Schein}$		(150)	(330)	(99)



- b) *Ermittlung der Zahlungsüberschüsse nach Steuern auf Basis des Abzugs der buchhalterischen Aufwendungen*

Der Zimmermann kann sich die Wiederbeschaffung des Holzes leisten, wenn er keine weiteren liquiden Mittel aus seinem sonstigen Vermögen zuschießen muss bzw. keinen Kredit aufnehmen muss. Insbesondere kann er sich die Wiederbeschaffung nicht leisten, wenn die Zahlungsüberschüsse nach Steuern negativ sind:

t	0	1	2	3
$\rho$		0,1	0,2	0,05
$AZ_t$	-1 500	-1 650	-1 980	
$EZ_t$		1 700	2 040	2 142
$Au_t$		(-1 500)	(-1 650)	(-1 980)
$G_t$		(200)	(390)	(162)
$S_t$		-100	-195	-81
$Z_{s,t}$	-1 500	-50	-135	2 061

Die Zahlungsüberschüsse nach Steuern in  $t=1$  und  $t=2$  sind negativ, folglich kann sich der Zimmermann die Auszahlungen nicht leisten. Alternativ könnte er die Zahlung in  $t=3$  beleihen und in  $t=1$  bzw.  $t=2$  einen Kredit zur Finanzierung der Anschaffungskosten aufnehmen.

- c) *Nettozahlungsüberschüsse bei Abzug der Wiederbeschaffungskosten*

Bei Abzug der Wiederbeschaffungskosten wird der Substanzgewinn ermittelt und besteuert. Die Zahlungsüberschüsse nach Steuern betragen:

t	0	1	2	3
$\rho$		0,1	0,2	0,05
$AZ_t$	-1 500	-1 650	-1 980	
$EZ_t$		1 700	2 040	2 142
$Au_t$		(-1 650)	(-1 980)	(-2 079)
$G_t^{Sub}$		(50)	(60)	(63)
$S_t$		-25	-30	-31,5
$Z_{s,t}$	-1 500	25	30	2 110,5

Die Zahlungsüberschüsse in  $t=1$  und  $t=2$  sind jetzt positiv. Die »inflationische Lücke« besteht nicht mehr.

- d) *Ermittlung der Nettozahlungen bei Abzug kalkulatorischer Zinsen*

Die kalkulatorischen Zinsen bemessen sich auf das gebundene Kapital, das im vorliegenden Beispiel aus Auszahlungen besteht, die noch nicht Aufwand wurden. Das gebundene Kapital der Vorperiode stellt das in der Vorperiode erworbene Umlaufvermögen in Form des Holzes dar.

Bei den nachstehenden Werten handelt es sich um nominelle Werte. Der nominelle Zinssatz, der zur Ermittlung der kalkulatorischen Zinsen benötigt wird, beträgt:

$$i_{nom,1} = i_{real} + \rho + \rho \times i_{real} = 0 + 0,1 + 0,1 \times 0 = \rho = 0,1$$



$$i_{nom,2} = 0,2$$

$$i_{nom,3} = 0,05$$

Die Zahlungsüberschüsse nach Steuern betragen demnach:

$t$	0	1	2	3
$\rho$		0,1	0,2	0,05
$AZ_t$	-1 500	-1 650	-1 980	
$EZ_t$		1 700	2 040	2 142
$Au_t$		(-1 500)	(-1 650)	(-1 980)
$KB_t$	[1 500]	[1 650]	[1 980]	[0]
$i_{nom,t} \times KB_{t-1}$		(-150)	(-330)	(-99)
$G_t$		(50)	(60)	(63)
$S_t$		-25	-30	-31,5
$Z_{s,t}$	-1 500	25	30	2 110,5

Die Zahlungsüberschüsse nach Steuern entsprechen denjenigen aus Aufgabenteil c). Der reale Zinssatz von 0% bewirkt, dass Zinseffekte ausgeblendet werden.

e) *Anpassung der Steuersätze*

Um dieselben Ergebnisse wie unter c) bzw. d) zu erreichen, müssen ausgehend von den Gewinnen aus b) und den Steuerzahlungen aus c) bzw. d) folgende Steuersätze gelten:

$$s_1 = \frac{S_1}{G_1} = \frac{25}{200} = 0,1250$$

$$s_2 = \frac{S_2}{G_2} = \frac{30}{390} = 0,0769$$

$$s_3 = \frac{S_3}{G_3} = \frac{31,5}{162} = 0,1944$$

Unter Verwendung der angepassten Steuersätze verändert sich der Finanzplan aus b) zu:

$t$	0	1	2	3
$\rho$		0,1	0,2	0,05
$AZ_t$	-1 500	-1 650	-1 980	
$EZ_t$		1 700	2 040	2 142
$Au_t$		(-1 500)	(-1 650)	(-1 980)
$G_t$		(200)	(390)	(162)
$S_t$		-25	-30	-31,5
$Z_{s,t}$	-1 500	25	30	2 110,5

f) *Kapitalwert vor Steuern*

- *Realrechnung*

Die Auszahlungen in  $t=0, \dots, 2$  betragen inflationsbereinigt jährlich 1 500 EUR.





Bei den Einzahlungen in  $t = 1$  handelt es sich um einen nominellen Wert.  
Die realen Einzahlungen betragen

$$\frac{E_1}{(1 + \rho_1)} = \frac{1\,700}{1,1} = 1\,545,45 \text{ EUR}$$

Die Zahlungsüberschüsse betragen:

$t$	0	1	2	3
$AZ_t$	-1 500	-1 500	-1 500	
$EZ_t$		1 545,45	1 545,45	1 545,45
<i>Summe</i>	-1 500	45,45	45,45	1 545,45

Der Kapitalwert vor Steuern beträgt dann:

$$C_0 = -1\,500 + \frac{45,45}{1,0} + \frac{45,45}{1,0^2} + \frac{1\,545,45}{1,0^3} = 136,36$$

- *Nominalrechnung*

Die nominellen Zinssätze ergeben sich durch:

$$i_{nom} = i_{real} + \rho + \rho \times i_{real}$$

und demnach:

$$i_{nom,1} = 0 + 0,1 + 0 \times 0,1 = 0,1$$

$$i_{nom,2} = 0 + 0,2 + 0 \times 0,2 = 0,2$$

$$i_{nom,3} = 0 + 0,05 + 0 \times 0,05 = 0,05$$

Die Zahlungsüberschüsse betragen:

$t$	0	1	2	3
$\rho_t$		10 %	20 %	5 %
$AZ_t$	-1 500	-1 650	-1 980	
$EZ_t$		1 700	2 040	2 142
<i>Summe</i>	-1 500	50	60	2 142

Der Kapitalwert vor Steuern beträgt dann:

$$C_{0,s} = -1\,500 + \frac{50}{1,1} + \frac{60}{1,1 \times 1,2} + \frac{2\,142}{1,1 \times 1,2 \times 1,05} = 136,36$$



g) *Kapitalwert nach Steuern bei einfacher Gewinnsteuer*

Unter Verwendung der nominellen Zahlungsüberschüsse nach Steuern aus b) und der nominellen Zinssätze nach Steuern

$$i_{nom,1,s} = 0,1 \times (1 - 0,5) = 0,05$$

$$i_{nom,2,s} = 0,2 \times (1 - 0,5) = 0,1$$

$$i_{nom,3,s} = 0,05 \times (1 - 0,5) = 0,025$$

ergibt der Kapitalwert nach Steuern

$$C_{0,s} = -1\,500 - \frac{50}{1,05} - \frac{135}{1,05 \times 1,1} + \frac{2\,060}{1,05 \times 1,1 \times 1,025} = 76,39$$

h) *Kapitalwert nach Steuern bei zinsbereinigter Einkommensteuer*

Unter Verwendung der nominellen Zahlungsüberschüsse nach Steuern aus d) ergibt sich ein Kapitalwert nach Steuern von

$$C_{0,s} = -1\,500 + \frac{25}{1,1} + \frac{30}{1,1 \times 1,2} + \frac{2\,110,5}{1,1 \times 1,2 \times 1,05} = 68,18$$

Alternativ ergibt sich der Kapitalwert nach Steuern:

$$C_{0,s} = C_0 \times (1 - s) = 136,36 \times (1 - s) = 68,18$$

(131) **Lösung Aufgabe 166** *Immobilienfinanzierung*a) *Finanzierung in einer Welt ohne Steuern*

In einer Welt ohne Steuern orientiert sich W am **Nominalzinssatz vor Steuern**. Da der Sollzinssatz über dem Habenzinssatz liegt, ist der Kapitalwert des Darlehens, unabhängig davon, ob es sich um ein Fälligkeits-, Tilgungs- oder Annuitätendarlehen handelt, negativ. Sofern die Wahl besteht, die Finanzierung aus Eigenmitteln oder Fremdmitteln zu tätigen (was hier der Fall ist), sollte die Finanzierung mit Eigenmitteln erfolgen.

b) *Finanzierung in einer Welt mit Steuern*

Maßgebend sind die Zinssätze nach Steuern. Diese betragen:

	<i>vor Steuern</i>	<i>nach Steuern</i>
<i>Habenzins</i>	8%	$0,08 \times (1 - 0,25) = 6\%$
<i>Sollzins</i>	10%	$0,1 \times (1 - 0,45) = 5,5\%$

Da der Sollzinssatz nach Steuern niedriger ist als der Habenzinssatz, sollte mit Fremdmitteln finanziert werden. Der Kapitalwert des Darlehens ist, unabhängig von der Tilgungsstruktur, positiv.

c) *Ermittlung des kritischen Sollzinssatzes*

Der kritische Sollzinssatz nach Steuern, bei dem Indifferenz zwischen Eigen- und Fremdfinanzierung besteht, beträgt:

$$i_{soll} \times (1 - 0,45) \stackrel{!}{=} 0,08 \times (1 - 0,25)$$

$$i_{soll} = \frac{0,08 \times (1 - 0,25)}{(1 - 0,45)} = 0,1091 = 10,91\%$$

(131) **Lösung Aufgabe 167** Fremdfinanzierung und Inflation

a) *Annuität und Restschuld in t = 20*

- Ermittlung der Annuität ( $q = 1 + \rho$ )

$$ANN = a_0 \times \frac{\rho \times q^n}{q^n - 1} = 300\,000 \times \frac{0,0775469 \times 1,0775469^{20}}{1,0775469^{20} - 1} = 30\,000$$

- Ermittlung des Schuldenstands am Ende von t = 20

Zur Ermittlung des Restbuchwerts des Kredits am Ende von t = 20 muss zunächst die Tilgung in t = 1 ermittelt werden. Diese beträgt:

$$TIL_1 = 30\,000 - 300\,000 \times 0,0775469 = 6\,735,93$$

Die Restschuld in t = 20 beträgt dann:

$$FK_t = FK_0 - TIL_1 \times \frac{(1 + \rho)^{20} - 1}{\rho} = 300\,000 - 6\,735,93 \times \frac{1,0775469^{20} - 1}{0,0775469} = 0$$

b) *Verbleibende Schuld in t = 20 wenn die Annuität 23 500 EUR beträgt*

Zur Ermittlung des Restbuchwerts des Kredits am Ende von t = 20 im Fall, dass die Annuität 23 500 EUR beträgt, muss zunächst die Tilgung in t = 1 ermittelt werden. Diese beträgt:

$$TIL_1 = 23\,500 - 300\,000 \times 0,0775469 = 235,93$$

Die Restschuld in t = 20 beträgt dann:

$$FK_{20} = 300\,000 - 235,93 \times \frac{1,0775469^{20} - 1}{0,0775469} = 289\,492,32$$

c) *Laufzeit und Rückzahlung des Kredits*

Zur Ermittlung der Rückzahlung muss die Laufzeit  $n$  berechnet werden, bei der die Restschuld null beträgt. Es muss gelten:

$$FK_n = 300\,000 - 235,93 \times \frac{1,0775469^n - 1}{0,0775469} \stackrel{!}{=} 0$$

Aufgelöst nach  $n$  erhält man:

$$n = \frac{\ln\left(\frac{300\,000 \times 0,0775469}{235,93} + 1\right)}{\ln 1,0775469} = 61,61.$$



S bräuchte 61,61 Jahre, um den Kredit vollständig zu tilgen.

Eine schnellere Rückzahlung wäre nur dann möglich, wenn – z. B. bedingt durch Inflation – das Gehalt von  $S$  im Zeitablauf steigt und der konsumierte Warenkorb sich nicht im gleichen Ausmaß verteuert. Die Differenz zwischen höherem Nettogehalt und inflationsangepasstem Warenkorb könnte er zusätzlich für Tilgungszweck verwenden. Selbstverständlich wäre auch die Zuführung von Vermögen von außen, z. B. durch eine Schenkung oder Erbschaft, denkbar.

**(132) Lösung Aufgabe 168** *Wachsende Mieterträge*

- a) *Ermittlung des Barwerts der Mietzahlungen*

Der Barwert der wachsende Reihe beträgt:

$$B_0 = z_t \times \frac{q^n - g^n}{(q - g) \times q^n} = 9\,000 \times \frac{1,1^{10} - 1,05^{10}}{(1,1 - 1,05) \times 1,1^{10}} = 66\,958,31$$

- b) *Vorteilhaftigkeit bei Veräußerung in  $t = 10$*

Bei Veräußerung in  $t = 10$  für 100 TEUR beträgt der Kapitalwert vor Steuern:

$$C_0 = -100\,000 + 66\,958,31 + \frac{100\,000}{1,1^{10}} = 5\,512,64$$

Die Investition lohnt sich.

- c) *Kapitalwert bei einer dem Zinssatz vor Steuern entsprechenden Wachstumsrate*

Die Vorgehensweis wie unter a) ist hier nicht möglich, da dies zu einer Division durch null führen würde. Der Kapitalwert nach Steuern beträgt:

$$\begin{aligned} C_0 &= -100\,000 + \frac{9\,000}{1,1} + \frac{9\,000 \times 1,1}{1,1^2} + \frac{9\,000 \times 1,1^2}{1,1^3} \\ &\quad + \frac{9\,000 \times 1,1^3}{1,1^4} + \frac{9\,000 \times 1,1^4}{1,1^5} + \frac{9\,000 \times 1,1^5}{1,1^6} + \frac{9\,000 \times 1,1^6}{1,1^7} \\ &\quad + \frac{9\,000 \times 1,1^7}{1,1^8} + \frac{9\,000 \times 1,1^8}{1,1^9} + \frac{9\,000 \times 1,1^9}{1,1^{10}} + \frac{100\,000}{1,1^{10}} \\ &= -100\,000 + 10 \times \frac{9\,000}{1,1} + \frac{100\,000}{1,1^{10}} = 20\,372,51 \end{aligned}$$

**(132) Lösung Aufgabe 169** *Bestimmung der optimalen Nutzungsdauer*

- *Zeitlicher Grenzgewinn*

Beim zeitlichen Grenzgewinn handelt es sich um den Zahlungsvorteil, der in  $t$  erzielt wird, wenn ausgehend von  $t - 1$  die Nutzung um eine Periode verlängert wird. Die zeitlichen Grenzgewinne bestimmen sich durch

$$\Delta G_t = -(1 + i) \times RE_{t-1} + Z_t + RE_t$$

Der Term  $-(1 + i) \times RE_{t-1}$  stellt die verzinste Opportunitätskosten dar. Sofern die Nutzung um eine Periode verlängert wird, entgeht dem Investor der (verzinste) Resterlös der Vorperiode.



- *Grenzkapitalwert*

Der Grenzkapitalwert drückt den Kapitalwert aus, der bei Verlängerung der Nutzung um eine Periode zusätzlich erzielt werden kann. Formal:

$$\Delta C_{0,t} = C_{0,t} - C_{0,t-1}$$

- *Investition A*

Bei Investition A handelt es sich um eine Investition vom Typ B, da der maximale Kapitalwert eine »innere Lösung« darstellt. Die Optimale Nutzungsdauer von Investition A beträgt  $n^* = 3$  Jahre, da dann der höchste Kapitalwert resultiert.

t	0	1	2	3	4	5
$Z_t$	-100	50	40	30	20	10
$RE_t$	100	80	60	40	20	0
$\Delta G_t$		20	12	4	-4	-12
$C_0$	0	18,18	28,10	31,10	28,37	20,92
$\Delta C_0$		18,18	9,92	3,01	-2,73	-7,45

Da die Rückflüsse bei Investition A monoton fallend sind, kann die optimale Nutzungsdauer durch die zeitlichen Grenzgewinne ermittelt werden. Werden die zeitlichen Grenzgewinne negativ, ist die Beendigung der Nutzung in der unmittelbar vorangegangenen Periode vorteilhaft. Im vorliegenden Beispiel wird der zeitliche Grenzgewinn in  $t=4$  negativ. Folglich ist die optimale Nutzungsdauer  $n^* = 3$  Jahre. Der Kapitalwert bei  $n = 3$  beträgt:

$$C_0^{n=3} = -100 + \frac{50}{1,1} + \frac{40}{1,1^2} + \frac{30+40}{1,1^3} = 31,10.$$

- *Investition B*

Bei Investition B handelt es sich um eine Investition vom Typ A, da der maximale Kapitalwert eine »Randlösung« darstellt. Die Optimale Nutzungsdauer von Investition B beträgt  $n^* = 5$  Jahre, da dann der höchste Kapitalwert resultiert.

t	0	1	2	3	4	5
$Z_t$	-100	10	20	30	40	50
$RE_t$	100	80	60	40	20	0
$\Delta G_t$		-20	-8	4	16	28
$C_0$	0	-18,18	-24,79	-21,79	-10,86	6,53
$\Delta C_0$		-18,18	-6,61	3,01	10,93	17,39

- *Investition C*

Bei Investition C handelt es sich um eine Investition vom Typ B, da der maximale Kapitalwert eine »innere Lösung« darstellt. Die Optimale Nutzungsdauer von Investition C beträgt  $n^* = 2$  Jahre, da dann der höchste Kapitalwert resultiert.



t	0	1	2	3	4	5
$Z_t$	-100	40	50	10	30	30
$RE_t$	100	80	60	40	20	0
$\Delta G$		10	22	-16	6	8
$C_0$	0	9,09	27,27	15,25	19,35	24,32
$\Delta C_0$		9,09	18,18	-12,02	4,10	4,97



(133) Lösung Aufgabe 170 *Optinutz-GmbH*

- a) Ermittlung der Kapitalwerte bei maximaler Nutzungsdauer

Die maximale Nutzungsdauer bei Investition A beträgt 5 Perioden. Der Kapitalwert ergibt:

$$C_0^A = -1\,000 + \frac{500}{1,1} + \frac{350}{1,1^2} + \frac{250}{1,1^3} + \frac{100}{1,1^4} + \frac{100}{1,1^5} = 62,02$$

Die maximale Nutzungsdauer bei Investition B beträgt 6 Perioden. Der Kapitalwert beträgt:

$$C_0^B = -1\,000 + \frac{400}{1,1} + \frac{350}{1,1^2} + \frac{300}{1,1^3} + \frac{200}{1,1^4} + \frac{100}{1,1^5} + \frac{160}{1,1^6} = 167,30$$

- b) Ermittlung der Kapitalwerte bei optimaler Nutzungsdauer

## • Investition A

Die zeitlichen Grenzgewinne ergeben sich durch

$$\Delta G_t = -(1+i) \times RE_{t-1} + Z_t + RE_t$$

Da die Rückflüsse monoton fallend sind, kann die optimale Nutzungsdauer auf Basis der zeitlichen Grenzgewinne ermittelt werden.

$t$	0	1	2	3	4	5
$Z_t$	-1 000	500	350	250	100	50
$RE_t$	1 000	600	400	200	100	50
$q \times RE_{t-1}$		1 100	660	440	220	110
$\Delta G_t$		0	90	10	-20	-10
$\Delta C_0$		0	74,38	7,51	-13,66	-6,21

Die Kapitalwerte in Abhängigkeit von der Nutzungsdauer ( $C_0^n$ ) und die Kapitalwertdifferenzen ( $\Delta C_0$ ) sind nachstehend dargestellt:

$C_0^n$	$\Delta C_0$
$ND=1$	0,00
$ND=2$	74,38
$ND=3$	81,89
$ND=4$	-13,66
$ND=5$	-6,21

Exemplarisch ergibt sich der Kapitalwert in  $t=3$  durch:

$$C_0^{n=3} = -1\,000 + \frac{500}{1,1} + \frac{350}{1,1^2} + \frac{250+200}{1,1^3} = 81,89.$$

Die optimale Nutzungsdauer von Investition A beträgt 3 Perioden.



- Investition B

t	0	1	2	3	4	5	6
$Z_t$	-1 000	400	350	300	200	100	80
$RE_t$	1 000	750	550	400	250	150	80
$q \times RE_{t-1}$		1 100	825	605	440	275	165
$\Delta G_t$		50	75	95	10	-25	-5
$\Delta C_0$		45,45	61,98	71,37	6,83	-15,52	-2,82

Die Kapitalwerte in Abhängigkeit von der Nutzungsdauer ( $C_0^N$ ) und die Kapitalwertdifferenzen ( $\Delta C_0$ ) sind nachstehend dargestellt:

$C_0^N$	$\Delta C_0$
$ND = 1$	45,45
$ND = 2$	107,44
$ND = 3$	178,81
$ND = 4$	185,64
$ND = 5$	170,12
$ND = 6$	167,30

Die optimale Nutzungsdauer von Investition B beträgt 4 Perioden.

- c) *Optimaler Ersatzzeitpunkt, wenn die Investitionen beliebig oft hintereinander durchgeführt werden können*

- Investition A

Der Kapitalwert von Investition A bei optimaler Nutzungsdauer ( $t=3$ ) beträgt 81,89. Den Betrag umgerechnet auf eine Annuität ergibt

$$ANN^A = 81,89 \times \frac{0,1 \times 1,1^3}{1,1^3 - 1} = 32,93.$$

Der Barwert einer unendlichen Rente mit  $r = 32,93$  ergibt demnach

$$BW^A = \frac{32,93}{0,1} = 329,31$$

Wann soll Investition A durch die unendliche Kette ersetzt werden?

t	auf $t=0$ bezogene Barwerte						Summe
	$Z_t$	$RE_t$	$Z_t$	$RE_t$	$C_0^A$	$C_0^N$	
0	-1 000		-1 000,00			329,31	329,31
1	500	600	454,55	545,45	0,00	299,37	299,37
2	350	400	289,26	330,58	74,38	272,15	346,53
3	250	200	187,83	150,26	81,89	247,41	329,31
4	100	100	68,30	68,30	68,23	224,92	293,15
5	50	50	31,05	31,05	62,02	204,47	266,50

Demnach sollte in  $t=2$  Investition A durch die unendliche Kette abgelöst werden, da dann der Gesamtkapitalwert mit 346,53 maximal wird.





- Investition B

Der Kapitalwert von Investition B bei optimaler Nutzungsdauer ( $t=4$ ) beträgt 185,64. Den Betrag umgerechnet auf eine Annuität ergibt

$$ANN^B = 185,64 \times \frac{0,1 \times 1,1^4}{1,1^4 - 1} = 58,56.$$

Der Barwert einer unendlichen Rente mit  $r = 58,56$  ergibt demnach

$$BW^B = \frac{58,56}{0,1} = 585,65$$

Wann soll Investition B durch die unendliche Kette ersetzt werden?

t	$Z_t$	$RE_t$	auf $t=0$ bezogene Barwerte			$C_0^N$	Summe
			$Z_t$	$RE_t$	$C_0^A$		
0	-1 000		-1 000			585,65	585,65
1	400	750	363,64	681,82	45,45	532,41	577,86
2	350	550	289,26	454,55	107,44	484,01	591,45
3	300	400	225,39	300,53	178,81	440,01	618,82
4	200	250	136,60	170,75	185,64	400,01	585,65
5	100	150	62,09	93,14	170,12	363,64	533,76
6	80	80	45,16	45,16	94,44	330,58	425,02

Demnach sollte in  $t=3$  Investition B durch die unendliche Kette abgelöst werden.

- Anmerkung

Aus der Aufgabenstellung geht hervor, dass mit der optimalen Nutzungsdauer aus **b)** gerechnet werden soll. Ohne diese Einschränkung würde im Fall einer unendlichen Kette Investition A nur zwei Perioden genutzt werden, da die Annuität bei Nutzung von zwei Perioden

$$ANN^A = 74,38 \times \frac{0,1 \times 1,1^2}{1,1^2 - 1} = 42,86$$

beträgt und der Barwert der unendlichen Rente folglich 428,60 ergibt. Der Gesamtkapitalwert, wenn Investition A in  $t=2$  durch die unendliche Kette ersetzt werden würde, ergäbe 428,57.

**(133) Lösung Aufgabe 171** Optimale Nutzungsdauer und optimaler Ersatzzeitpunkt

a) Kapitalwert bei maximaler Nutzungsdauer

$$C_0 = -100 + \frac{60}{1,1} + \frac{35}{1,1^2} + \frac{20}{1,1^3} + \frac{10+50}{1,1^4} = 39,48$$

Bei maximaler Nutzungsdauer ist die Investition vorteilhaft.



b) *Kapitalwert bei optimaler Nutzungsdauer*

Die Grenznettoerlöse sind monoton fallend, deshalb ist die Ermittlung der optimalen Nutzungsdauer auf Basis von Grenzgewinnen möglich:

$t$	0	1	2	3	4
$Z_t$	-100	60	35	20	10
$RE_t$	100	90	70	60	50
$q \times RE_{t-1}$		-110	-99	-77	-66
$\Delta G_t$		40	6	3	-6
$\Delta C_0$		36,36	4,96	2,25	-4,10

Da der Grenzkapitalwert in  $t=4$  zum ersten Mal negativ wird, beträgt die optimale Nutzungsdauer 3 Perioden. Die Kapitalwerte in Abhängigkeit von der Nutzungsdauer betragen:

$$C_0^{n=1} = 36,36$$

$$C_0^{n=2} = 36,36 + 4,96 = 41,32$$

$$C_0^{n=3} = 36,36 + 4,96 + 2,25 = 43,58$$

$$C_0^{n=4} = 36,36 + 4,96 + 2,25 - 4,10 = 39,48$$

c) *Ermittlung des optimalen Ersatzzeitpunkts, wenn die Investition einmal identisch ersetzt wird*

Der Kapitalwert bei optimaler Nutzungsdauer beträgt:  $C_0^{n=3} = 43,58$ . Die Gesamtkapitalwerte aus Alt- und Neuinvestition in Abhängigkeit des Ersatzzeitpunkts ergeben:

$t$	$C_0^A$	$C_0^N$	Summe
0		43,58	43,58
1	36,36	$\frac{43,58}{1,1} = 39,62$	75,98
2	41,32	$\frac{43,58}{1,1^2} = 36,02$	77,34
3	43,58	$\frac{43,58}{1,1^3} = 32,74$	76,32
4	39,48	$\frac{43,58}{1,1^4} = 29,77$	69,25

Der optimale Ersatzzeitpunkt liegt in  $t=2$ . In diesem Fall beträgt der (maximale) Kapitalwert 77,34.

d) *Ermittlung des optimalen Ersatzzeitpunkts, wenn die Investition beliebig oft hintereinander durchgeführt werden kann*

Zunächst erfolgt die Umrechnung des Kapitalwerts bei optimaler Nutzungsdauer in eine Annuität:

$$ANN = 43,58 \times \frac{1,1^3 \times 0,1}{1,1^3 - 1} = 17,52$$

Der Barwert einer unendlichen Annuität beträgt dann:  $\frac{17,52}{0,1} = 175,20$ .



$t$	$C_0^A$	$C_0^N$	Summe
0		175,20	175,20
1	36,36	$\frac{175,20}{1,1} = 159,27$	195,63
2	41,32	$\frac{175,20}{1,1^2} = 144,79$	186,11
3	43,58	$\frac{175,20}{1,1^3} = 131,63$	175,21
4	39,48	$\frac{175,20}{1,1^4} = 119,66$	159,14

Der optimale Ersatzzeitpunkt liegt in  $t=1$ . In diesem Fall beträgt der (maximale) Kapitalwert 195,63.

• *Anmerkung*

Ein höherer Gesamtkapitalwert lässt sich erzielen, wenn die Ersatzinvestition jeweils nur eine Periode genutzt wird. Nachstehend sind die ewigen Renten in Abhängigkeit der Nutzungsdauer dargestellt:

ND	$C_0^A$	ANN	$\frac{ANN}{i}$
1	36,36	40,00	399,96
2	41,32	23,81	238,08
3	43,58	17,52	175,24
4	39,48	12,45	124,55

Das Beispiel zeigt, dass die optimale Nutzungsdauer von der Anzahl der Wiederholungen abhängen kann.

(134) **Lösung Aufgabe 172** *Optimaler Ersatzzeitpunkt mit Steuern*

a) *Kapitalwert bei maximaler Nutzungsdauer*

Der Kapitalwert vor Steuern bei einem Zinssatz von 10% beträgt:

$$C_0 = -30 + \frac{10}{1,1} + \frac{9}{1,1^2} + \frac{5,8}{1,1^3} + \frac{4,9}{1,1^4} + \frac{4,2}{1,1^5} = -3,16$$

Udo sollte den Wagen nicht anschaffen, wenn er ihn über die gesamte Nutzungsdauer nutzen möchte.

b) *Optimale Nutzungsdauer vor Steuern*

Der zeitliche *Grenzwert* bestimmt sich durch  $KE_t + RE_t - q \times RE_{t-1}$  und ist nicht zu verwechseln mit einem nicht zahlungsgleichen Gewinn. Der *Grenzkapitalwert* ergibt sich durch die Differenz der Kapitalwerte bei Verlängerung der Nutzung um eine Periode.

$t$	0	1	2	3	4	5
$KE_t$		10	9	5,80	4,90	4,20
$RE_t$	30	25	19	15	10	0
$q \times RE_{t-1}$		33	27,50	20,90	16,50	11
$\Delta G_t$		2	0,50	-0,10	-1,60	-6,80
$C_0^t$	0	1,82	2,23	2,16	1,06	-3,16
$\Delta C_0$		1,82	0,41	-0,08	-1,09	-4,22

Exemplarisch ergibt der Kapitalwert in  $t = 2$ :

$$C_0^2 = -30 + \frac{10}{1,1} + \frac{9 + 19}{1,1^2} = 2,23$$

Der Grenzkapitalwert in  $t = 2$  (die Veränderung des Kapitalwerts, wenn der Wagen aus Sicht von  $t = 1$  noch eine Periode länger genutzt wird) ergibt:

$$\Delta C_0^2 = 2,23 - 1,82 = 0,41$$

c) *Verkaufsentscheidung in  $t = 2$  bei einfacher Gewinnsteuer*

Der Pkw wird in Periode 2 veräußert, wenn der Grenzgewinn nach Steuern ( $\Delta G_{s,t}$ ) in Periode 3 negativ wird.

$$\Delta G_{s,3} = KE_3^s + RE_3^s - RE_2^s \times q$$

$$KE_3^s = KE_3 - s \times (KE_3 - AfA_3) = 5,8 - 0,5 \times (5,8 - 4) = 4,9$$

$$RE_3^s = RE_3 - s \times (RE_3 - BW_3) = 15 - 0,5 \times (15 - 12) = 13,5$$

$$RE_2^s \times q = RE_2 - s \times (RE_2 - BW_2) \times q = (19 - 0,5 \times 3) \times 1,05 = 18,38$$

$$\Delta G_{s,3} = 4,9 + 13,5 - 18,38 = 0,03$$

Der Pkw wird in  $t = 2$  nicht verkauft.

d) *Interpretation*

Beim Vergleich der Ergebnisse fällt auf, dass der Grenzkapitalwert nach Steuern ( $\Delta C_{0,s}$ ) größer ist als vor Steuern. Es gilt:

$$\Delta C_{0,s}^{n=3} > 0 > \Delta C_0^{n=3}$$

Während in Aufgabenteil b) der Pkw nach 2 Jahren verkauft wird, wird der Pkw in Aufgabenteil c) nicht nach 2 Jahren verkauft. Dies liegt an der Einführung der Besteuerung. Die Besteuerung führt dazu, dass der Grenzgewinn nach Steuern positiv wird.

Der Hauptgrund hierfür liegt darin, dass die Besteuerung der stillen Reserven den Verkauf des Pkw unattraktiver macht und damit die Weiter-nutzung des Pkw günstiger wird.



## 12 Optimales Investitionsprogramm

### (135) Lösung Aufgabe 173 Wahr oder falsch?

1. *falsch* | Auf dem vollkommenen Kapitalmarkt entsprechen sich Soll- und Habenzinsen.
2. *wahr* | Beim optimalen Investitionsprogramm handelt es sich im Kern um die optimale Abstimmung zwischen den gegebenen Investitionsalternativen und den verfügbaren Finanzierungsmöglichkeiten.
3. *falsch* | »Abhängigkeit« bedeutet, dass die Zahlungsströme der Investitionen voneinander abhängig sind.
4. *falsch* | Bei sich gegenseitig ausschließenden Alternativen handelt es sich um »entweder-oder-Alternativen«, das bedeutet, dass wenn eine Handlungsalternative durchgeführt wird nicht gleichzeitig die andere auch durchgeführt werden kann.
5. *wahr* | Da der Sollzinssatz dem Habenzinssatz entspricht gilt gleichzeitig, dass die Rendite der durchgeführten Alternativen die Finanzierungskosten nicht übersteigen darf.
6. *falsch* | Auf dem *vollständigen* bzw. *unbeschränkten* Kapitalmarkt können Fremdmittel in beliebiger Höhe aufgenommen werden.
7. *falsch* | Es werden zudem auch die Finanzierungsmöglichkeiten nach den Finanzierungskosten sortiert.
8. *falsch* | Bereits im Einperiodenfall kann es bei beschränktem Kapitalmarkt Probleme im Fall der Unteilbarkeit geben.
9. *wahr* | Das Dean-Modell basiert lediglich auf Renditen, nicht auf dynamischen Entscheidungskriterien.
10. *wahr* | Beim Dean-Modell werden keine »Querfinanzierungen« derart berücksichtigt, dass teure Finanzierungsalternativen zuerst getilgt werden.
11. *falsch* | Soll- und Habenzinssätze sind verschieden. In der Regel übersteigt der Sollzinssatz den Habenzinssatz.
12. *falsch* | Bei technisch sich ausschließenden Investitionen muss die Differenzinvestition bei der Bestimmung des optimalen Investitionsprogramms berücksichtigt werden.
13. *wahr* | Erwirtschaftet die betrachtete Investition die höhere Rendite, jedoch bezogen auf einen geringeren Kapitaleinsatz, ist die Differenzinvestition zur verdrängten Investition aufzustellen.

### (136) Lösung Aufgabe 174 Optimales Investitionsprogramm

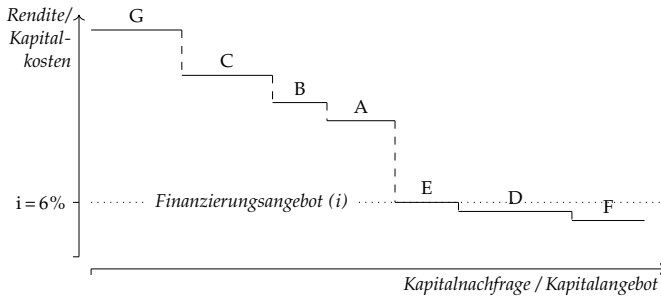
- a) Ermittlung der Renditen und der Rangfolge der Vorteilhaftigkeit

Die Ermittlung der Rendite  $r$  erfolgt jeweils durch  $r = \frac{z_1}{-z_0} - 1$ .

$t$	A	B	C	D	E	F	G
0	-15	-12	-20	-25	-14	-16	-20
1	17,25	14,04	24	26,25	14,84	16,64	25
$r$	0,15	0,17	0,2	0,05	0,06	0,04	0,25
Rang	4	3	2	6	5	7	1



## b) Graphische Lösung



Das optimale Investitionsprogramm ergibt sich aus den Investitionen G, C, B, A bzw. da bei  $r = i = 0,06$  Indifferenz herrscht, G, C, B, A, E.

## c) Ermittlung des Kapitalwerts und der internen Rendite

t	G	C	B	A	E	$\Sigma^*$	$\Sigma^{**}$
0	-20	-20	-12	-15	-14	-67	-81
1	25	24	14,04	17,25	26,25	80,29	95,13

\* ohne E, \*\* mit E

Der Kapitalwert bzw. die Rendite beträgt mit E

$$C_0 = -67 + \frac{80,29}{1,06} = 8,75 \quad r = \frac{80,29}{67} - 1 = 19,84\%$$

bzw. ohne E

$$C_0 = -81 + \frac{95,13}{1,06} = 8,75 \quad r = \frac{80,29}{67} - 1 = 17,44\%$$

Da es sich um einen vollkommenen Kapitalmarkt handelt, ist es hinsichtlich der Höhe des Kapitalwerts unerheblich, ob mit Eigenmitteln oder Fremdmitteln finanziert wird. Bei Fremdfinanzierung würde sich im Fall der Aufnahme von Investition E ergeben:

t	0	1
Objekt - ZR	-81	95,13
Kreditaufnahme/-Tilgung	81	-81
Sollzinsen		-4,86
$Z_t$	0	9,27

Der Kapitalwert ergibt (wie bereits oben beschrieben)

$$C_0 = 0 + \frac{9,27}{1,06} = 8,75.$$



## (136) Lösung Aufgabe 175 Simultane Investitions- und Finanzierungsplanung

- a) Ermittlung der internen Rendite der Investitionen und der Sollzinssätze der Finanzierungsalternativen

- Interne Renditen

Die Ermittlung der Rendite erfolgt durch

$$r = \frac{z_1}{-z_0} - 1$$

t	A	B	C	D	E
0	-100	-60	-30	-20	-40
1	106	75	39	23	44
r	0,06	0,25	0,30	0,15	0,10
Rang	5	2	1	3	4

- Ermittlung der Sollzinssätze

Die Ermittlung der Sollzinssätze  $\rho$  erfolgt durch

$$\rho = \frac{z_1}{-z_0} - 1$$

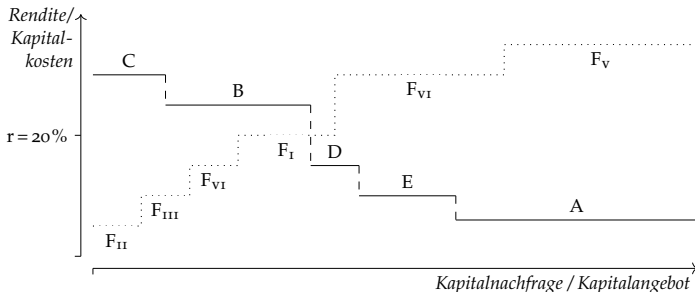
t	F <sub>I</sub>	F <sub>II</sub>	F <sub>III</sub>	F <sub>IV</sub>	F <sub>V</sub>	F <sub>VI</sub>
0	40	20	20	70	80	20
1	-48	-21	-22	-91	-108	-23
r	0,20	0,05	0,10	0,30	0,35	0,15
Rang	4	1	2	5	6	3

- Sortierung der Renditen

Nach Sortierung der Rangfolge ohne Berücksichtigung der maximalen Nominalbeträge der Kredite ergibt sich eine *cut-off-rate* von 15%.

Rang	1	2	3	4	5	6
Investitionen (r)	0,30	0,25	0,15	0,10	0,06	
Finanzierung ( $\rho$ )	0,05	0,10	0,15	0,20	0,30	0,35

- b) Graphische Lösung: Die *cut-off-rate* beträgt 20%.



c) *Tabellarische Ermittlung der cut-off rate*

Investitionsprojekt						Finanzierungsalternative						
#	r	$a_0$	$\sum a_0$	$e_1$	$\sum e_1$	$\sum a_1$	$a_1$	$\sum F$	F	$\rho$		
(1)	C	0,30	20	20	26,0	26,0	21	21	20	20	0,05	F <sub>II</sub>
(2)	C	0,30	10	30	13,0	39,0	32	11	30	10	0,10	F <sub>III</sub>
(3)	B	0,25	10	40	12,5	51,5	43	11	40	10	0,10	F <sub>III</sub>
(4)	B	0,25	20	60	25,0	76,5	66	23	60	20	0,15	F <sub>VI</sub>
(5)	B	0,25	30	90	37,5	114,0	102	36	90	30	0,20	F <sub>I</sub>
(6)	D	0,15	10	100					10	40	0,20	F <sub>I</sub>
(7)	D	0,15	10	110					10	50	0,30	F <sub>IV</sub>
(8)	E	0,10	40	150					40	90	0,30	F <sub>IV</sub>
(9)	A	0,06	20	170					20	110	0,30	F <sub>IV</sub>
(10)	A	0,06	80	250					80	190	0,35	F <sub>V</sub>

$\sum a_0$  stellt die kumulierten Anschaffungskosten,  $\sum e_1$  die kumulierten Rückflüsse dar. Die kumulierte Kreditsumme drückt  $\sum F$  aus während  $\sum a_1$  die kumulierten Zins- und Tilgungszahlungen repräsentieren. Der Kapitalwert beträgt:

d) *Bestimmung der Kapitalwerte unter Verwendung der cut-off rate*

Die Kapitalwerte der einzelnen Investitionen unter Verwendung der *cut-off-rate* betragen:

$$\begin{aligned} C_0^A &= -100 + \frac{106}{1,2} = -11,67 & C_0^B &= -60 + \frac{75}{1,2} = 2,50 \\ C_0^C &= -30 + \frac{39}{1,2} = 2,50 & C_0^D &= -20 + \frac{23}{1,2} = -0,83 \\ C_0^E &= -40 + \frac{44}{1,2} = -3,33 \end{aligned}$$

Im Ergebnis ist der Kapitalwert der Investitionen, die im optimalen Investitionsprogramm enthalten sind (Investitionen B und C), positiv.

Die Kapitalwerte der einzelnen Finanzierungsalternativen unter Verwendung der *cut-off-rate* betragen:

$$\begin{aligned} F_I &= +40 - \frac{48}{1,2} = 0 & F_{II} &= +20 - \frac{21}{1,2} = 2,50 \\ F_{III} &= +20 - \frac{22}{1,2} = 1,67 & F_{IV} &= +70 - \frac{91}{1,2} = -5,83 \\ F_V &= +80 - \frac{108}{1,2} = -10 & F_{VI} &= +20 - \frac{23}{1,2} = 0,83 \end{aligned}$$

e) *Ermittlung des Endvermögens*

Auf Basis der Tabelle aus c) ergibt sich das Endvermögen aus

$$V_n = \sum e_1 - \sum a_1 = 26 + 13 + 12,5 + 25 + 37,5 - 21 - 11 - 11 - 23 - 36 = 12$$

Der Kapitalwert beträgt demnach:

$$C_0 = -90 + 90 + \frac{114 - 102}{1,2} = 10$$





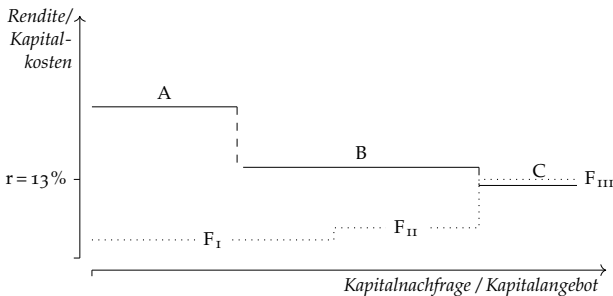
Der hier ermittelte Kapitalwert von 10 entspricht nicht der Summe der positiven Kapitalwerte aus c) i. H. v. 5. Das liegt daran, dass nur die letzten 30 Geldeinheiten von Investition B mit einem Kredit finanziert werden, der einen Sollzins von 20% aufweist.



(137) Lösung Aufgabe 176 Optigramm AG

a) Ermittlung des optimalen Investitions- und Finanzierungsprogramms

Das nach Joel Dean benannte Dean-Modell besagt, dass Investitionsalternativen nach absteigender Rendite sortiert und Finanzierungsalternativen nach aufsteigendem Zinssatz sortiert werden sollten und die Rendite, bis zu der Investitionsalternativen durchgeführt werden sollten, sich durch den Schnittpunkt der Rendite- und Sollzinssatzkurve ergibt (sog. *cut-off-rate*). Durch graphische Bestimmung ergibt sich eine *cut-off-rate* von 13%.



Nach dem Dean-Modell sollte Investition A mit Kredit  $F_I$  finanziert werden. Investition B sollte mit  $F_I$  bzw.  $F_{II}$  finanziert werden und Investition C sollte nicht durchgeführt werden.

b) Überprüfung der Empfehlung des Dean-Modells

- Ergebnis auf Basis des Dean-Modells unter der Annahme einer schnellstmöglichen Tilgung

Wenn die Investitionen A und B durchgeführt werden, resultiert folgendes Endvermögen:

$t$	0	1	2
$Z_t^A$	-120 000	110 000	50 000
$Z_t^B$	-200 000	30 000	230 000
$F_I$	200 000		
$F_{II}$	120 000		
Sollzinsen		-12 000	
Tilgung $F_{II}$		-120 000	
Tilgung $F_I$		-8 000	
Rest $F_I$		192 000	
Sollzinsen			-5 760
Tilgung $F_I$			-192 000
Endvermögen			82 240

Da  $F_{II}$  der »teurere« Kredit ist, wird dieser zuerst getilgt. Die Sollzinsen in  $t = 1$  ergeben sich aus:

$$\text{Sollzinsen}_1 = 200\,000 \times 0,03 + 120\,000 \times 0,05 = 12\,000$$

- Ergebnis bei Durchführung der Investition A, B und C

$t$	0	1	2
$Z_t^A$	-120 000	110 000	50 000
$Z_t^B$	-200 000	30 000	230 000
$Z_t^C$	-100 000	12 000	112 000
$F_I$	200 000		
$F_{II}$	120 000		
$F_{III}$	100 000		
Sollzinsen		-25 000	
Tilgung $F_{III}$		-100 000	
Tilgung $F_{II}$		-27 000	
Rest $F_I$		200 000	
Rest $F_{II}$		93 000	
Sollzinsen			-10 650
Tilgung $F_I$			-200 000
Tilgung $F_{II}$			-93 000
Endvermögen			88 350

Das Endvermögen ist im Fall der Durchführung der Investitionen A, B und C höher als im Fall des auf Basis des *Dean*-Modells bestimmten optimalen Investitionsprogramms, bei dem lediglich die Investitionen A und B durchgeführt werden.

- c) Vor- und Nachteile des *Dean*-Modells

- Vorteile

- Das *Dean*-Modell ist rechentechnisch einfach zu handhaben.
- Es führt zu einer schnellen Lösung.



- *Nachteile*
  - Es liefert nur im Einperiodenfall richtige Ergebnisse.
  - Im Mehrperiodenfall werden Quersubventionierungen nicht berücksichtigt, was zu falschen Empfehlungen führt.



## 13 Investitionsrechnung unter Unsicherheit

### (138) Lösung Aufgabe 177 Wahr oder falsch?

1. *falsch* | Es bestehen gewisse Wahrscheinlichkeitsvorstellungen.
2. *wahr* | Die Wahrscheinlichkeiten werden auch als *statische* Wahrscheinlichkeiten bezeichnet.
3. *wahr* | Im Gegensatz zum *Risiko* können keine Wahrscheinlichkeitsverteilung angegeben werden.
4. *falsch* | Sie stellt einen Ansatz zur Entscheidung unter Ungewissheit dar.
5. *falsch* | Bei beiden Entscheidungsregeln handelt es sich um Regeln, die unter Ungewissheit angewendet werden können.
6. *falsch* | Im Rahmen einer Sensitivitätsanalyse können sämtliche Basisdaten wie etwa Zahlungen, Zinssätze und Steuersätze variiert werden.
7. *falsch* | Das Entscheidungsverhalten der Investoren bei Unsicherheit hängt von deren individueller Einstellung gegenüber künftigen positiven oder negativen Ereignissen ab.
8. *wahr* | Die Unsicherheit kann in das Risiko i. w. S. sowie in Ungewissheit in Abhängigkeit vom Bestehen von Wahrscheinlichkeitsvorstellungen unterteilt werden.
9. *falsch* | Ungewissheit und Unsicherheit sind keine Synonyme. Bisweilen werden die Begrifflichkeiten z. T. uneinheitlich verwendet, sodass die Ungewissheit auch als Unsicherheit i. e. S. bezeichnet wird.
10. *falsch* | Korrekturverfahren stellen einen traditionellen Ansatz zur Risikohandhabung dar.
11. *falsch* | Die Dominanzprinzipien stellen einen Ansatz zur expliziten Berücksichtigung des Risikos dar.

### (138) Lösung Aufgabe 178 Wahr oder falsch?

1. *falsch* | Die Eintrittswahrscheinlichkeiten sind nicht bekannt.
2. *falsch* | Es wird Risikoneutralität unterstellt.
3. *wahr* | Anders wird bei der Maximax-Regel nach dem höchsten Maximum entschieden.
4. *wahr* | Auf dieser Grundlage wird für jede Alternative der Ergebnisdurchschnitt berechnet. Die beste Alternative bestimmt sich nach dem höchsten Erwartungswert, wobei auch die Summe der Ergebniswerte als Entscheidungskriterium herangezogen werden könnte.
5. *falsch* | Es wird Risikofreude unterstellt.
6. *falsch* | Die *Hurwicz*-Regel versucht, die optimistischste Maximax-Regel und die pessimistischste Minimax-Regel zu kombinieren.
7. *falsch* | Die Minimax-Regret-Regel kann auch als Regel des kleinsten Bedauerns bezeichnet werden.



## (139) Lösung Aufgabe 179 Ungewiss AG

- a) Alternative a-1 dominiert Alternative a-5 in jedem Zustand (Zustandsdominanz). Für die Ermittlung der optimalen Alternative kann a-5 deshalb vernachlässigt werden.
- b) *Maximin-Regel*, optimal ist Alternative a-1

	S-1	S-2	S-3	S-4	Minimum
a-1	15	20	30	35	15
a-2	35	1	68	17	1
a-3	14	13	44	30	13
a-4	16	0	39	18	0
a-5	7	3	23	29	3

*Maximin-Regel*, optimal ist Alternative a-2

	S-1	S-2	S-3	S-4	Maximum
a-1	15	20	30	35	35
a-2	35	1	68	17	68
a-3	14	13	44	30	44
a-4	16	0	39	18	39
a-5	7	3	23	29	29

*Hurwicz-Regel*  $\lambda = 0,3$ , optimal ist Alternative a-3

	S-1	S-2	S-3	S-4	Maximum	Minimum	Präferenzwert
a-1	15	20	30	35	35	15	21
a-2	35	1	68	17	68	1	21,1
a-3	14	13	44	30	44	13	22,3
a-4	16	0	39	18	39	0	11,7
a-5	7	3	23	29	29	3	10,8

*Laplace-Regel*, optimal ist Alternative a-2

	S-1	S-2	S-3	S-4	Erwartungswert
a-1	15	20	30	35	25
a-2	35	1	68	17	30,25
a-3	14	13	44	30	25,25
a-4	16	0	39	18	18,25
a-5	7	3	23	29	15,5

*Regel des kleinsten Bedauerns*, optimal ist Alternative a-2

	Ergebnismatrix				Bedauernsmatrix				Minimum
	S-1	S-2	S-3	S-4	S-1	S-2	S-3	S-4	
a-1	15	20	30	35	-20	0	-38	0	-38
a-2	35	1	68	17	0	-19	0	-18	-19
a-3	14	13	44	30	-21	-7	-24	-5	-24
a-4	16	0	39	18	-19	-20	-29	-17	-29
a-5	7	3	23	29	-28	-17	-45	-6	-45



## (139) Lösung Aufgabe 180 Dominanzprinzipien

- a) Es liegt weder starke noch schwache absolute Dominanz vor. Die niedrigste Ausprägung von Alternative 2 (= 3) ist nicht gleich hoch oder höher als die höchste Ausprägung von Alternative 1 (= 4).

Es liegt starke Zustandsdominanz vor, da die Ausprägungen von Alternative 2 in jedem Umweltzustand höher sind als bei Alternative 1. Ich entscheide mich für Alternative 2, da ich unabhängig vom Eintritt des Umweltzustands ein höheres Ergebnis erziele als bei Alternative 1.

- b) Bestimmung der Realisierungswahrscheinlichkeiten der Ergebnisniveaus  $e^*$ . Dabei drückt  $w(e_{A_1}) \geq e^*$  die Wahrscheinlichkeit aus, mit der das gegebene Zahlungsniveau  $e^*$  bei Handlungsalternative  $A_1$  mindestens erreicht wird.

$e^*$	Wird das Anspruchsniveau erreicht?	$w(e_{A_1}) \geq e^*$	$w(e_{A_2}) \geq e^*$
0	Eine Zahlung von 0 oder größer als 0 wird bei beiden Handlungsalternativen in jedem Fall mindestens erreicht, unabhängig vom Umweltzustand.	100%	100%
1	Eine Zahlung von 1 oder größer als 1 wird bei $A_1$ nur mit einer Wahrscheinlichkeit von 40%, nämlich bei Eintreten von $Z_1$ und $Z_2$ erreicht. Bei Alternative $A_2$ wird eine Zahlung von 1 in jedem Fall erreicht.	40%	100%
2	Eine Zahlung von 2 oder größer als 2 wird bei $A_1$ nur mit einer Wahrscheinlichkeit von 40%, nämlich bei Eintreten von $Z_1$ und $Z_2$ erreicht. Bei Alternative $A_2$ wird eine Zahlung von 2 in jedem Fall erreicht.	40%	100%
3	Eine Zahlung von 3 oder größer als 3 wird bei $A_1$ nur mit einer Wahrscheinlichkeit von 40%, nämlich bei Eintreten von $Z_1$ und $Z_2$ erreicht. Bei Alternative $A_2$ wird eine Zahlung von 3 in jedem Fall erreicht.	40%	100%
4	Eine Zahlung von 4 oder größer als 4 wird bei $A_1$ nur mit einer Wahrscheinlichkeit von 30%, nämlich bei Eintreten von $Z_2$ erreicht. Bei Alternative $A_2$ wird eine Zahlung von 4 in $Z_1$ und $Z_2$ erreicht.	30%	40%
5	Eine Zahlung von 5 oder mehr wird bei Alternative 1 nie erreicht und bei Alternative 2 nur in $Z_2$ .	0%	30%
6	Eine Zahlung von 6 oder mehr wird von keiner Alternative erreicht.	0%	0%

Da die gegebenen Ergebnisniveaus bei Alternative 2 immer mit einer gleich hohen oder höheren Wahrscheinlichkeit eintreten als bei Alternative 1, liegt



Wahrscheinlichkeitsdominanz von Alternative 2 gegenüber Alternative 1 vor. Aus diesem Grund würde ich Alternative 2 wählen. Das Beispiel zeigt, dass bei Zustandsdominanz gleichzeitig Wahrscheinlichkeitsdominanz vorliegt.

- c) Es kann keine Aussage getroffen werden, da weder absolute Dominanz noch Zustandsdominanz vorliegt.
- d) Bestimmung der Realisierungswahrscheinlichkeiten

$e^*$	$w(e_{A_1}) \geq e^*$	$w(e_{A_2}) \geq e^*$
1	100%	100%
2	100%	60%
3	60%	60%
4	40%	20%
5	0%	0%

Da die gegebenen Ergebnisniveaus bei Alternative 1 immer mit einer gleich hohen oder höheren Wahrscheinlichkeit eintreten als bei Alternative 2, liegt Wahrscheinlichkeitsdominanz von Alternative 1 gegenüber Alternative 2 vor. Aus diesem Grund würde ich Alternative 1 wählen.

- e) Während nach den Dominanzregeln aus c) keine Handlungsempfehlung getroffen werden kann, liefert das Ergebnis aus d) eine Empfehlung.

(140) **Lösung Aufgabe 181** Wahr oder falsch?

- wahr* | Zum Beispiel zur Reduzierung von Zahlungsüberschüssen oder die Erhöhung der Kapitalkosten.
- falsch* | Beide Wege der Berücksichtigung des Risikos führen bei konsistenter Anwendung zum identischen Beurteilungswert der Investition.
- falsch* | Diese Fragestellung ist Grundlage der Reagibilitätsanalyse.
- wahr* | Zudem gehört das Korrekturverfahren in Bezug auf die Basisdaten zu den traditionellen Ansätzen.
- wahr* | Das Korrekturverfahren stellt bei undifferenzierter Handhabung eine sehr pauschale Form der Risikoberücksichtigung dar und kann bei nicht fachgemäßer Anwendung dazu führen, Investitionsprojekte »totzurechnen«, da die Gefahr besteht, das Risiko mehrfach zu berücksichtigen.
- falsch* | Die Sensitivitätsanalyse stellt einen Ansatz zur expliziten Berücksichtigung des Risikos dar.
- wahr* | Sensitivitätsanalysen können in Bezug auf Veränderungen von einer, zwei oder mehreren Inputgrößen durchgeführt werden.
- wahr* | Sie liefert lediglich Informationen über die Bandbreite, in der sich ausgewählte Parameter bewegen können, ohne dass die zu beurteilende Investition nachteilhaft ist.



## (141) Lösung Aufgabe 182 Wind-Energent

## a) Ermittlung des Kapitalwerts vor Steuern

Laut Aufgabenstellung wird implizit ein vollkommener Kapitalmarkt unterstellt, da kein Sollzinssatz gegeben ist. Der Kapitalwert vor Steuern beträgt deshalb unabhängig von der Finanzierung (in Mio EUR):

$$C_0 = -2,5 + 1,1 \times 0,2 \times \frac{1,05^{20} - 1}{0,05 \times 1,05^{20}} = 0,242$$

W sollte die Anlage kaufen, da die Investition eine Verbesserung der Vermögensposition in  $t=0$  um 242 TEUR im Vergleich zur Unterlassungsalternative verspricht.

b) Ermittlung des Ertrags pro kW/h, damit gilt  $C_0 = 0$ 

$$C_0 = -2,5 + 1,1 \times x \times \frac{1,05^{20} - 1}{0,05 \times 1,05^{20}} \stackrel{!}{=} 0$$

$$x = \frac{2,5}{1,1 \times \frac{1,05^{20} - 1}{0,05 \times 1,05^{20}}} = 0,1824$$

Für die Kilowattstunde an produziertem Strom müssten mindestens 0,1824 EUR Erlöst werden.

c) Ermittlung der kritischen Jahresleistung, bei der gilt  $C_0 = 0$ 

$$C_0 = -2\,500\,000 + x \times 0,2 \times \frac{1,05^{20} - 1}{0,05 \times 1,05^{20}} \stackrel{!}{=} 0$$

$$x = \frac{2\,500\,000}{0,2 \times \frac{1,05^{20} - 1}{0,05 \times 1,05^{20}}} = 1\,003\,032,34$$

Die Anlage müsste mindestens 1 003 032,34 kW/h Strom pro Jahr erzeugen.

## d) Kapitalwert nach Steuern

Die Abfindung nach Steuern beträgt  $2\,500\,000 \times (1 - 0,4) = 1\,500\,000$ . Durch die Besteuerung der Abfindung muss Fremdkapital i. H. v. 1 Mio. EUR aufgenommen werden. Da es sich lt. Aufgabenstellung um einen unbeschränkten Kapitalmarkt handelt, bekommt W die Fremdmittel zur Finanzierung der Anlage am Kapitalmarkt. Da es sich zusätzlich um einen vollkommenen Kapitalmarkt handelt, hat die Finanzierung keinen Einfluss auf den Kapitalwert. Allerdings beeinflussen die Steuerzahlungen auf die laufenden Stromerlöse den Kapitalwert. Die laufenden Einzahlungen reduzieren sich aufgrund der Steuerzahlungen (unter Berücksichtigung der Abschreibung) auf:





	EUR
Einzahlungen ( $0,2 \times 1\,100\,000 =$ )	220 000
$\therefore$ AfA/Jahr $\frac{2\,500\,000}{20} =$	(-125 000)
= Gewinn/Jahr	(95 000)
$\therefore$ Steuer/Jahr	-38 000
= Nettzahlungen/Jahr	182 000

Der Kapitalwert nach Steuern beträgt (in Mio EUR)

$$C_0 = -2,5 + 0,182 \times \frac{1,03^{20} - 1}{0,03 \times 1,03^{20}} = 0,208$$

Da es sich um einen vollkommenen und unbeschränkten Kapitalmarkt handelt, beträgt der Kapitalwert der Fremdfinanzierung (= 1 Mio EUR) gerade null.

- e) Ermittlung des Ertrags pro kW/h, damit gilt  $C_{0,s} = 0$

Der kritische Satz pro kW/h ist niedriger als im Fall vor Steuern und beträgt:

$$C_0 = -2\,500\,000 + (1\,100\,000 \times x - 0,4 \times (1\,100\,000 \times x - 125\,000)) \times \frac{1,03^{20} - 1}{0,03 \times 1,03^{20}} \stackrel{!}{=} 0$$

$$x = \frac{2\,500\,000 - 0,4 \times 125\,000 \times \frac{1,03^{20} - 1}{0,03 \times 1,03^{20}}}{1\,100\,000 \times \frac{1,03^{20} - 1}{0,03 \times 1,03^{20}} - 0,4 \times 1\,100\,000 \times \frac{1,05^{20} - 1}{0,05 \times 1,05^{20}}} = 0,1788$$

- f) Ermittlung der kritischen Jahresleistung, bei der gilt  $C_{0,s} = 0$

Auch die kritische Jahresleistung ist niedriger als im Fall ohne Steuern:

$$C_0 = -2\,500\,000 + (x \times 0,2 - 0,4 \times (x \times 0,2 - 125\,000)) \times \frac{1,03^{20} - 1}{0,03 \times 1,03^{20}} \stackrel{!}{=} 0$$

$$x = \frac{2\,500\,000 - 0,4 \times 125\,000 \times \frac{1,03^{20} - 1}{0,03 \times 1,03^{20}}}{0,2 \times \frac{1,03^{20} - 1}{0,03 \times 1,03^{20}} - 0,4 \times 0,2 \times \frac{1,05^{20} - 1}{0,05 \times 1,05^{20}}} = 983\,660,57$$

### (141) Lösung Aufgabe 183 Reagibilitätsanalyse

- a) Kapitalwert vor Steuern

$$C_0 = -100 + 20 \times \frac{1 - 1,05^{-10}}{0,05} + \frac{120}{1,05^{10}} = 128,10$$

Für die formale Darstellung der Änderung des Kapitalwerts muss zunächst die Zielfunktion formuliert werden, die dann nach den einzelnen Parametern differenziert wird. Es gilt:

$$C_0(\cdot) = -a_0 + eZ \times \frac{1 - q^{-n}}{i} + \frac{RE}{q^n}$$



- b) Veränderung des Zielwerts bei steigenden Anschaffungskosten

$$\frac{\partial C_0(a_0)}{\partial a_0} = -1$$

Die Steigung des 1. Differentials ist  $-1$ . Steigen die Anschaffungskosten um 1 TEUR, sinkt der Kapitalwert um 1 TEUR.

- c) Veränderung des Zielwerts bei steigendem Veräußerungserlös

$$\frac{\partial C_0(RE)}{\partial RE} = \frac{1}{n} = \frac{1}{1,05^{10}} = 0,61$$

Steigt der Veräußerungserlös um 1 TEUR, steigt der Kapitalwert um 0,61 TEUR.

- d) Veränderung des Zielwerts bei steigenden Pachtzahlungen

$$\frac{\partial C_0(e)}{\partial e} = \frac{1 - q^{-n}}{i} = \frac{1 - 1,05^{-10}}{0,05} = 7,72$$

Steigen die jährlichen Pachtzahlungen um 1 TEUR, steigt der Kapitalwert um 7,72 EUR.

- e) Veränderung des Zielwerts bei steigendem Zinssatz

$$\frac{\partial C_0(i)}{\partial i} = ez \times \frac{i \times n \times q^{-1} - q^n + 1}{i^2 \times q^n} - n \times \frac{RE}{q^{n+1}}$$

- f) Veränderung des Zielwerts bei steigendem Planungshorizont

$$\frac{\partial C_0(n)}{\partial n} = \frac{ez}{i} \times q^{-n} \times \ln q - \frac{RE}{q^n} \times \ln q$$

(142) Lösung Aufgabe 184 Unsichere Zahlungsüberschüsse

- a) Ermittlung der Eintrittswahrscheinlichkeit vor Steuern

Bei dem gegebenen Zahlungsvektor und einem Kapitalmarktzins von 10% beträgt  $\phi$  vor Steuern

$$\begin{aligned} C_0 &= 0 = -90\,000 + \frac{33\,000}{1,1} + \frac{36\,300}{1,1^2} + \frac{\phi \times 43\,923 + (1 - \phi) \times 35\,937}{1,1^3} \\ 0 &= -90\,000 + \frac{33\,000}{1,1} + \frac{36\,300}{1,1^2} + \frac{\phi \times 7\,986 + 35\,937}{1,1^3} \\ 0 &= -90\,000 + \frac{33\,000}{1,1} + \frac{36\,300}{1,1^2} + \frac{35\,937}{1,1^3} + \frac{\phi \times 7\,986}{1,1^3} \\ \phi &= \frac{\left[ -90\,000 + \frac{33\,000}{1,1} + \frac{36\,300}{1,1^2} + \frac{35\,937}{1,1^3} \right] \times 1,1^3}{-7\,986} = 0,5. \end{aligned}$$

- b) Ermittlung der Eintrittswahrscheinlichkeit vor Steuern

Der Steuersatz beträgt 40%. Der Rechnungszins nach Steuern beträgt 6%. Für die Ermittlung der steuerlichen Bemessungsgrundlage muss die jährliche Abschreibung determiniert werden. Diese beträgt:

$$AfA = \frac{90\,000}{3} = 30\,000$$



Die Eintrittswahrscheinlichkeit sinkt nach Steuern auf:

$$\begin{aligned}
 C_{0,s} &= -90\,000 + \frac{33\,000 - 0,4 \times 3\,000}{1,06} + \frac{36\,300 - 0,4 \times 6\,300}{1,06^2} \\
 &\quad + \frac{\phi \times (43\,923 - 0,4 \times 13\,923) + (1 - \phi) \times (35\,937 - 0,4 \times 5\,937)}{1,06^3} \\
 0 &= -90\,000 + \frac{31\,800}{1,06} + \frac{33\,780}{1,06^2} + \frac{\phi \times 4\,791,60 + 33\,562,20}{1,06^3} \\
 0 &= -90\,000 + \frac{31\,800}{1,06} + \frac{33\,780}{1,06^2} + \frac{33\,562,20}{1,06^3} + \frac{\phi \times 4\,791,60}{1,06^3} \\
 \phi &= \frac{\left[ -90\,000 + \frac{31\,800}{1,06} + \frac{33\,780}{1,06^2} + \frac{33\,562,20}{1,06^3} \right] \times 1,06^3}{-4\,791,60} = 0,4366.
 \end{aligned}$$

c) *Wirkung der Besteuerung*

Zur Bestimmung der Wirkung der Besteuerung ist der Kapitalwert vor Steuern mit der im Fall nach Steuern ermittelten Eintrittswahrscheinlichkeit zu berechnen. Dieser ergibt bei  $\phi = 0,4366$ :

$$\begin{aligned}
 C_0 &= -90\,000 + \frac{33\,000}{1,1} + \frac{36\,300}{1,1^2} + \frac{0,4366 \times 43\,923 + (1 - 0,4366) \times 35\,937}{1,1^3} \\
 &= -380,40.
 \end{aligned}$$

Die Besteuerung wirkt nicht benachteiligend, da bei gleicher Wahrscheinlichkeit ( $\phi = 0,4366$ ) der Kapitalwert vor Steuern negativ ist. Das bedeutet, dass ausgehend von einer Eintrittswahrscheinlichkeit von  $\phi = 0,4366$  vor Steuern ein negativer Kapitalwert resultiert und der Kapitalwert nach Steuern bei gleicher Eintrittswahrscheinlichkeit auf null steigt (und eben nicht fällt).

(142) **Lösung Aufgabe 185** Wahr oder falsch?

1. *wahr* | Individuelle Risikoeinstellungen oder Nutzenfunktionen spielen hier keine Rolle.
2. *wahr* | In diesem Fall spielt die individuelle Risikoeinstellung eine Rolle.
3. *falsch* | Weniger restriktiv als die absolute Dominanz ist die Zustandsdominanz.
4. *wahr* | Es handelt sich dabei um eine sehr strikte Entscheidungsregel.
5. *wahr* | Sofern keine Dominanz besteht, kann auch keine Entscheidung getroffen werden.
6. *wahr* | Sofern keine Dominanz besteht, kann auch keine Entscheidung getroffen werden. Eine Entscheidungsfindung auf Basis von allgemeinen statistischen Lage- und Streuungsparametern stellt eine andere Möglichkeit dar.
7. *wahr* | Grundsätzlich können alle Verteilungsparameter zur Bildung von Präferenzwerten herangezogen werden.
8. *falsch* | Im Vergleich zum Mittelwert ist der Median weniger sensitiv in Bezug auf Ausreißer.
9. *wahr* | Der Modalwert wird auch als Modus bezeichnet.



10. *wahr* | Die Simulation ist neben der analytischen Risikoanalyse eine weitere Methode der Risikohandhabung.
11. *wahr* | Gefragt ist, welche Auswirkungen die Schwankungen der Einflussgrößen auf die Zielgröße haben.

(143) **Lösung Aufgabe 186** Fernweh AG

a) *Kapitalwert bei Leasing*

<i>t</i>	0	1	2
<i>Einmalbetrag</i>	-400		
<i>Leasingrate</i>		-1 200	-1 200
<i>Wartung</i>		-250	-250
<i>Sprit</i>		-600	-600
<i>Umsatzerlöse</i>		2 400	2 400
<i>Summe</i>	-400	350	350

Der Kapitalwert vor Steuern beträgt:

$$C_0 = -400 + \frac{350}{1,1} + \frac{350}{1,1^2} = 207,44$$

b) *Änderung des Kerosinpreises*

Gesucht ist der Kerosinpreis pro Liter, der zu einem Kapitalwert von null führt. Es muss gelten (Werte in tausend):

$$C_0 = 207,44 - \frac{x}{1,1^2} \stackrel{!}{=} 0$$

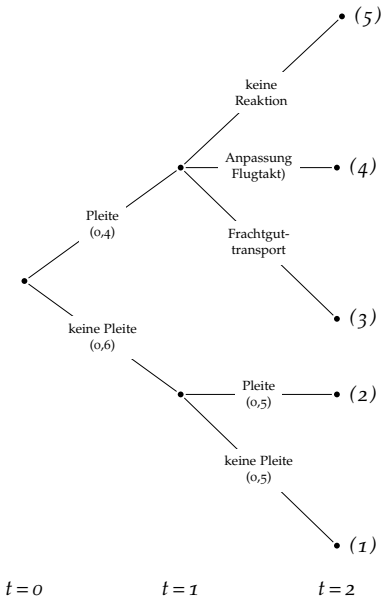
$$x = \frac{207,44 \times 1,1^2}{400} = 0,6275$$

Der Kerosinpreis darf maximal 0,6275 EUR/Liter steigen.

c) *Entscheidungsbaum und Entscheidung unter Unsicherheit*

- *Entscheidungsbaum*





- (1) Etzel geht weder in  $t=0$  noch in  $t=1$  Pleite  
Das Ergebnis entspricht dem unter Aufgabenteil a).

$t$	0	1	2
Einmalbetrag	-400		
Leasingrate		-1 200	-1 200
Wartung		-250	-250
Sprit		-600	-600
Umsatzerlöse		2 400	2 400
Summe	-400	350	350

Der Kapitalwert vor Steuern beträgt:

$$C_0 = -400 + \frac{350}{1,1} + \frac{350}{1,1^2} = 207,44$$

- (2) Etzel geht in  $t=2$  Pleite  
Wenn Etzel in  $t=2$  Pleite geht, existiert keine Reaktionsmöglichkeit mehr.

$t$	0	1	2
Einmalbetrag	-400		
Leasingrate		-1 200	-1 200
Wartung		-250	-250
Sprit		-600	-600
Umsatzerlöse		2 400	1 920
Summe	-400	350	-130

Der Kapitalwert vor Steuern beträgt:

$$C_0 = -400 + \frac{350}{1,1} - \frac{130}{1,1^2} = -189,26$$

- (3) Etzel geht in  $t=0$  Pleite, die Lagerhalle wird gebaut und es wird Frachtgut transportiert

$t$	0	1	2
Einmalbetrag	-400		
Lagerhalle		-200	500
Leasingrate		-1 200	-1 200
Wartung		-250	-250
Sprit		-600	-600
Umsatzerlöse		1 920	1 920
Summe	-400	-330	370

Der Kapitalwert vor Steuern beträgt:

$$C_0 = -400 - \frac{330}{1,1} + \frac{370}{1,1^2} = -394,21$$

- (4) Etzel geht in  $t=0$  Pleite, der Flugtakt wird geändert  
Die Kerosineinsparungen in  $t=2$  betragen ( $800 \times 1,5 =$ ) 1 200 EUR.

$t$	0	1	2
Einmalbetrag	-400	0	0
Leasingrate		-1 200	-1 200
Wartung		-250	-200
Sprit		-600	-480
Umsatzerlöse		1 920	1 920
Summe	-400	-130	40

Der Kapitalwert vor Steuern beträgt:

$$C_0 = -400 - \frac{130}{1,1} + \frac{40}{1,1^2} = -485,12$$

- (5) Etzel geht in  $t=0$  Pleite; keine Änderung des Flugtakts,  
kein Bau der Lagerhalle

$t$	0	1	2
Einmalbetrag	-400	0	0
Leasingrate		-1 200	-1 200
Wartung		-250	-250
Sprit		-600	-600
Umsatzerlöse		1 920	1 920
Summe	-400	-130	-130



Der Kapitalwert vor Steuern beträgt:

$$C_0 = -400 - \frac{130}{1,1} - \frac{130}{1,1^2} = -625,62$$

- (6) *Der Airbus wird nicht geleast*  
Der Kapitalwert in diesem Fall beträgt 0.

- *Entscheidung*

Im Fall, dass Etzel Pleite geht, ist die beste Entscheidung (maximaler Kapitalwert aus (5), (4) und (3)) die Lagerhalle zu bauen und das Frachtgut zu transportieren. Damit wird mit einer Wahrscheinlichkeit von 40% ein Kapitalwert von  $-394,21$  TEUR verwirklicht.

Im Fall, dass Etzel in  $t=1$  nicht Pleite geht, resultiert mit einer Wahrscheinlichkeit von  $(0,6 \times 0,5 =)$  30% ein Kapitalwert von 207,44 TEUR und mit einer Wahrscheinlichkeit von 30% ein Kapitalwert von  $-189,26$  TEUR. Insgesamt ergibt sich dann ein erwarteter Kapitalwert im Fall, dass der Leasingvertrag unterzeichnet wird, von:

$$EW(C_0) = 0,4 \times -394,21 + 0,3 \times 207,44 + 0,3 \times -189,26 = -152,23$$

Da der Kapitalwert bei Nichtunterzeichnung des Vertrags null beträgt, wird der Leasingvertrag nicht unterzeichnet.



## (145) Lösung Aufgabe 187 Investitionsrechnung unter Unsicherheit

## a) Beurteilung des Liquiditätsrisikos

Grundsätzlich besteht für jeden Zeitpunkt  $t > 0$  ein Liquiditätsrisiko, da die Zahlen in diesen Zeitpunkten nicht sicher sind. Ein klassisches Liquiditätsrisiko liegt immer dann vor, wenn die Zahlungsüberschüsse nicht ausreichen, um allen (Aus)Zahlungsverpflichtungen  $AZ_t$  nachzukommen. Da in jeder Periode mit anderen Zahlungsüberschüssen zu rechnen ist, muss eine Fallunterscheidung vorgenommen werden. Dabei ist die Frage zu beantworten, wie hoch die Zahlungsverpflichtungen maximal sein dürfen.

- $t = 0$

Das Liquiditätsrisiko in  $t = 0$  kann ausgeschlossen werden, wenn die Zahlungsverpflichtungen den Einzahlungen entsprechen bzw. niedriger sind. Demnach müssten die Auszahlungsverpflichtungen  $AZ_0 \leq 100$  betragen, damit das Liquiditätsrisiko ausgeschlossen ist.

- $t = 1$

In  $t = 1$  können Einzahlungen i. H. v. 110 bzw. 90 resultieren. Es besteht mit Sicherheit kein Liquiditätsrisiko, wenn die Zahlungsverpflichtungen  $AZ_1 \leq 90$  betragen. Ein Liquiditätsrisiko besteht im Fall  $90 < AZ_1 \leq 110$ .

- $t = 2$

Es besteht kein Liquiditätsrisiko wenn  $AZ_2 \leq 70$ . Ein Risiko besteht im Fall  $70 < AZ_2 \leq 130$ .

- $t = 3$

Es besteht kein Liquiditätsrisiko wenn  $AZ_3 \leq 50$ . Ein Risiko besteht im Fall  $50 < AZ_3 \leq 150$ .

b) Ermittlung der Wahrscheinlichkeit  $p_d$  und der Erwartungswerte der Zahlungsüberschüsse• Ermittlung der Wahrscheinlichkeit  $p_d$ 

$$p_d = 1 - p_u = 1 - 0,2 = 0,8$$

## • Erwartete Zahlungsüberschüsse

Die erwarteten Zahlungsüberschüsse  $E[Z_t]$  ergeben in den einzelnen Perioden:

$$E[Z_0] = 100$$

$$E[Z_1] = 0,2 \times 110 + 90 \times 0,8 = 94$$

$$E[Z_2] = 0,2^2 \times 130 + 2 \times 0,2 \times 0,8 \times 105 + 0,8^2 \times 70 = 83,60$$

$$E[Z_3] = 0,2^3 \times 150 + 3 \times 0,2^2 \times 0,8 \times 115 + 3 \times 0,2 \times 0,8^2 \times 85 + 0,8^3 \times 50 = 70,48$$





c) *Ermittlung des Unternehmenswerts*

Die mit  $i = 10\%$  diskontierten Erwartungswerte aus Aufgabenteil b) ergeben den Unternehmenswert unter Unsicherheit

$$UW^{Risiko} = 100 + \frac{94}{1 + 0,1} + \frac{83,6}{(1 + 0,1)^2} + \frac{70,48}{(1 + 0,1)^3} = 307,50$$

Verwendet wird der risikoäquivalente Diskontierungssatz, da die Unterlassungsalternative derselben »Risikoklasse« unterliegen muss wie die zu beurteilende Investitionsalternative. Das Risiko in riskanten Alternativenanlagen wird durch einen Risikozuschlag zum risikolosen Zins abgebildet. Würde man den nicht risikoadjustierten Zins verwenden, wären die Renditeanforderungen an die zu beurteilende Investitionsalternative ungerechtfertigt hoch.

Wird angenommen, dass die unter b) ermittelten Zahlungen sicher sind, ist auch für die Unterlassungsalternative Sicherheit zu unterstellen und der risikolose Zinssatz als Referenzzinssatz zu verwenden. Der Unternehmenswert ergibt jetzt:

$$UW^{sicher} = 100 + \frac{94}{1 + 0,05} + \frac{83,6}{(1 + 0,05)^2} + \frac{70,48}{(1 + 0,05)^3} = 326,23$$

d) *Einfluss der Steuer auf den Unternehmenswert*

Durch die Einbeziehung einer einfach Gewinnsteuer ergeben sich zwei Anpassungen für den Bewerter. Einerseits werden die Zahlungen nun durch Steuern gemindert, was zu einer Reduktion des Zählers führt und andererseits werden die Kapitalkosten um den Steuersatz korrigiert, was auch diesen mindert. Die erstere Anpassung hat für gewöhnlich eine Minderung des Unternehmenswerts zur Folge während letztere Anpassung zu einer Erhöhung des Unternehmenswerts führt. Unter einfachen Annahmen lassen sich die Steuern jedoch herauskürzen und der Unternehmenswert bleibt konstant.

(146) **Lösung Aufgabe 188** *Grenzpreisermittlung unter Unsicherheit*a) *Diskontierungszinssatz*

Für die Berechnung des Grenzpreises ist der risikolose Zinssatz zu wählen, da die Zahlungsüberschüsse ebenfalls sicher sind. Der risikolose Zinssatz kann durch die Rendite einer (deutschen) Staatsanleihe approximiert werden. Ein realistischer Zinssatz liegt gerade (2019) zwischen 0% und 1%.

b) *Grenzpreis vor Steuern unter Sicherheit*

Wir definieren die Wachstumsrate als  $g = 1 + w = 1,06$  und den Abzinsungsfaktor als  $q = 1 + i = 1,01$ . Dann gilt

$$\begin{aligned} GP^{sicher} &= 100\,000 + \frac{100\,000 \times w}{q} + \frac{100\,000 \times w^2}{q^2} + \frac{100\,000 \times w^3}{q^3} + \frac{100\,000 \times w^4}{q^4} \\ &= 100\,000 \times \left( 1 + \frac{w}{q} + \frac{w^2}{q^2} + \frac{w^3}{q^3} + \frac{w^4}{q^4} \right) \end{aligned}$$

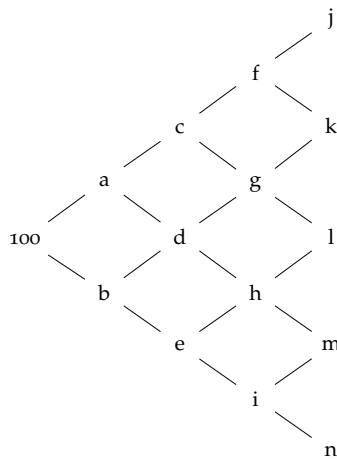
$$= 100\,000 \times \left( 1 + \frac{1,06}{1,01} + \frac{1,06^2}{1,01^2} + \frac{1,06^3}{1,01^3} + \frac{1,06^4}{1,01^4} \right) = 552\,016,95.$$

Der Vorstand würde einen maximalen Preis von 552 016,95 EUR akzeptieren, da er bei diesem Preis indifferent zwischen Kauf und Unterlassung wäre. Sofern der Verkäufer lediglich 400 000 EUR verlangt, würde der Vorstand das Stadion kaufen.

Der Rentenbarwertfaktor einer nachschüssigen wachsenden Reihe kann hier nicht verwendet werden, da gilt:  $w > i$ .

c) *Binomialbaum*

Darstellung des Binomialbaums und Ermittlung der Zahlungsüberschüsse in den einzelnen Knotenpunkten:



$$a = 100\,000 \times 1,04 = 104\,000$$

$$b = 100\,000 \times 0,95 = 95\,000$$

$$c = 100\,000 \times 1,04^2 = 108\,160$$

$$d = 100\,000 \times 1,04 \times 0,95 = 98\,800$$

$$e = 100\,000 \times 0,95^2 = 90\,250$$

$$f = 100\,000 \times 1,04^3 = 112\,486,4$$

$$g = 100\,000 \times 1,04^2 \times 0,95 = 102\,752,08$$

$$h = 100\,000 \times 1,04 \times 0,95^2 = 93\,860$$

$$i = 100\,000 \times 0,95^3 = 85\,737,5$$

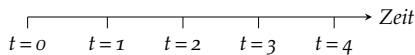
$$j = 100\,000 \times 1,04^4 = 116\,985,86$$

$$k = 100\,000 \times 1,04^3 \times 0,95 = 106\,862,08$$

$$l = 100\,000 \times 1,04^2 \times 0,95^2 = 97\,614$$

$$m = 100\,000 \times 1,04^3 \times 0,95 = 89\,167$$

$$n = 100\,000 \times 1,04^4 = 81\,450,63$$



d) *Grenzpreis vor Steuern*

- *Ermittlung der Erwartungswerte in den einzelnen Zeitpunkten*

$$EW_0 = 100\,000$$

$$EW_1 = 104\,000 \times 0,4 + 95\,000 \times 0,6 = 98\,600$$

$$EW_2 = 108\,160 \times 0,4^2 + 98\,800 \times 0,4 \times 0,6 \times 2 + 90\,250 \times 0,6^2 = 97\,219,6$$

$$EW_3 = 112\,486,4 \times 0,4^3 + 102\,752 \times 0,4^2 \times 0,6 \times 3 + 93\,860 \times 0,4 \times 0,6^2 \times 3 + 85\,737,5 \times 0,6^3 = 95\,858,53$$

$$EW_4 = 116\,985,86 \times 0,4^4 + 106\,862,08 \times 0,4^3 \times 0,6 \times 4 + 97\,614,4 \times 0,4^2 \times 0,6^2 \times 6 + 89\,167 \times 0,4 \times 0,6^3 \times 4 + 81\,450,63 \times 0,6^4 = 94\,516,51$$



- Ermittlung des Grenzpreises (Unternehmenswerts = UW)

$$UW^{\text{Risiko}} = 100\,000 + \frac{98\,600}{1,08} + \frac{97\,219,6}{1,08^2} + \frac{95\,858,53}{1,08^3} + \frac{94\,516,51}{1,08^4} = 420\,214,48$$

- e) Grenzpreise in bestimmten Situationen

- Best cases

Die Knotenpunkte, in denen der Vorstand das Stadion kaufen würde, wären z. B. die Punkte  $j$  und  $k$  (best cases). Wenn  $u$  jeweils eine Aufwärtsbewegung (up) und  $d$  jeweils eine Abwärtsbewegung (down) darstellt, dann betragen die Wahrscheinlichkeiten, dass die Knotenpunkte  $j$  bzw.  $k$  erreicht werden:

Best	Knoten	Kombination	Wahrscheinlichkeit
1	$j$	$u-u-u-u$	$0,4^4 = 0,0256$
2	$k$	$u-u-u-d$	$0,4^3 \times 0,6 = 0,0384$

Die zugehörigen Unternehmenswerte betragen:

$$UW^j = 100\,000 + \frac{104\,000}{1,08} + \frac{108\,160}{1,08^2} + \frac{112\,486,4}{1,08^3} + \frac{116\,985,86}{1,08^4} = 464\,309,49$$

$$UW^k = 100\,000 + \frac{104\,000}{1,08} + \frac{108\,160}{1,08^2} + \frac{112\,486,4}{1,08^3} + \frac{106\,862,08}{1,08^4} = 456\,868,21$$

- Worst cases

Endknotenpunkte, in denen der Vorstand nicht kaufen würde, wären z. B.  $m$  und  $n$  (worst cases). Die Eintrittswahrscheinlichkeiten dafür betragen:

Best	Knoten	Kombination	Wahrscheinlichkeit
1	$m$	$d-d-d-d$	$0,6^4 = 0,1296$
2	$n$	$d-d-d-u$	$0,6^3 \times 0,4 = 0,0864$

Die zugehörigen Unternehmenswerte betragen:

$$UW^m = 100\,000 + \frac{95\,000}{1,08} + \frac{90\,250}{1,08^2} + \frac{85\,737,50}{1,08^3} + \frac{81\,450,63}{1,08^4} = 393\,267,63$$

$$UW^n = 100\,000 + \frac{95\,000}{1,08} + \frac{90\,250}{1,08^2} + \frac{85\,737,50}{1,08^3} + \frac{89\,167}{1,08^4} = 398\,939,39$$

### (147) Lösung Aufgabe 189 Mode AG

- a) Verwendete Methode zur Berücksichtigung des Risikos

Es empfiehlt sich die Durchführung einer Sensitivitätsanalyse, um den Korridor zu bestimmen, in dem sich die Ergebnisse bewegen. Dazu ist zumindest der schlecht möglichste Wert und der best mögliche Wert zu ermitteln.

- b) Ermittlung der Bandbreite

- Ermittlung des schlechtesten Werts

Zur Ermittlung des niedrigst möglichen Kapitalwerts sind jeweils die schlechtesten Werte der einzelnen Parameter zu wählen. Dies führt zu:



Anschaffungskosten = -18 000 EUR, Preis pro Stück = 5 EUR, variable Kosten pro Stück = 8 EUR, Menge = 1 700 Stück, Laufzeit n = 6 Jahre. Ermittlung des Kapitalwerts:

$$C_0 = -18\,000 + (5 - 8) \times 1\,700 \times \frac{1,08^6 - 1}{0,08 \times 1,08^6} = -41\,576,69$$

- *Ermittlung des besten Werts*

Ausgangsparameter: Anschaffungskosten = -12 000 EUR, Preis pro Stück = 8 EUR, variable Kosten pro Stück = 2 EUR, Menge = 1 700 Stück, Laufzeit n = 6 Jahre. Ermittlung des Kapitalwerts:

$$C_0 = -12\,000 + (8 - 2) \times 1\,700 \times \frac{1,08^6 - 1}{0,08 \times 1,08^6} = 35\,153,37$$

- *Ermittlung eines Durchschnittswertes*

Ausgangsparameter (jeweils der Mittelwert der Ausprägungen):

$$\varnothing \text{ Anschaffungskosten} = \frac{-12\,000 - 15\,000 - 18\,000}{3} = -15\,000 \text{ EUR}$$

$$\varnothing \text{ Preis pro Stück} = \frac{5 + 6 + 7 + 8}{4} = 6,5 \text{ EUR}$$

$$\varnothing \text{ variable Kosten pro Stück} = \frac{2 + 4 + 6 + 8}{4} = 5 \text{ EUR}$$

$$\varnothing \text{ Menge} = \frac{1\,000 + 1\,200 + 1\,500 + 1\,700}{4} = 1\,350 \text{ Stück}$$

$$\varnothing \text{ Laufzeit} = \frac{4 + 6}{2} = 5 \text{ Jahre}$$

Ermittlung des Kapitalwerts:

$$C_0 = -15\,000 + (6,5 - 5) \times 1\,350 \times \frac{1,08^5 - 1}{0,08 \times 1,08^5} = -6\,914,76$$

- c) *Graphische Darstellung*

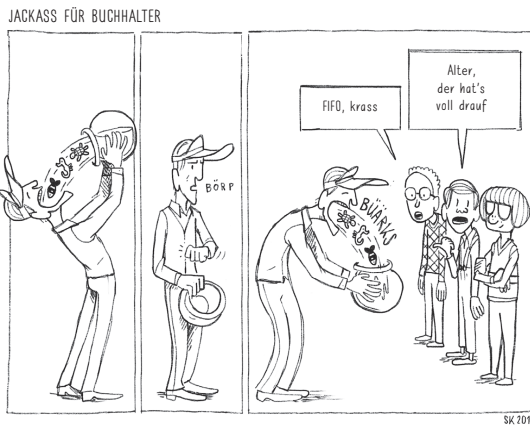
Erstellung eines Risikoprofils der Zielwertverteilung.



TEIL V

LÖSUNGEN DER  
ÜBUNGSKLAUSUREN





Quelle: Schanz, Sebastian/Koschmieder, Simon (2014): *Humoristische Zeichnungen zum Betrieblichen Rechnungswesen*, Selbstverlag, Bayreuth, ISBN 978-3-00-047631-0, Seite 18.



# LÖSUNG ÜBUNGSKLAUSUR 1



(151) **Lösung Aufgabe 1 Zinsrechnung** (15 Punkte)

a) *Berechnung der Kontokorrentzinsen*

1) *act/365 Methode*

Im Mai wird der Kredit 19 Tage in Anspruch genommen, im Juni 14 Tage. Die Zinsen betragen demnach

$$\text{Zinsen} = 1\,000 \times 0,15 \times \frac{33}{365} = 13,56 \text{ EUR}$$

2) *act/360 Methode* Im Mai wird der Kredit 19 Tage in Anspruch genommen, im Juni 14 Tage. Die Zinsen betragen demnach

$$\text{Zinsen} = 1\,000 \times 0,15 \times \frac{33}{360} = 13,75 \text{ EUR}$$

3) *30/360 Methode*

Im Mai wird der Kredit 18 Tage in Anspruch genommen, im Juni 14 Tage. Die Zinsen betragen demnach

$$\text{Zinsen} = 1\,000 \times 0,15 \times \frac{32}{360} = 13,33 \text{ EUR}$$

b) *Zeitraum, in dem sich das Kapital verdoppelt*

Es muss gelten

$$200 \stackrel{!}{=} 100 \times 1,05^n$$

Auflösen nach n ergibt

$$n = \frac{\ln\left(\frac{200}{100}\right)}{\ln 1,05} = 14,21 \text{ Jahre}$$

c) *Ereignisfrist und Beginnfrist*

Ereignis- und Beginnfristen sind im Bürgerlichen Gesetzbuch geregelt. Es geht dabei um den Beginn und das Ende einer Frist. Nach § 187 Abs. 1 BGB wird bei einer *Ereignisfrist* der Tag, in den das Ereignis fällt, nicht mitberücksichtigt. Das ist in der Regel bei der Aufnahme von Darlehen der Fall. Das bedeutet, dass der Tag, an dem das Darlehen ausbezahlt wird, nicht in den Zinslauf eingeht. Korrespondierend wird der Tag, an dem das Darlehen zurückbezahlt wird, mitgerechnet.

Bei *Beginnfristen* wird der Tag, in den das Ereignis fällt, mitgezählt (§ 187 Abs. 2 BGB). Das ist z. B. bei der Berechnung des Lebenszeitalters der Fall. Wenn jemand am 1. 1. 2019 geboren wird, dann vollendet er mit Ablauf des 31. 12. 2019 das erste Lebensjahr.

## (151) Lösung Aufgabe 2 Tilgungsrechnung (30 Punkte)

- a) Barwert der Rente und Veräußerungsgewinn

Der Barwert der nachschüssigen Rente beträgt

$$BW = 25 \times \frac{1,05^{20} - 1}{0,05 \times 1,05^{20}} = 311,56.$$

Der Veräußerungsgewinn ergibt sich aus dem Buchwert des Unternehmens, der hier dem Eigenkapital entspricht, und dem Barwert der Rente

$$\text{Veräußerungsgewinn} = 311,56 - 150 = 161,56.$$

- b) Ermittlung der Steuerzahlung auf den Veräußerungsgewinn

Die Summe der nicht diskontierten Steuerzahlungen ist unabhängig davon, ob Lühse die Sofort- oder Zuflussversteuerung wählt und beträgt

$$\text{Steuern} = 0,4 \times 161,56 = 64,62$$

- c) Ermittlung der Periode, in der die kumulierten Tilgungszahlungen den Buchwert übersteigen

Die kumulierten Tilgungszahlungen werden auf Basis des Tilgungsanteils in der ersten Periode berechnet. Dieser beträgt

$$TILA_1 = 25 - 0,05 \times 311,56 = 9,42$$

Die Periode, in der die kumulierten Tilgungszahlungen den Buchwert des Eigenkapitals übersteigen, ist

$$\begin{aligned} n^* &= 150 - 9,42 \times \frac{1,05^n - 1}{0,05} = 0 \\ 1,05^n &= \frac{150 \times 0,05}{9,42} + 1 \\ n^* &= \frac{\ln\left(\frac{150 \times 0,05}{9,42} + 1\right)}{\ln 1,05} = 12,00. \end{aligned}$$

Im 12. (bzw. bei nicht gerundeten Werten im 13.) Jahr übersteigt die Summe der Tilgungszahlungen den Buchwert von 150 TEUR.

- d) Ermittlung der Steuerzahlung in
- $t=15$

Da die Tilgungszahlungen in der 12. Periode den Buchwert übersteigen, stellt der Tilgungsanteil in  $t=15$  ein Teil des Veräußerungsgewinns dar, der zu versteuern ist

$$\text{Steuern auf den Tilgungsanteil} = 9,42 \times 1,05^{14} \times 0,4 = 7,46.$$

Zusätzlich sind die Zinserträge steuerpflichtig. Die Steuern darauf betragen

$$\text{Steuern auf die Zinsen} = (25 - 9,42 \times 1,05^{14}) \times 0,4 = 2,54.$$

Insgesamt beträgt die Steuerzahlung 10 EUR und entspricht der Steuerzahlung auf die gesamte Rentenzahlung ( $25 \times 0,4 = 10$ ).





**(152) Lösung Aufgabe 3 Ertragswertrechnung (15 Punkte)****a) Ertragswert und Ertragswertabschreibung**

Der Ertragswert in  $t$  ergibt sich aus der Diskontierung der verbleibenden Zahlungsüberschüsse ab  $t+1$  bis zum Planungshorizont während die Ertragswertabschreibung die Veränderung der Ertragswerte von  $t-1$  nach  $t$  angibt:

$t$	0	1	2	3	4
$Z_t$		2 600	-600	2 500	3 300
$EW_t$	(6 000)	(4 000)	(5 000)	(3 000)	(0)
$EWA_t$	-	(2 000)	(-1 000)	(2 000)	(3 000)

**b) Ökonomischer Gewinn**

Der ökonomische Gewinn als periodenuniforme Größe ergibt sich aus der Verzinsung des Ertragswerts in  $t=0$

$$\ddot{G}_t = EW_0 \times i = 6\,000 \times 0,1 = 600.$$

**c) Bestand liquider Mittel am Ende des Planungshorizonts**

Der Bestand an liquiden Mitteln einer Periode ergibt sich aus der Kapitalmarktanlage der Vorperiode zzgl. der Zahlungen und der Zinsen der Periode abzüglich der Entnahmen i. H. d. ökonomischen Gewinns. Es zeigt sich, dass die liquiden Mittel am Ende des Planungshorizont dem Ertragswert in  $t=0$  entsprechen.

$t$	0	1	2	3	4
$Z_t$		2 600	-600	2 500	3 300
$EW_t$	(6 000)	(4 000)	(5 000)	(3 000)	0
$EWA_t$	0	(2 000)	(-1 000)	(2 000)	(3 000)
$Ent_t$		-600	-600	-600	-600
$KMA_t$		[2 000]	[1 000]	[3 000]	[6 000]
$i \times KMA_{t-1}$		0	200	100	300

**d) Nachweis der Konstanz des Ertragswerts in jeder Periode**

Der Ertragswert insgesamt ergibt sich aus den liquiden Mitteln der Periode in Form der Kapitalmarktanlage zzgl. des Ertragswert der künftigen Zahlungsüberschüsse.

$t$	0	1	2	3	4
$EW_t$	(6 000)	(4 000)	(5 000)	(3 000)	(0)
$KMA_t$		2 000	1 000	3 000	6 000
$EW_t^{gesamt}$	(6 000)	(6 000)	(6 000)	(6 000)	(6 000)

**e) Vermögensbegriff**

Der Vermögensbegriff, der dem ökonomischen Gewinn zugrunde liegt ist rein zahlungsorientiert. Vermögen ist demnach der Ertragswert künftiger Zahlungen. Der handelsrechtliche Vermögensbegriff basiert auf der Summe einzelner Vermögensgegenstände.

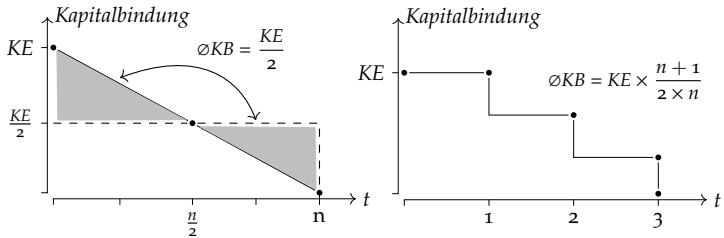




(153) **Lösung Aufgabe 1** Profitabilitätsrechnung (20 Punkte)

a) *Darstellung der Kapitalbindungsverläufe*

Bei einfacher Kapitalbindung wird angenommen, dass die Kapitalbindung linear abnimmt (linkes Schaubild). Der stufenförmige Kapitalbindungsverlauf entspricht der buchhalterischen Kapitalbindung (rechtes Schaubild). Hier wird angenommen, dass die Kapitalbindung nur zu den Zeitpunkten der Abschreibung jeweils am Ende des Geschäftsjahres abnimmt und im Verlauf der jeweiligen Geschäftsjahre konstant bleibt.



b) *Berechnung der Anschaffungskosten*

Gesucht ist der Kapitaleinsatz in  $t = 0$ . Es muss gelten

$$KD = \varnothing KB \times i + \frac{KE}{n}$$

Beim stufenförmigen Verlauf der Kapitalbindung beträgt die durchschnittliche Kapitalbindung

$$\varnothing KB = KE \times \frac{n+1}{2 \times n} \times i.$$

Entsprechend gilt

$$KD = KE \times \frac{n+1}{2 \times n} \times i + \frac{KE}{n}.$$

Nach Einsetzen der gegebenen Werte erhält man

$$26\,000 = KE \times \frac{6}{10} \times 0,1 + \frac{KE}{5}$$

$$260\,000 = 0,6 \times KE + 2 \times KE \rightarrow KE = 100\,000$$

c) *Gewinnvergleichsrechnung*

Bei der Gewinnvergleichsrechnung werden Hilfsgrößen (Erträge und Aufwendungen) für die Entscheidungsfindung herangezogen. Der einzige Unterschied zwischen der einfachen und stufenförmigen Kapitalbindung

besteht in der Höhe der kalkulatorischen Zinsen. Alle anderen Positionen sind identisch. Der Gewinn vor Abzug der kalkulatorischen Zinsen beträgt:

	EUR
Umsatzerlöse ( $90 \times 10\,000 =$ )	900 000
./. variable Kosten ( $75 \times 10\,000$ )	750 000
./. fixe Kosten	124 500
./. Abschreibung ( $\frac{100\,000}{5} =$ )	20 000
= Gewinn vor kalkulatorischen Zinsen	5 500

Die kalkulatorischen Zinsen bei einfacher Kapitalbindung betragen  $\frac{100\,000}{2} \times 0,1 = 5\,000$ . Der Gewinn nach kalkulatorischen Zinsen beträgt demnach 500 EUR.

Die kalkulatorischen Zinsen bei stufenförmiger Kapitalbindung betragen  $100\,000 \times \frac{5+1}{2 \times 5} \times 0,1 = 6\,000$ . Der Gewinn nach kalkulatorischen Zinsen beträgt demnach -500 EUR.

d) *Annuitätenmethode*

Bei der Annuitätenmethode werden die Anschaffungskosten in eine Rente umgerechnet, die Zins und Tilgung enthält. Die Annuität beträgt hier

$$\begin{aligned} Ann &= 100\,000 \times \frac{i \times (1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \\ &= 100\,000 \times \frac{0,1 \times (1+0,1)^5}{(1+0,1)^5 - 1} = 26\,379,75 \end{aligned}$$

Der Gewinn beträgt demnach

$$Gewinn = 900\,000 - 750\,000 - 124\,500 - 26\,379,75 = -879,75 \text{ EUR}$$

e) *Unterschiede*

Bei beiden Methoden geht es um die Ermittlung des Kapitaldienstes. Die ökonomisch korrekte Ermittlung von Zins und Tilgung erfolgt durch die Zerlegung der Anschaffungsauszahlung in Annuitäten. Die Bestimmung des Kapitaldienstes nach der stufenförmigen Kapitalbindung stellt eine Näherungslösung zur Annuitätenmethode dar. Die Differenz der Gewinne bei Berechnung des Kapitaldienstes bei stufenförmigen Verlauf der Kapitalbindung und der Annuitätenmethode beträgt 380 EUR und die Differenz der Gewinne bei Berechnung des Kapitaldienstes nach der Annuitätenmethode bzw. einfachem Verlauf der Kapitalbindung 1 379,75 EUR.



(154) **Lösung Aufgabe 2** Grundlagen der Investitionsrechnung (20 Punkte)

## a) Ermittlung der Vorteilhaftigkeitskriterien

- Kapitalwert

$$C_0 = -120 + \frac{44}{1,1} + \frac{50}{1,1^2} + \frac{72}{1,1^3} = 15,42$$

- Endvermögen

$$V_n = (C_0 + A_0) \times q^n = (15,42 + 120) \times 1,1^3 = 180,24$$

- Endwert

$$EW_n = C_0 \times q^n = 15,42 \times 1,1^3 = 20,52$$

- ökonomischer Gewinn

$$\ddot{G}_t = (C_0 + A_0) \times i = (15,42 + 120) \times 0,1 = 13,54$$

Die Investition sollte durchgeführt werden, da die Durchführung im Vergleich zur Unterlassungsalternative zu einem Vermögenszuwachs im Entscheidungszeitpunkt führt. Dahinter steht die Annahme der Konsummaximierung im Entscheidungszeitpunkt. Da es sich um einen vollkommenen Kapitalmarkt handelt, beeinflussen Konsumprämissen die Vorteilhaftigkeit der Investition nicht. Es spielt daher keine Rolle welches der genannten Maße zur Beurteilung der Vorteilhaftigkeit herangezogen wird.

## b) Typen von Vorteilhaftigkeitskriterien

- Absolute und relative Vorteilhaftigkeitskriterien

Absolute Vorteilhaftigkeitskriterien liefern absolute Vermögenswerte auf Basis derer aber dann keine Entscheidung getroffen werden kann, wenn nur ein absoluter Wert vorliegt. Zum Beispiel wenn nur das Endvermögen der Durchführungsalternative vorliegt.

Relativen Vorteilhaftigkeitskriterien liefern den relativen Vermögensmehrwert im Vergleich zur Unterlassungsalternative. Sie liefern die Entscheidungsgröße direkt.

- Zuordnung
  - Kapitalwert → relatives Vorteilhaftigkeitsmaß
  - Endvermögen → absolutes Vorteilhaftigkeitsmaß
  - Endwert → relatives Vorteilhaftigkeitsmaß
  - ökonomischer Gewinn → absolutes Vorteilhaftigkeitsmaß
- Wert der Unterlassungsalternative

Das Endvermögen der Unterlassungsalternative beträgt:

$$V_n = 120 \times 1,1^3 = 159,72$$

Der ökonomische Gewinn der Unterlassungsalternative entspricht den Zinsen auf das angelegte Kapital:

$$\ddot{G} = 0,1 \times 120 = 12$$



c) *Unvollkommener Kapitalmarkt*

- *Maximaler Konsum in  $t=2$*

t	0	1	2	3
$Z_t$	-120	44	50	72
Kredit in $t=2$			60	
• Sollzinsen				-12
• Tilgung				-60
Anlage in $t=1$		-44		
• Habenzinsen			4,4	
• Rückzahlung			44	
Entnahme in $t$		0	158,4	0

- *Der Kapitalwert beträgt*

$$C_0 = -120 + \frac{158,4}{1,1^2} = 10,91$$

- *Interpretation und Beurteilung*

Der Kapitalwert drückt den relativen Vorteil zur Unterlassungsalternative im Entscheidungszeitpunkt aus, für den Fall, dass der konsumierbare Betrag in  $t=2$  maximiert werden soll.

- *Vorteilhaftigkeit und Begründung*

Da der relative Vermögensvorteil positiv ist und daher in  $t=2$  im Fall der Realisierung der Investition mehr konsumiert werden kann als bei der Unterlassungsalternative, sollte die Investition durchgeführt werden.

d) *Maximale Entnahme in  $t=0$* 

Im Fall der Durchführung der Investition muss der Konsum fremdfinanziert werden. Gesucht ist der maximale Konsumkredit in  $t=0$  der aufgenommen werden kann unter der Maßgabe, dass durch die Rückflüsse aus der Investition Zins und Tilgung aus dem Konsumkredit finanziert werden können. Die Rückzahlungen sind mit dem Sollzinssatz zu diskontieren:

$$C_0 = -120 + \frac{44}{1,2} + \frac{50}{1,2^2} + \frac{72}{1,2^3} = -6,94.$$

Der maximal konsumierbare Betrag ist  $(120 - 6,94) = 113,06$ . Da im Fall der Unterlassungsalternative 120 konsumiert werden könnten, wird die Investition nicht durchgeführt.



(155) **Lösung Aufgabe 3** *Optimale Handlungsalternative* (20 Punkte)  
*Vorteilhaftigkeit im Fall ohne Steuern*

	A	B	KMA	?
1. $r_B^B > i > r_B^A$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2. $C_0^A > SUM^B > 0$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
3. $r_B^B > r_B^A > i$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4. $C_0^{A-B} > 0$ und $C_0^A > 0$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5. $C_0^{B-A} < 0$ und $C_0^A > 0$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- Da die Baldwin-Rendite der Realinvestition B den Kapitalmarktzins übersteigt, ist Realinvestition B vorzuziehen. Ist die Baldwin-Rendite größer als der Kapitalmarktzins, ist der Kapitalwert positiv.
- Der Kapitalwert von Investition A ist zwar positiv, allerdings liegen keine Informationen über den Kapitalwert von Investition B vor. Die Informationen reichen für eine Investitionsentscheidung nicht aus. Beispiel, bei dem der Kapitalwert von Investition A größer ist als die Summe der nichtdiskontierten Zahlungsüberschüsse von B, aber der Kapitalwert von B größer ist als der Kapitalwert von A ( $i = 10\%$ ).

• *Investition A*

$t$	0	1	2	3	4	$\Sigma$
$Z_t^A$	-10	20	0	0	-11	-1

$$C_0^A = -10 + \frac{20}{1,1} - \frac{11}{1,1^4} = 0,67$$

• *Investition B*

$t$	0	1	2	3	4	$\Sigma$
$Z_t^B$	-10	20	0	0	-10,5	-0,5

$$C_0^B = -10 + \frac{20}{1,1} - \frac{10,5}{1,1^4} = 1,01$$

- Da der Kapitalmarktzins kleiner ist als die Baldwin-Rendite und zusätzlich die Baldwin-Rendite von Investition B die Baldwin-Rendite von Investition A übersteigt, ist Investition B vorteilhaft.
- Der Kapitalwert der Differenzinvestition ist positiv, zusätzlich ist der Kapitalwert von A positiv. Investition A wird durchgeführt.
- Ist der Kapitalwert von B negativ, ist A vorzuziehen. Ist der Kapitalwert von B positiv, so muss, um die Bedingung  $C_0^{B-A} < 0$  zu erfüllen, der Kapitalwert von A größer sein als der Kapitalwert von B. Investition A wird durchgeführt.





(156) **Lösung Aufgabe 1** *Investitionsrechnung mit Steuern* (20 Punkte)

a) *Grenzpreis der Investition*

Der Grenzpreis resultiert aus dem Barwert der Rückflüsse und beträgt

$$GP = 50 \times \frac{1,1^3 - 1}{0,1 \times 1,1^3} = 124,34.$$

Der Grenzpreis stellt den Preis dar, den der Käufer maximal bereit ist zu zahlen bzw. der Verkäufer mindestens verlangt.

b) *Grenzpreis nach Steuern*

Der Grenzpreis hängt von der Abschreibung ab. Formal gilt:

$$\begin{aligned} GP &= \left[ Z - s \times \left( Z - \frac{GP}{3} \right) \right] \times RBFN \\ &= \left[ Z \times (1 - s) + s \times \frac{GP}{3} \right] \times RBFN \\ &= Z \times (1 - s) \times RBFN + s \times \frac{GP}{3} \times RBFN \end{aligned}$$

$$GP - s \times \frac{GP}{3} \times RBFN = Z \times (1 - s) \times RBFN$$

$$GP \times \left( 1 - \frac{s}{3} \times RBFN \right) = Z \times (1 - s) \times RBFN$$

$$GP = \frac{Z \times (1 - s) \times RBFN}{1 - \frac{s}{3} \times RBFN}$$

Durch Einsetzen der Parameter erhält man:

$$GP = \frac{50 \times (1 - 0,5) \times \frac{1,05^3 - 1}{0,1 \times 1,05^3}}{1 - \frac{0,5}{3} \times \frac{1,05^3 - 1}{0,05 \times 1,05^3}} = 124,66$$

c) *Kapitalwert bei zinsbereinigter Einkommensteuer*

• *Kapitalwert vor Steuern*

$$C_0 = -120 + \frac{150}{1,1^3} = -7,30$$

- *Kapitalwert nach Steuern*

$t$	0	1	2	3
$Z_t$	-120	0	0	150
$AfA_t$		(-40)	(-40)	(-40)
$Ford_t$		[50]	[100]	[0]
$KB_t$	[120]	[130]	[140]	0
$i \times KB_{t-1}$		(-12)	(-13)	(-14)
$BMG_t$		(-2)	(-3)	(-4)
$S_t$		1	1,5	2
$Z_{s,t}$	-120	1	1,5	152

Der Kapitalwert nach Steuern beträgt

$$C_{0,s} = -120 + \frac{1}{1,1} + \frac{1,5}{1,1^2} + \frac{152}{1,1^3} = -3,65.$$

Zur Diskontierung wird der Zinssatz vor Steuern verwendet.

d) *Inflation*

1. *Inflationsrate und nomineller Zins*

- *Inflationsrate*

Die Inflationsrate beträgt  $\frac{60}{50} - 1 = 20\%$ .

- *nomineller Zins*

Der nominelle Zins beträgt:

$$i_{nom} = 0,1 + 0,2 + 0,1 \times 0,2 = 0,32.$$

2. *Kapitalwert vor Steuern*

$$C_0 = -120 + \frac{60}{1,32} + \frac{72}{1,32^2} + \frac{86,4}{1,32^3} = 4,34$$

3. *Kapitalwert nach Steuern*

$t$	0	1	2	3
$Z_t$		60	72	86,4
$AfA_t$		(-40)	(-40)	(-40)
$KB_t$	[80]	[40]	[0]	
$i \times KB_{t-1}$		[-38,4]	[-25,6]	[-12,8]
$BMG_t$		(-18,4)	(6,4)	(33,6)
$S_t$		9,2	-3,2	-16,8
$Z_{s,t}$	-120	69,2	68,8	69,6

$$C_{0,s} = -120 + \frac{69,2}{1,32} + \frac{68,8}{1,32^2} + \frac{69,6}{1,32^3} = 2,17$$





Trotz Inflation bleibt die Neutralität des Steuersystems gewahrt. Bei Aufgabenteil a) würde der Kapitalwert bei einer Anschaffungsauszahlung von 120 gerade 4,34 betragen. Mit und ohne Inflation beträgt der Kapitalwert nach Steuern  $(1 - s) \times C_0$ .



(157) **Lösung Aufgabe 2 Leasing** (10 Punkte)

a) *Vor- und Nachteile der Leasingfinanzierung*

- *Vorteile*
  - Bilanzeffekte: Zum Beispiel wird der Verschuldungsgrad durch eine etwaige Fremdfinanzierung nicht beeinflusst
  - Finanzierung durch Leasing ist leichter als Fremdfinanzierung.
- *Nachteile*
  - Leasingnehmer wird nicht zivilrechtlicher Eigentümer
  - Kein Kontakt zum Hersteller

b) *Kredit oder Leasing*

Bei der nachstehenden Betrachtung wird die Erlösseite vernachlässigt, da diese annahmegemäß unabhängig von der Form der Finanzierung ist.

1. *Ertragswert der Kreditfinanzierung*

Der Kapitalwert des Kredits auf dem vollkommenen (und unbeschränkten) Kapitalmarkt beträgt:

$$C_0 = 100\,000 - 100\,000 \times 0,1 \times \frac{1,1^5 - 1}{0,1 \times 1,1^5} - \frac{100\,000}{1,1^5} = 0$$

Berücksichtigt man die Anschaffungsauszahlung i. H. v. 100 000 EUR, beträgt der Ertragswert bei Kreditfinanzierung 100 000 EUR.

2. *Ertragswert der Leasingfinanzierung*

Der Ertragswert der Auszahlungen beinhaltet die Leasingraten und den Kauf zum Restbuchwert in  $t = 3$ . Der Restbuchwert in  $t = 3$  beträgt  $(100\,000 - 3 \times \frac{100\,000}{5} =) 40\,000$  EUR. Der Ertragswert in  $t = 0$  ergibt

$$EW_0 = -30\,000 \times \frac{1,1^3 - 1}{0,1 \times 1,1^3} - \frac{40\,000}{1,1^3} = -104\,658,15.$$

Die Kreditfinanzierung ist vorzuziehen.

c) *Entscheidung im Fall eines unvollkommenen Kapitalmarkts*

Die Annahme eines unvollkommenen Kapitalmarkts hat auf die Leasingfinanzierung keine Auswirkungen. Der Ertragswert bei Kreditfinanzierung verändert sich zu

$$EW_0 = -100\,000 + 100\,000 - 100\,000 \times 0,12 \times \frac{1,1^5 - 1}{0,1 \times 1,1^5} - \frac{100\,000}{1,1^5} = -107\,581,73$$

Die Leasingfinanzierung ist jetzt vorteilhaft.

d) *Ermittlung des maximalen Disagios*

Der Ertragswert bei Leasingfinanzierung beträgt  $-104\,658,15$  EUR. Der Ertragswert bei Fremdfinanzierung beträgt ohne Disagio  $100\,000$ . Durch ein Disagio muss die NiHao GmbH einen höheren Kreditbetrag aufnehmen, um die Investition in Höhe von  $100\,000$  EUR zu tätigen. Hierdurch verschlechtert sich die Vermögensposition der Kreditfinanzierung und das Leasing wird relativ gesehen vorteilhafter. Formel:

$$\begin{aligned}
 -4\,658,16 &\stackrel{!}{=} 100\,000 - \frac{100\,000}{(1-x)} \times 0,1 \frac{1,1^5 - 1}{0,1 \times 1,1^5} - \frac{100\,000}{1,1^5} \\
 -4\,658,16 \times (1-x) &= 100\,000 \times (1-x) - 100\,000 \\
 x &= \frac{4\,658,16}{104\,658,16} = 0,0445 = 4,45\%
 \end{aligned}$$

Das Disagio darf maximal  $4,45\%$  betragen.

(158) **Lösung Aufgabe 3** *Neutrale Steuersysteme*

(30 Punkte)

a) *Kapitalwert vor Steuern*

$t$	0	1	2	3
$Z_t$	-1 200	450	500	600
$RBW_t$	360	240	120	0
$TIL_t$		-120	-120	-120
$i \times RBW_{t-1}$		-36	-24	-12
$Z_t$	-840	294	356	468

$$C_0 = -840 + \frac{294}{1,1} + \frac{356}{1,1^2} + \frac{468}{1,1^3} = 73,10$$

Da es sich um einen vollkommenen Kapitalmarkt handelt, kann der Kapitalwert auch durch Diskontierung der Zahlungsreihe aus der Realinvestition ohne Berücksichtigung des Darlehens ermittelt werden. Der Kapitalwert des Darlehens beträgt null.

$$C_0 = -1\,200 + \frac{450}{1,1} + \frac{500}{1,1^2} + \frac{600}{1,1^3} = 73,10$$

Diese Vorgehensweise muss allerdings mit Erwähnung des vollkommenen Kapitalmarkts begründet werden.

b) *Kapitalwert nach Steuern*

$t$	0	1	2	3
$Z_t$	-1 200	450	500	600
$AfA_t$		(-400)	(-400)	(-400)
$RBW_t$	360	240	120	0
$TIL_t$		-120	-120	-120
$i \times RBW_{t-1}$		-36	-24	-12
$BMG_t$		[14]	[76]	[188]
$S_t$		-7	-38	-94
$Z_{s,t}$	-840	287	318	374

$$C_0 = -840 + \frac{287}{1,05} + \frac{318}{1,05^2} + \frac{374}{1,05^3} = 44,84$$

c) *Kapitalwert bei Zinsbereinigung*

Die Aufgabenstellung verlangte keine Erstellung eines vollständigen Finanzplans. Die Ermittlung des Kapitalwerts nach Steuern unter Anwendung von  $C_{0,s} = C_0 \times (1 - s)$  hätte ausgereicht.

$t$	0	1	2	3
$Z_t$	-1 200	450	500	600
$AfA_t$		(-400)	(-400)	(-400)
$RBW_t$	360	240	120	0
$TIL_t$		-120	-120	-120
$i \times RBW_{t-1}$		-36	-24	-12
$KB_t$	840	560	280	0
$i \times KB_{t-1}$		(-84)	(-56)	(-28)
$BMG_t$		[-70]	[20]	[160]
$S_t$		35	-10	-80
$Z_{s,t}$	-840	329	346	388

$$C_0 = -840 + \frac{329}{1,1} + \frac{346}{1,1^2} + \frac{388}{1,1^3} = 36,55$$

d) *Kapitalwert bei Besteuerung des ökonomischen Gewinns*

$t$	0	1	2	3
$Z_t$	-1 200,00	450,00	500,00	600,00
$EW_t$	1 273,10	950,41	545,45	0,00
$EWA_t$		322,69	404,96	545,45
$\delta G_t$		127,31	95,04	54,55
$S_t$		63,66	47,52	27,27
$Z_{s,t}$	-1 200,00	386,34	452,48	572,73

$$C_0 = -1 200 + \frac{386,34}{1,05} + \frac{452,48}{1,05^2} + \frac{572,73}{1,05^3} = 73,10$$

e) *Besteuerung des ökonomischen Gewinns bei teilweiser Fremdfinanzierung*



$t$	0	1	2	3
$Z_t$	-1 200,00	450,00	500,00	600,00
$RBW_t$	360,00	240,00	120,00	0,00
$TIL_t$		-120,00	-120,00	-120,00
$i \times RBW_{t-1}$		-36,00	-24,00	-12,00
$Z_t$	-840,00	294,00	356,00	468,00
$EW_t$	913,10	710,41	425,45	0,00
$EWA_t$		202,69	284,96	425,45
$\ddot{G}_t$		91,31	71,04	42,55
$S_t$		45,66	35,52	21,27
$Z_{s,t}$	-840,00	248,34	320,48	446,73

$$C_0 = -840 + \frac{248,34}{1,05} + \frac{320,48}{1,05^2} + \frac{446,73}{1,05^3} = 73,10$$





## (159) Lösung Aufgabe 1 Aussagenüberprüfung (10 Punkte)

- a) Die Aussage des Managers ist unsinnig. Sofern nach der dynamischen Investitionsrechnung die Investition vorteilhaft ist, sollte unabhängig von der internen Rendite investiert werden, da die Investition dann die Vermögensposition verbessert. Es besteht die Gefahr, dass vorteilhafte Projekte nicht durchgeführt werden.
- b) Die Aussage des Politikers ist falsch. Grundsätzlich hat die buchhalterische Größe *Gewinn* nichts mit dem investitionstheoretischen Vorteilhaftigkeitsmaß *Kapitalwert* zu tun. Der Begriff »schwarze Zahlen« gehört in die Kategorie der Buchhaltung. *Beispiel*: Negativer Kapitalwert trotz »schwarzer Zahlen«,  $i = 10\%$

$t$	0	1
$Z_t$	-1	1,05

$$\text{Gewinn} = -1 + 1,05 = 0,05$$

$$\text{Kapitalwert} = -1 + \frac{1,05}{1,1} = -0,045$$

Ein einperiodiges Beispiel erfordert zwei Zahlungszeitpunkte.

- c) Es sei ein Kredit mit einem Auszahlungsbetrag von 1 000 EUR angenommen. Der Zinssatz entspricht dem Marktzinssatz von 10%. Die Tilgung erfolgt endfällig.

$t$	0	1	2
Auszahlung	+1 000		
Zinsen (10%)		-100	-100
Rückzahlung			-1 000
Zahlungsreihe	+1 000	-100	-1 100

$$C_0^{\text{Kredit}} = +1\,000 - \frac{100}{1,1} - \frac{1\,100}{1,1^2} = 0$$

Somit beträgt der Kapitalwert des Kredites null. Dies gilt analog für die Annuität und den Endwert. Daraus folgt, dass eine Kreditfinanzierung nicht die Vermögensposition des Investors beeinflusst, wenn die Zinszahlung auf Basis des Marktzinssatzes bemessen wird.

- d) Bei absoluter Betrachtung entspricht der Barwert der Zahlungsreihe nicht dem Barwert der Gewinnreihe. Wenn jedoch der Barwert der Gewinnreihe nicht auf Basis des absoluten Gewinns, sondern auf Basis des zinskorrigierten Gewinns erfolgt, so entspricht der Barwert der Zahlungsreihe dem Barwert des zinskorrigierten Gewinns. Dieser Zusammenhang wird als Preinreich-Lücke-Theorem bezeichnet.

Die Voraussetzung hierfür ist die Erfüllung des Kongruenzprinzips, d. h. die Summe der Zahlungsüberschüsse muss der Summe der Gewinne

jeweils über den Planungshorizont entsprechen. Somit ist es sehr wohl möglich, auf Basis von Gewinngrößen eine Unternehmensbewertung durchzuführen, jedoch muss hierfür die Größe »Gewinn« adjustiert werden.

(160) **Lösung Aufgabe 2** *Investitionsrechnung mit Gewinnen* (30 Punkte)

a) *Ermittlung des Kapitalwerts*

Zur Ermittlung des Kapitalwerts muss zunächst die zu diskontierende Zahlungsreihe (Zahlungsüberschüsse) ermittelt werden.

<i>t</i>	0	1	2	3
<i>./. I<sub>0</sub></i>	-900			
<i>./. Auszahlungen Rohstoffe</i>		300	540	680
<i>./. Auszahlungen Energie</i>		150	200	200
<i>./. Auszahlungen Löhne</i>		200	400	400
<i>./. Auszahlung Rückstellung</i>				80
<i>+ Einzahlung Umsätze</i>		150	1 500	4 730
<i>= Zahlungsüberschüsse</i>	-900	-500	360	3 370

Die Umsatzerlöse in  $t=1$  betragen  $(10 \times 30) = 300$ , davon sind gem. Aufgabenstellung nur 150 zahlungswirksam. Die Umsatzerlöse in  $t=2$  betragen  $(12 \times 250) = 3 000$ , davon sind 1 500 in  $t=2$  zahlungswirksam. Die zahlungswirksamen Umsatzerlöse in  $t=3$  resultieren aus den erfolgswirksamen Erlösen i. H. v.  $(14 \times 220) = 3 080$  zzgl. des Zahlungseingangs aus den Forderungen  $(150 + 1 500) = 1 650$ . Der Kapitalwert beträgt dann

$$C_0 = -900 - \frac{500}{1,1} + \frac{360}{1,1^2} + \frac{3370}{1,1^3} = 1\,474,91$$

Die Summe der Zahlungsüberschüsse beträgt 2 330.

b) *Ermittlung der Gewinnreihe*

Anders als bei der Zahlungsrechnung gehen bei der Gewinnrechnung die erfolgswirksamen Umsatzerlöse als Produkt aus Absatzpreis und Absatzmenge ein. Der erfolgswirksame Rohstoffverbrauch orientiert sich an den verkauften Mengeneinheiten. Aus der Aufgabenstellung geht hervor, dass pro erzeugte Mengeneinheit eine Mengeneinheit an Rohstoffen benötigt wird. Insgesamt werden  $(100 + 200 + 200) = 500$  Mengeneinheiten an fertigen Erzeugnissen (FE) produziert. Entsprechend werden  $(150 + 180 + 170) = 500$  Mengeneinheiten des Rohstoffes beschafft.

Die in der nachstehenden Tabelle ermittelten Gewinne wurde nach dem Gesamtkostenverfahren ermittelt. Entsprechend ist jeweils der Rohstoffverbrauch für die in der Periode produzierten Erzeugnisse ausgewiesen (der Verbrauch ergibt sich jeweils aus der Aufgabenstellung) und entspricht nicht dem Rohstoffverbrauch, der auf die veräußerten Einheiten entfällt.

Die Bestandsveränderungen betragen:



t	1	2	3
FE auf Lager	70	20	0
Herstellungskosten (Stück)	1,5	2	2,5
Preis	105	40	0
Bestandsveränderung	105	-65	-40

Schließlich ergeben sich die Gewinne wie folgt:

t	0	1	2	3
+ Umsatzerlöse		(300)	(3 000)	(3 080)
./. Rohstoffverbrauch		(200)	(550)	(770)
+ Bestandsveränderung FE		(105)	(-65)	(-40)
./. Abschreibungen		(300)	(300)	(300)
./. Energiekosten		150	200	200
./. Lohnkosten		200	400	400
./. Rückstellung			(100)	(-20)
= Gewinn		-445	1 385	1 390

Nachrichtlich sind nachstehend die Gewinn- und Verlustrechnungen der einzelnen Perioden abgebildet (BV = Bestandsveränderung, R-Verbrauch = Rohstoffverbrauch):

Soll	GuV in t=1	Haben	Soll	GuV in t=2	Haben		
R-Verbrauch	200	Umsatzerlöse	300	R-Verbrauch	550	Umsatzerlöse	3 000
Abschreibungen	300	BV	105	BV	65		
Energiekosten	150	Verlust	445	Abschreibungen	300		
Lohnkosten	200			Energiekosten	200		
Summe	850	Summe	850	Lohnkosten	400		
				Rückstellung	100		
				Gewinn	1 385		
				Summe	3 000	Summe	3 000

Soll	GuV in t=3	Haben	
R-Verbrauch	770	Umsatzerlöse	3 080
BV	40	Rückstellung	20
Abschreibungen	300		
Energiekosten	200		
Lohnkosten	400		
Gewinn	1 390		
Summe	3 100	Summe	3 100

c) Prüfung auf Erfüllung des Kongruenzprinzips

Das Kongruenzprinzip ist erfüllt, wenn die Summe der Zahlungsüberschüsse der Summe der Gewinne über den Planungshorizont entspricht.

t	0	1	2	3	Σ
Z <sub>t</sub>	-900	-500	360	3 370	2 330
G <sub>t</sub>		-445	1 385	1 390	2 330



Die Summe der Gewinne entspricht der Summe der Zahlungsüberschüsse. Das Kongruenzprinzip ist erfüllt.

d) *Ermittlung der Kapitalbindung*

Die Kapitalbindung lässt sich entweder aus der Bilanz ableiten oder durch systematisches Fortschreiben der Unterschiede bei Zahlungs- und Erfolgswirkung. Bevor die Bilanzen erstellt werden, empfiehlt sich die Ermittlung des Bestands an Rohstoffen. Dieser entwickelt sich wie folgt:

t	1	2	3
Produktion	100	200	200
Beschaffung	150	180	170
Auf Lager	50	30	0
Preis ( EUR/Stück)	2	3	4
Bestand ( EUR)	100	90	0
Verbrauch	100	200	200
Stückpreis	2,00	2,75*	3,85**
Materialkosten	200	550	770

\* Verbraucht werden 50 Stück aus  $t=1$  und 150 Stück aus  $t=2$ :  $\frac{50 \times 2 + 150 \times 3}{200} = 2,75$ .

\*\* Verbraucht werden 30 Stück aus  $t=2$  und 170 Stück aus  $t=3$ :  $\frac{30 \times 3 + 170 \times 4}{200} = 3,85$ .

Aktiva	Bilanz in $t=0$	Passiva	Aktiva	Bilanz in $t=1$	Passiva		
AV	900	EK	900	AV	600	EK	455
Summe	900	Summe	900	R-Stoffe	100	Verb.	500
				FE	105		
				Ford.	150		
				Summe	955	Summe	955

Aktiva	Bilanz in $t=2$	Passiva	Aktiva	Bilanz in $t=3$	Passiva		
AV	300	EK	1 840	AV	0	EK	3 230
R-Stoffe	90	RSSt	100	R-Stoffe	0		
FE	40	Verb.	140	FE	0		
Ford.	1 650			Ford.	0		
Summe	2 080	Summe	2 080	Bank	3 230		
				Summe	3 230	Summe	3 230

Die Verbindlichkeit in  $t=1$  resultiert aus dem negativen Zahlungsbestand, der faktisch einen Überbrückungskredit darstellt. Die Kapitalbindung als Grundlage zur Ermittlung der kalkulatorischen Zinsen ergibt sich aus dem Eigenkapital, korrigiert um den Zahlungsbestand. Positiver Zahlungsbestand muss vom Eigenkapital abgezogen werden, negativer Zahlungsbestand (kurzfristige Verbindlichkeiten) müssen hinzuaddiert werden. Die Kapitalbindungen ergeben demnach:





$t$	0	1	2	3
$EK_t$	-900	455	1 840	3 230
$Verb_t$		+500	+140	
$Bank_t$			-3 230	
$KB_t$	900	955	1 980	0

## e) Ermittlung des Barwerts der Residualgewinne

Die Residualgewinne ergeben sich schließlich aus den pagatorischen Gewinnen abzüglich der Zinsen auf die Kapitalbindung der Vorperiode:

$t$	0	1	2	3
$G_t$	0	-445	1 385	1 390
$KB_t$	900	955	1 980	0
$i \times KB_{t-1}$		-90	-95,5	-198
$RG_t$		-535	1 289,5	1 192

Der Barwert der Residualgewinne beträgt

$$BW^{RG} = -900 - \frac{535}{1,1} + \frac{1\,289,50}{1,1^2} + \frac{1\,192}{1,1^3} = 1\,474,91$$

und entspricht dem Kapitalwert.

## • Alternative

Alternativ kann die Kapitalbindung über die Fortschreibung der Differenzen zwischen Zahlungen und Erträgen erfolgen. Nachfolgend ist dieser Weg skizziert:

$t$	0	1	2	3
Gewinn		-445	1 385	1 390
Auszahlung/kein Aufwand				
+ Anschaffungsauszahlung	900	600	300	0
+ RHB		100	90	0
+ FE		105	40	0
Ertrag/keine Einzahlungen				
+ Forderungen aus L. u. L.		150	1 650	0
+ Rückstellung				0
Aufwand/keine Auszahlung				
./. Rückstellung			100	
= KB gesamt	900	955	1 980	0
./. Zinsen		90	95,5	198
= Residualgewinn		-535	1 289,5	1 192



## (161) Lösung Aufgabe 3 Grenzpreise

(20 Punkte)

## a) Ermittlung des Käufergrenzpreises

Da nicht bekannt ist, ob der Grenzpreis größer oder kleiner als der Teilwert ist, müssen beide Fälle geprüft werden:

## 1. Grenzpreis &lt; Teilwert

$$GP = \frac{\frac{Z}{i}}{1 - \frac{s}{T} \times \frac{q_s^T - 1}{i_s \times q_s^T}} = \frac{\frac{100}{0,1}}{1 - \frac{0,4}{10} \times \frac{1,06^{10} - 1}{0,06 \times 1,06^{10}}} = 1\,417,24 \text{ TEUR}$$

Da die Bedingung Grenzpreis < Teilwert erfüllt ist, ist das Ergebnis der gesuchte Grenzpreis.

## 2. Der Vollständigkeit halber wird der Grenzpreis, der sich für den Fall Grenzpreis &gt; Teilwert ergibt, auch noch ermittelt:

$$GP = \frac{s \times \frac{TW}{T} \times \frac{q_s^T - 1}{i_s \times q_s^T} - s \times \frac{TW}{T_F} \times \frac{q_s^{T_F} - 1}{i_s \times q_s^{T_F}} + \frac{Z}{i}}{1 - \frac{s}{T_F} \times \frac{q_s^{T_F} - 1}{i_s \times q_s^{T_F}}}$$

$$= \frac{0,4 \times \frac{1\,600}{10} \times \frac{1,06^{10} - 1}{0,06 \times 1,06^{10}} - 0,4 \times \frac{1\,600}{15} \times \frac{1,06^{15} - 1}{0,06 \times 1,06^{15}} + \frac{100}{0,1}}{1 - \frac{0,4}{15} \times \frac{1,06^{15} - 1}{0,06 \times 1,06^{15}}} = 1\,425,97 \text{ TEUR}$$

## b) Grenzpreis des Verkäufers

Auch hier ist die Lage des Grenzpreises nicht bekannt. Da der Buchwert null beträgt ist es sehr wahrscheinlich, dass der Grenzpreis größer als der Buchwert ist. Demnach gilt:

$$GP = \frac{\frac{Z}{i}}{(1-s)} = \frac{\frac{100}{0,1}}{(1-0,4)} = 1\,666,67 \text{ TEUR}$$

Die Transaktion kommt nicht zustande da der Verkäufer mehr verlangt als der Käufer maximal zu zahlen bereit wäre.

## c) Grenzsteuersatz des Verkäufers = 25%

$$GP = \frac{\frac{Z}{i}}{(1-s)} = \frac{\frac{100}{0,1}}{(1-0,25)} = 1\,333,33 \text{ TEUR}$$

Die Transaktion kommt jetzt zustande.

## d) Ermittlung des maximalen Steuersatzes auf Veräußerungsgewinne

$$GP^K = \frac{\frac{Z}{i}}{(1-s)} \Leftrightarrow GP^K \times (1-s) = \frac{Z}{i}$$

$$s = \frac{GP^K - \frac{Z}{i}}{GP^K} = \frac{1\,417,24 - \frac{100}{0,1}}{1\,417,24} = 0,2944$$



e) *Ermittlung des Freibetrags*

$$\begin{aligned}
 GP^K - s \times (GP^K - FB) &= \frac{Z}{i} \\
 GP^K \times (1 - s) + s \times FB &= \frac{Z}{i} \\
 FB &= \frac{\frac{Z}{i} - GP^K \times (1 - s)}{s} \\
 &= \frac{\frac{100}{0,1} - 1\,417,24 \times (1 - 0,4)}{0,4} = 374,14 \text{ TEUR}
 \end{aligned}$$

f) *Ermittlung der maximalen Transaktionskosten*

$$TK = \frac{1\,417,24 - 1\,333,33}{(1 - 0,4)} = 139,85$$





# LÖSUNG ÜBUNGSKLAUSUR 5

(162) **Lösung Aufgabe 1** Optimale Nutzungsdauer (20 Punkte)

a) Kapitalwert bei maximaler Nutzungsdauer

$$C_0 = -100 + \frac{60}{1,1} + \frac{35}{1,1^2} + \frac{20}{1,1^3} + \frac{10 + 50}{1,1^4} = 39,48$$

b) Kapitalwert bei optimaler Nutzungsdauer

Der Zahlungsvektor ist so konstruiert, dass die Zahlungsüberschüsse als Summe der Zahlungen und der Resterlöse (Liquidationszahlungen) ab  $t=1$  sinken. Es liegen deshalb abnehmende Grenznettoerlöse (Grenznettozahlungen vor). Aus diesem Grund ist die Bestimmung der optimalen Nutzungsdauer unter Verwendung von Grenzgewinnen möglich:

$t$	0	1	2	3	4
$Z_t$	-100	60	35	20	10
$RE_t$	100	90	70	60	50
$q \times RE_{t-1}$		-110	-99	-77	-66
Grenzgewinn		40	6	3	-6
Grenzkapitalwert		36,36	4,96	2,25	-4,10

Da der Grenzkapitalwert in  $t=4$  zum ersten Mal negativ wird, beträgt die optimale Nutzungsdauer 3 Perioden. Kapitalwerte:

$$C_0^{n=1} = 36,36$$

$$C_0^{n=2} = 36,36 + 4,96 = 41,32$$

$$C_0^{n=3} = 36,36 + 4,96 + 2,25 = 43,58$$

$$C_0^{n=4} = 36,36 + 4,96 + 2,25 - 4,10 = 39,48$$

c) Ermittlung des optimalen Ersatzzeitpunkts, wenn die Investition einmal identisch ersetzt wird

Der Kapitalwert bei optimaler Nutzungsdauer (siehe b)) beträgt  $C_0^{n=3} = 43,58$ . Der Gesamtkapitalwert ergibt sich aus den Kapitalwerten der jeweiligen Nutzungsdauer zzgl. des diskontierten Kapitalwert bei optimaler Nutzungsdauer. Die Kapitalwerte der jeweiligen Nutzungsdauer ergeben sich durch Addition der Grenzkapitalwerte aus b).

$t$	$C_0^A$	$C_0^N$	Summe
0		43,58	43,58
1	36,36	$\frac{43,58}{1,1} = 39,62$	75,98
2	41,32	$\frac{43,58}{1,1^2} = 36,02$	77,34
3	43,58	$\frac{43,58}{1,1^3} = 32,74$	76,32
4	39,48	$\frac{43,58}{1,1^4} = 29,77$	69,25



Der optimale Ersatzzeitpunkt liegt in  $t=2$ . In diesem Fall beträgt der (maximale) Kapitalwert 77,34.

- d) Ermittlung des optimalen Ersatzzeitpunkts, wenn die Investition beliebig oft hintereinander durchgeführt werden kann

Zunächst erfolgt die Umrechnung des Kapitalwerts bei optimaler Nutzungsdauer in eine Annuität:

$$ANN = 43,58 \times \frac{1,1^3 \times 0,1}{1,1^3 - 1} = 17,52$$

Der Barwert einer unendlichen Annuität beträgt dann:  $\frac{17,52}{0,1} = 175,20$ . Die Gesamtkapitalwerte ergeben dann:

$t$	$C_0^A$	$C_0^N$	Summe
0		175,20	175,20
1	36,36	$\frac{175,20}{1,1} = 159,27$	195,63
2	41,32	$\frac{175,20}{1,1^2} = 144,79$	186,11
3	43,58	$\frac{175,20}{1,1^3} = 131,63$	175,21
4	39,48	$\frac{175,20}{1,1^4} = 119,66$	159,14

Der optimale Ersatzzeitpunkt liegt in  $t=1$ . In diesem Fall beträgt der (maximale) Kapitalwert 195,66.

(162) **Lösung Aufgabe 2** Wirkungen von Abschreibungen (20 Punkte)

- a) Kapitalwert vor Steuern

$$C_0 = -1500 + \frac{1889,57}{1,13} = -80,34$$

Die Investition ist nicht vorteilhaft.

- b) Kapitalwert nach Steuern bei einfachem Gewinnsteuersystem und Endabschreibung

Endabschreibung bedeutet, dass eine steuerwirksame Berücksichtigung der Anschaffungskosten erst zum Zeitpunkt der Veräußerung stattfindet.

$t$	0	1	2	3
$Z_t$	-1500	0	0	1889,57
$AfA_t$				(1500)
$BMG_t$		0	0	389,57
$S_t$		0	0	-155,83
$Z_{s,t}$		0	0	1733,74

Der Kapitalwert nach Steuern beträgt

$$C_{0,s} = -1500 + \frac{1733,74}{1,06^3} = -44,32$$

und ist höher als im Fall ohne Steuern.



c) *Kapitalwert bei Sofortabschreibung*

Die Sofortabschreibung darf hier nicht mit der Cash-Flow Steuer verwechselt werden. Es wird weiterhin ein einfaches Gewinnsteuersystem unterstellt, bei der auch Zinsen besteuert werden.

$t$	0	1	2	3
$Z_t$	-1 500	0	0	1 889,57
$S_t$	+600	0	0	-755,83
$Z_{s,t}$	-900	0	0	1 133,74

Der Kapitalwert nach Steuern beträgt jetzt

$$C_{0,s} = -900 + \frac{1\,133,74}{1,06^3} = 51,91$$

und ist im Vergleich zum Kapitalwert vor Steuern positiv. Es tritt ein Steuerparadoxon auf.

d) *Ermittlung der internen Rendite*

Der interne Rendite (interne Verzinsung) als Durchschnittsverzinsung des gebundenen Kapitals beträgt:

$$C_0 \stackrel{!}{=} 0 = \sqrt[3]{\frac{1\,889,57}{1\,500}} - 1 = 0,08 = 8\%$$

e) *Ermittlung des Kapitalwerts nach Steuern im Fall der »Kapitalfreisetzungsabschreibung«*

Zur Berechnung der Kapitalfreisetzungsabschreibung ist die Kenntnis der internen Rendite erforderlich. In Aufgabenteil d) haben wir die interne Rendite mit 8% ermittelt. Die Kapitalbindung (KB) der Periode ergibt sich aus der Kapitalbindung der Vorperiode zzgl. Zinsen abzüglich der Tilgung der Periode in Höhe der Rückflüsse:

$$KB_t = (1 + i^*) \times KB_{t-1} - Z_t$$

Die Abschreibung ergibt sich aus der Differenz der Kapitalbindung der Periode und der Kapitalbindung der Vorperiode.

$t$	0	1	2	3
$Z_t$	-1 500	0	0	1 889,57
$KB_t$	[1 500]	[1 620]	[1 749,60]	0
$AfA_t$		(120)	(129,60)	(1 749,60)
$BMG_t$		(120)	(129,60)	(139,97)
$S_t$		-48	-51,84	-55,99
$Z_{s,t}$	-1 500	-48	-51,84	1 833,58



Der Kapitalwert nach Steuern beträgt:

$$C_{0,s} = -1\,500 + \frac{-48}{1,06} + \frac{-51,84}{1,06^2} + \frac{1\,833,58}{1,06^3} = -51,91.$$

Es resultiert dasselbe Ergebnis wie im Fall der Cash-Flow-Steuer!

- f) Ermittlung des Kapitalwerts nach Steuern im Fall der Ertragswertabschreibung ( $i = 10\%$ )

$t$	0	1	2	3
$Z_t$	-1 500	0	0	1 889,57
$EW_t$	[1 419,66]	[1 561,63]	[1 717,79]	0
$EWA_t$		(+141,97)	(+156,16)	(-1 717,79)
$BMG_t$		(141,97)	(156,16)	(171,78)
$S_t$		-56,79	-62,47	-68,71
$Z_{s,t}$	-1 500	-56,79	-62,47	1 820,86

Der Kapitalwert nach Steuern beträgt:

$$C_{0,s} = -1\,500 + \frac{-56,79}{1,06} + \frac{-62,47}{1,06^2} + \frac{1\,820,86}{1,06^3} = -80,34$$

Es resultiert dasselbe Ergebnis wie im Fall vor Steuern!



(163) **Lösung Aufgabe 3** Optimaler Ersatzzeitpunkt mit Steuern (20 Punkte)

- a) Kapitalwert bei maximaler Nutzungsdauer

$$C_0 = -30\,000 + \frac{10\,000}{1,1} + \frac{9\,000}{1,1^2} + \frac{5\,800}{1,1^3} + \frac{4\,900}{1,1^4} + \frac{4\,200}{1,1^5} = -3\,158,81$$

Die Investition sollte nicht durchgeführt werden.

- b) Optimale Nutzungsdauer vor Steuern

$t$	0	1	2	3	4	5
$KE_t$		10 000	9 000	5 800	4 900	4 200
$RE_t$	30 000	25 000	19 000	15 000	10 000	0
$q \times RE_{t-1}$		-33 000	-27 500	-20 900	-16 500	-11 000
Grenzwinn		2 000	500	-100	-1 600	-6 800
Grenzkapitalwert		1 818,18	413,22	-75,13	-1 092,82	-4 222,27

Die Kapitalwerte betragen

$$C_0^{n=1} = 1\,818,18$$

$$C_0^{n=2} = 1\,818,18 + 413,22 = 2\,231,40$$

$$C_0^{n=3} = 1\,818,18 + 413,22 - 75,13 = 2\,156,27$$

$$C_0^{n=4} = 1\,818,18 + 413,22 - 75,13 - 1\,092,82 = 1\,063,45$$

$$C_0^{n=5} = 1\,818,18 + 413,22 - 75,13 - 1\,092,82 - 4\,222,26 = -3\,158,81$$

c) *Verkaufsentscheidung in  $t = 2$* 

Der PKW wird in Periode 2 veräußert, wenn der Grenzgewinn in Periode 3 negativ wird. Eine Entscheidung auf Basis der Grenzgewinne ist möglich, da die Grenzgewinne im Zeitverlauf abnehmen. Die Abschreibung ergibt sich aus der Differenz der Buchwerte. Der Veräußerungsgewinn jeweils aus der Differenz des Resterlöses und des Buchwerts. Bei der Verzinsung des Resterlöses nach Steuern der Vorperiode muss der Zinssatz nach Steuern, hier  $(0,1 \times (1 - 0,5) =) 5\%$ , verwendet werden.

$$\text{Grenzgewinn}_3 = KE_3^s + RE_3^s - RE_2^s \times q$$

$$\begin{aligned} KE_3^s &= KE_3 - s \times (KE_3 - AfA_3) \\ &= 5\,800 - 0,5 \times (5\,800 - 4\,000) = 4\,900 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} RE_3^s &= RE_3 - s \times (RE_3 - BW_3) \\ &= 15\,000 - 0,5 \times (15\,000 - 12\,000) = 13\,500 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} RE_2^s \times q &= (RE_2 - s \times (RE_2 - BW_2)) \times q \\ &= (19\,000 - 0,5 \times (19\,000 - 16\,000)) \times 1,05 = 18\,375 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \text{Grenzgewinn}_3 = 4\,900 + 13\,500 - 18\,375 = 25$$

Der PKW wird im Zeitpunkt 2 nicht verkauft.

d) *Vergleich der Ergebnisse und Erklärung der Unterschiede*

Beim Vergleich der Ergebnisse fällt auf, dass der Grenzgewinn in  $t = 3$  nach Steuern größer null ist und vor Steuern kleiner null ist. Während in Aufgabenteil b) der PKW nach 2 Jahren verkauft wird, wird der PKW in Aufgabenteil c) nicht nach 2 Jahren verkauft. Dies liegt an der Einführung der Besteuerung. Die Besteuerung führt dazu, dass der Grenzgewinn nach Steuern positiv wird. Der Hauptgrund hierfür liegt darin, dass die Besteuerung der stillen Reserven den Verkauf des PKW unattraktiver macht und damit die Weiternutzung des PKW günstiger wird.





TEIL VI  
KURZLÖSUNGEN





# Kurzlösungen der Übungsaufgaben

- 1 1. f; 2. w; 3. w; 4. w; 5. w; 6. w; 7. w; 8. w; 9. w; 10. f; 11. w; 12. w; 13. w; 14. w; 15. w; 16. w; 17. f; 18. f; 19. w; 20. w; 21. w; 22. f; 23. w; 24. w; 25. f; 26. w; 27. w; 28. w; 29. f; 30. w; 31. f
- 2 (a) -; (b) -; (c) -; (d)  $EW_3 = 399,30 \text{ EUR}$ ,  $BW_0 = 375,66 \text{ EUR}$
- 3 (a) 5%; (b) 100 bzw. 102 ganze Tafeln (exakt: 102,94); (c)  $K_0 = 95,45$
- 4 (a)  $K_0 = 150$ ; (b)  $K_n = 566,67$ ; (c)  $i = 16,67\%$ ; (d)  $n = 4$
- 5 (a)  $K_N = 1\,600$ ; (b)  $K_0 = 2\,118,64$ ; (c)  $n = 14$ ; (d)  $j = 20\%$
- 6 (a)  $K_n = +1\,184,34$ ; (b)  $K_n = +13\,097,46$ ; (c)  $i_1 = 4,56\%$ ;  $i_2 = 6,27\%$ ;  
Zins<sub>6</sub> = +939,88; (d1)  $i = 5,25\%$ ,  $n = 5$ ; (d2) Zins<sub>7</sub> = +71,37, Zins<sub>12</sub> = +92,17; (e)  $K_0 = +7\,441,63$
- 7 (a)  $i_{\text{eff}} = 10,47\%$ ; (b)  $K_N = 1\,485,95$ ; (c)  $i_{\text{eff}} = 5,06\%$ ; (d)  $n = 8$ ; (e)  $K_0 = 12\,500$
- 8 (a) Die Inanspruchnahme des Skontos lohnt sich, da die Kreditzinsen über 14 Tage niedriger sind (= 5,72) als der Skonto i. H. v. 20 EUR; (b) Der Kredit könnte maximal 49 Tage in Anspruch genommen werden.
- 9 (a)  $K_0 = +600$ ; (b)  $K_0 = +614,79$ ; (c)  $K_0 = 594,62$ ; (d)  $K_0 = 587,73$
- 10 (a)  $K_n = +4\,760,98$ ; (b)  $K_n = +4\,491,49$
- 11 (a)  $Ann = +26\,982,33$  (b)  $Ann = +25\,944,55$
- 12 (a)  $Ann = +3\,701,09$ ; (b)  $Ann = +5\,527,47$
- 13  $Ann = +40\,121,29$
- 14 (a)  $n = \text{Mindest-Restlebenszeit für Indifferenz} = 23,28$ ; (b) Der Mieter wird die Option der Einmalzahlung ausschlagen, da der Barwert einer unendlichen vorschüssigen Rente maximal +120 000 EUR beträgt. (c)  $i^* = 8,296\%$  (exakt = 8,324%)
- 15  $K_0 = +673\,779,04$
- 16 Entnahme = +3 600
- 17 (a)  $K_0 = +10\,712,25$ ; (b)  $K_1 = +10\,294,99$ ; (c)  $K_0 = +15\,000$ ; (d)  $K_0^n = -200\,000$ ,  $K_0^v = -210\,000$
- 18 (a)  $K_0 = +6\,144,57$ ; (b)  $K_n = +21\,094,59$ ; (c)  $n = 14,21 \text{ Jahre}$ ; (d)  $n = 13,03 \text{ Jahre}$ ;  
(e)  $r = +3\,975,23$
- 19 (a) 1)  $B_0 = 625$ , 2)  $B_0 = 650$ ; (b) 1)  $B_0 = 1\,136,60$ , 2) Anteil = 72,11%,  
3)  $B_0 = 1\,341,51$ , 4) Anteil = 76,37%
- 20 (a)  $Ann = 67\,933,98$ ; (b) 1.  $TIL_8 = 0$ ,



Zins<sub>8</sub> = 30 000; 2. TIL<sub>8</sub> = 25 000, Zins<sub>8</sub> = 8 250; 3. TIL<sub>8</sub> = 57 038,68, Zins<sub>8</sub> = 10 895,30;

**21** (a)  $K_0 = 1\,000$  TEUR; (b) linear = 12,5 TEUR, Staffel = 15 TEUR,

effektiv = 14,97 TEUR (exakt) bzw. 15 TEUR (gerundet); (c) -

**22** (a) Ann = 26 656,13; (b) Rente nach Steuern = 19 433,80

**23** Ann = 37,86

**24** (a)  $EW_5 = 0$ ,  $EW_4 = 3\,000$ ,  $EW_3 = 3\,000$ ,  $EW_2 = 2\,000$ ,  $EW_1 = 2\,500$ ,  $EW_0 = 4\,000$ ;

(b)  $EWA_1 = 1\,500$ ,  $EWA_2 = 500$ ,  $EWA_3 = -1\,000$ ,  $EWA_4 = 0$ ,  $EWA_5 = 3\,000$ ; (c) -; (d) -;

(e) 1)  $Z_t = i \times EW_{t-1}$ , 2)  $Z_t > i \times EW_{t-1}$ , 3)  $Z_t < i \times EW_{t-1}$ ; (f) EWA beträgt konstant null.

**25** (a) -; (b) 1) Zinsen = 6,61, 2) Zinsen = 6,42, 3) Zinsen = 6,33, 4) Zinsen = 6,33; (c)

Zinsen = 672,08

**26** (a) -; (b)  $S = 12,26$  TEUR; (c)  $S_3 = 3,80$  TEUR; (d)  $n^* = 4,869$  Jahre; (e) Zinsvorteil = 3,51 TEUR

**27** (a) 1)  $K_0 = 14,88$ ; 2)  $r = 22,04$ ; 3)  $i = 3,46\%$ ; 4)  $n = 11,22$  (b) 1)  $K_n = 26,87$ ; 2)

$r = 18,84$ ; 3)  $i = 4,87\%$ ; 4)  $n = 6,73$  (c) 1)  $K_0 = 15,32$ ; 2)  $r = 21,19$ ; 3)  $i = 4,30\%$ ; 4)

$n = 10,35$  (d) 1)  $K_n = 27,68$ ; 2)  $r = 18,11$ ; 3)  $i = 4,02\%$ ; 4)  $n = 6,41$  (e) 1)  $K_0 = 17,73$ ;

2)  $r = 21,41$ ; 3)  $i = 5,13\%$ ; 4)  $n = 10,03$ ; 5)  $w = 9,09\%$  (f) 1)  $K_n = 32,02$ ; 2)  $r = 18,30$ ;

3)  $i = 3,01\%$ ; 4)  $n = 6,45$ ; 5)  $w = 12,56\%$  (g) 1)  $K_0 = 18,26$ ; 2)  $r = 20,59$ ; 3)  $i = 6,39\%$ ;

4)  $n = 9,34$ ; 5)  $w = 13,36\%$  (h) 1)  $K_n = 32,98$ ; 2)  $r = 17,60$ ; 3)  $i = 2,47\%$ ; 4)  $n = 6,16$ ;

5)  $w = 9,45\%$

**28** -

**29** (a)  $BW = 1\,860$  EUR; (b)  $i = 5,5\%$ ; (c) 1)  $BW = 290,20$  EUR; 2) Vervielfältiger = 4,388;

3)  $BW = 340,06$  EUR; (d)  $BW = 35\,660$  EUR; (e)  $TILA = 90$  EUR,  $ZIA = 1\,910$  EUR; (f)

Vervielfältiger = 17,819; (g)  $ZIA = 980$  EUR; (h) Restlebenserwartung = 88,17 Jahre; (i)

Ertragsanteil = 0,6144

**30** (a)  $i = 6\%$ ,  $K_0 = 120\,000$  EUR,  $ANN = 34\,630,98$  EUR; (b)  $K_0 = 30\,000$  EUR,

$ANN = 9\,057,62$  EUR

**31** (a) Zinsen = 55 000 EUR; (b) Zinsen = 62 745,39 EUR

**32** (a) Ann = 436,62; (b)  $TIL_{12} = 821,93$ ,  $ZIA_3 = 111$ ; (c) Ann = 454,09

**33** (a) Vorteil Vermieter = 1 897,84; (b) Vorteil Fiskus = 1 287,89

**34** 1. f; 2. w; 3. w; 4. w; 5. w; 6. f; 7. w; 8. w; 9. w; 10. f; 11. w; 12. f; 13. w; 14. f; 15.

w; 16. f; 17. f

**35** Zeitliche Dominanz von A gegenüber B; kumulierte zeitliche Dominanz von A gegenüber B, C und D sowie C gegenüber B

**36** (a) -; (b) A, C und D; (c) C; (d) B

**37** (a) 1. Durchführungs-Alternative ist vorteilhaft:  $V_n = +214$ , 2. Unterlassens-

Alternative ist vorteilhaft:  $V_0 = +200$ ; (b) 1. Unterlassens-Alternative ist vorteilhaft:

$V_n = 0$ , 2. Unterlassens-Alternative ist vorteilhaft:  $V_0 = 0$ ; (c)  $Z_1 = 220$  TEUR; (d)

$Z_1 = 210$  TEUR

**38** (a)  $V_n(A) = +788$ ,  $V_n(B) = +840$ ,  $V_n(C) = +900$ ; (b)  $V_n(A) = -0,13$ ,  $V_n(B) =$

$+451,50$ ,  $V_n(C) = +172,87$

**39** (a) Ann(A) = +262,67, Ann(B) = +280, Ann(C) = +300; (b) Ann(A) = -0,04,

Ann(B) = +143,22, Ann(C) = +54,83

**40** (a)  $V_n(A) = +2\,820$ ,  $V_n(B) = -1\,120$ ; (b) A ist vorzuziehen; (c) frühestmögliche

Tilgung:  $V_n(B) = -1\,120$ , gleichmäßige Tilgung:  $V_n(B) = -1\,420$ , endfällige Tilgung:



$V_n(B) = -1\,720$ ; (d) Die Tilgungsart hat keinen Einfluss auf die Vermögensposition.

41 (a)  $EV_n = 55,5$ ; (b)  $EV_n = 67,85$

42 1. f; 2. f; 3. f; 4. f; 5. w; 6. w; 7. w; 8. f; 9. f; 10. w; 11. f; 12. w; 13. w; 14. w; 15. f; 16. f; 17. w; 18. w; 19. w; 20. w; 21. w; 22. f; 23. f; 24. w; 25. w; 26. w; 27. f; 28. f

43 (a)  $C_0 = +2\,851,36$ ; (b)  $Ann = +259,21$ ; (c)  $Ann = +302,47$ ;

(d)  $Ann_1 = +254,53$ ,  $Ann_{2025} = +281,02$ ,  $Ann_{30} = +452,01$

44  $EW_0 = +1\,305,49$ ; (a)  $Ann = 78,33$ ; (b)  $Ann = 309,92$ ; (c)  $r_1 = 122,90$

45 (a)  $C_0^A = +7,35$ ,  $C_0^B = +5,86$ ; (b)  $\max Ent_t^A = +10,19$ ,  $\max Ent_t^B = +10,07$ ; (c)  $\max Ent_t^A = +38,45$ ,  $\max Ent_t^B = +38$ ; (d)  $EV_4^A = +173,25$ ,  $EV_4^B = +171,23$ ; (e)  $C_0^A = +28,66$ ,  $C_0^B = +29,54$

46 (a) 1.  $C_0 = +13,68$  TEUR, 2.  $C_0 = +55,56$  TEUR; (b) 1.  $EV = +12\,850,92$ ,

2.  $EV = +12\,195,42$ ; (c) -

47 (a)  $V_n(U) = +1\,022,18$ ,  $V_n(A) = -393,78$ ,  $V_n(B) = -11,78$ ; (b) Investition B könnte nicht mehr umgesetzt werden. (c) nicht zwingend, da beschränkter Kapitalmarkt

48 (a)  $C_0^{6\%} = 51,90$ ; (b)  $Ann^{6\%} = 19,42$

49 (a)  $C_0^A = 71,39$ ,  $C_0^B = 72,17$ ,  $EV^A = 680,54$ ,  $EV^B = 681,46$ ; (b)  $C_0^{\max,A} = 548,51$ ,  $C_0^{\max,B} = 535,87$ ,  $EV^A = 670,24$ ,  $EV^B = 675,04$

50 (a) ohne Resterlös:  $B_0$  Kredit =  $-3\,000$ ,  $B_0$  Leasing =  $-3\,547,71$ ; mit Resterlös:  $B_0$  Kredit =  $-2\,436,51$ ,  $B_0$  Leasing =  $-2\,984,22$ ; (b) kritische Leasingrate pro Stück =  $-979,76$

51 -

52 (a)  $r_{(1)} = 20\%$ ,  $r_{(2)} = -5\%$ ,  $r_{(3)} = 10\%$  bzw.  $-200\%$ ,  $r_{(4)} = 20\%$  bzw.  $-160\%$ ,  $r_{(5)} = 20\%$  bzw.  $-210\%$

53 (a) Die Angaben sind irreführend, da sie eine höhere Verzinsung suggerieren, als der Sparbrief tatsächlich hat. Die interne Rendite beträgt  $r = 5,75\%$ ; (b) Hat man bei Vertragsabschluss das 60. Lebensjahr vollendet, müsste man über 75 Jahre alt werden, um annähernd die versprochene Verzinsung zu erhalten.

54 (a) Problem unterschiedlicher Nutzungsdauern; wenn A wiederholt werden kann  $\rightarrow$  wähle A, wenn A nicht wiederholt werden kann  $\rightarrow$  wähle B; (b) Problem des unterschiedlichen Kapitaleinsatzes; wenn A nicht teilbar und wiederholbar  $\rightarrow$  wähle B, wenn A teilbar und wiederholbar  $\rightarrow$  wähle A

55 (a)  $r = 6\%$ ; (b)  $C_0^{8\%}(K_I) = +5\,387,43$ ,  $C_0^{8\%}(K_{II}) = +5\,961,83$

56 -

57 (a) Kapitalwert:  $C_0^A = +13,61$ ,  $C_0^B = +10,55$ , Baldwin-Rendite:  $r_B^A = 7,36\%$ ,  $r_B^B = 7,70\%$ ; (b) Kapitalwert:  $C_0^B = +10,55$ ,  $r_B^B = 7,56\%$ ; (c) Kapitalwert:  $C_0^B = +10,55$ ,  $r_B^B = 7,28\%$

58 (a)  $C_0^A = +49,72$ ,  $C_0^B = +129,09$ ; (b)  $r_B^A = 11,34\%$ ,  $r_B^B = 13,39\%$ ; (c)  $r_B^A = 11,06\%$ ,  $r_B^B = 12,69\%$ ; (d) Die Rangfolge ist nicht betroffen. (e) -

59 (a)  $C_0 = -23,53$ ; (b)  $EV = +117,26$ ; (c)  $V_n = -28,61$ ; (d)  $EW_4 = 0$ ,  $EW_3 = +28,57$ ,  $EW_2 = +84,35$ ,  $EW_1 = +61,29$ ,  $EW_0 = +96,47$ ; (e)  $Ann = +4,82$ ; (f)  $Ann = +27,20$ ; (g)  $r = -3,19\%$ ; (h) (1)  $r_B = 0,21\%$ , (2)  $r_B = -0,58\%$ ; (i) Kapitalwertrate =  $-19,61\%$

60 1. KMA, 2. B, 3. ?, 4. ?, 5. ?, 6. KMA, 7. B, 8. A, 9. ?, 10. A

61 (a)  $V_{n1} = 29,08$ ,  $V_{n2} = -9,25$ ,  $r_b = 18,79\%$  (exakter Wert =  $18,84\%$ ); (b)  $V_{n1} = 20,53$ ,  $V_{n2} = -32,64$ ,  $r_b = 33,86\%$  (exakter Wert =  $34,25\%$ )

62 1. w; 2. f; 3. w; 4. f; 5. f; 6. w; 7. f; 8. w; 9. w; 10. w; 11. w; 12. w; 13. f; 14. w; 15.



f; 16. w; 17. f; 18. f; 19. f; 20. w; 21. w; 22. w; 23. w; 24. f; 25. w; 26. w; 27. w; 28. f; 29. f; 30. w; 31. f

**63** (a) Annuitätenmethode:  $x = 4\,455$ , Gewinnvergleichsrechnung: bei kontinuierlichem Kapitalbindungsverlauf gilt  $x = 4\,200$ , wird die Kapitalbindung nach der »Ingenieur-Formel« ermittelt, gilt  $x = 4\,300$ ; (b) Annuitätenmethode:  $x = 4\,204$ , Gewinnvergleichsrechnung: bei kontinuierlichem Kapitalbindungsverlauf gilt  $x = 4\,000$ , wird die Kapitalbindung nach der »Ingenieur-Formel« ermittelt, gilt  $x = 4\,080$ ; (c) -

**64** (a) Annuitätenmethode: Die Kosteneinsparung beträgt  $23\,741,77$  EUR pro Jahr, Kostenvergleichsrechnung: bei kontinuierlichem Kapitalbindungsverlauf gilt: erforderliche Mindestkosteneinsparung =  $22\,500$  EUR pro Jahr, wird die Kapitalbindung nach der »Ingenieur-Formel« ermittelt, gilt: Einsparung =  $23\,400$  EUR pro Jahr; (b) Annuitätenmethode: Kosteneinsparung =  $22\,103,80$  EUR pro Jahr, Kostenvergleichsrechnung: bei kontinuierlichem Kapitalbindungsverlauf gilt: erforderliche Mindestkosteneinsparung =  $21\,000$  EUR pro Jahr, wird die Kapitalbindung nach der »Ingenieur-Formel« ermittelt, gilt: Einsparung =  $21\,800$  EUR pro Jahr

**65** (a) Kumulationsmethode:  $A = 2$  Jahre,  $B = 4$  Jahre,  $C = 1$  Jahr,  $D = 2$  Jahre,  $E = 3$  Jahre; Durchschnittsmethode:  $A = 2$  Jahre,  $B = 2$  Jahre,  $C = 2$  Jahre,  $D = 2,5$  Jahre,  $E = 1\frac{2}{3}$  Jahre; (b)  $A = 3$  Jahre,  $B = 4$  Jahre,  $C = 1$  Jahr,  $D = 3$  Jahre,  $E = 4$  Jahre

**66** (a) Gesamtkapitalrentabilität =  $20\%$ , ROI =  $14\%$ , Eigenkapitalrentabilität =  $35\%$ , Übergewinn-Rentabilität =  $10\%$ ; (b) Der ROI gibt an, der wievielte Teil (Prozentsatz) des gesamten eingesetzten Kapitals für die Anteilseigner aus der Investition erwirtschaftet wurde.

**67** (a) Eigenkapitalrendite =  $14,03\%$ , (b) Gesamtkapitalrentabilität =  $3,58\%$  bzw.  $5,39\%$ , (c) ROI =  $3,43\%$

**68** 1. f; 2. w; 3. f; 4. w; 5. w; 6. w; 7. w; 8. f; 9. f; 10. w; 11. f; 12. f; 13. f; 14. w; 15. w

**69** 1. (d); 2. (f); 3. (a), 4. (f); 5. (c); 6. (e); 7. (e); 8. (b)

**70** (a) Unternehmenswert (Barwert der Residualgewinne) in  $t = 0$ :  $+19\,358,92$ ; (b) Barwert der Zahlungsreihe in  $t = 0$ :  $+19\,358,92$

**71** (a)  $Z_0 = -150\,000$ ,  $Z_1 = 10\,000$ ,  $Z_2 = -20\,000$ ,  $Z_3 = +256\,000$ ; (b)  $G_0 = 0$ ,  $G_1 = -9\,000$ ,  $G_2 = +52\,500$ ,  $G_3 = +52\,500$ ; (c) Zahlungsreihe:  $C_0 = -7\,407,41$ , Gewinnreihe:  $BW_G = 59\,340,28$ ; (d) -; (e)  $BW_{RG} = -7\,407,41$

**72** Bestand an liquiden Mitteln am Jahresende =  $17$

**73** (a)  $C_0 = -3,17$ ; (b)  $RG_1 = -2$ ,  $RG_2 = 2$ ,  $RG_3 = -4$ , Barwert der Residualgewinne =  $-3,17$

**74** 1. f; 2. w; 3. f; 4. w; 5. w; 6. f; 7. f; 8. w; 9. w; 10. w; 11. w; 12. f; 13. w; 14. f; 15. w; 16. f; 17. f; 18. w; 19. f; 20. f; 21. w; 22. w; 23. f; 24. f

**75** (a) Reihenfolge vor Steuern:  $C, A, i, B$ ; (b) Reihenfolge nach Steuern:  $A, C, B, i$

**76**  $C_{0,s} = \frac{Z}{i}$

**77** (a)  $C_0 = +32,76$ ; (b)  $C_{0,s} = +18,49$

**78** (a) Investition A:  $C_0^A = +110,65$ ,  $V_4^A = +162$ , Investition B:  $C_0^B = +109,45$ ,  $V_4^B = +160,25$ ; (b) Investition A:  $C_{0,s}^A = +64,39$ ,  $V_{4,s}^A = +81,29$ , Investition B:  $C_{0,s}^B = +74,18$ ,  $V_{4,s}^B = +93,65$

**79** (a)  $C_0 = +29,94$ ; (b)  $C_0 = -17$ ; (c) Der Kalkulationszinssatz wird durch Opportunitätskosten alternativer Anlagemöglichkeiten bestimmt. (d)  $C_0 = 0$ ; (e) 1. Kapitalwert wird positiv, 2. Kapitalwert wird negativ, 3. Kapitalwert bleibt unverändert, 4. Kapital-



wertveränderung hängt von der Höhe der Besteuerung ab.

**80** Aufgabenteil 1: (a)  $C_0 = 0 \rightarrow$  Investor ist indifferent; (b) 1.  $C_{0,s} = -1\,372,38$ ; 2.  $C_{0,s} = -2\,567,61$ ; (c) -; Aufgabenteil 2: (a)  $C_0 = 0$ ; (b) 1.  $C_{0,s} = -907,92$ ,

2.  $C_{0,s} = +23\,545,85$ ; (c) Bemessungsgrundlageneffekt

**81**  $Z_2 = +300, Z_3 = +350$

**82**  $Z_1 = +340, Z_2 = +180, Z_3 = +500$

**83**  $Z_0 = -5\,000, Z_1 = 1\,200, Z_2 = 1\,300, Z_3 = 1\,500, Z_4 = 1\,700$

**84** (a)  $C_0 = +9,07, C_{0,s} = +7,98$ ; (b)  $C_{0,s} = +7,98$ ; (c) Es wird eine Grenzinvestition unterstellt.

**85** (a)  $C_0 = 1,62$ ; (b) -; (c)  $EW_0 = 1\,801,62$ ; (d)  $C_{s,0} = -2,21$

**86** (a)  $C_0 = +27,63$ ; (b)  $C_{s,0} = +15,72$ ; (c)  $V_n = 157,11, C_{s,0} = +15,72$ ; (d) Personenunternehmung; (e) -

**87**  $C_0 = -25,07$ ; (a)  $C_{0,s} = -18,10$ ; (b)  $C_{0,s} = -2,52$ ; (c) 1.  $C_{0,s} = +7,55$ , 2.  $C_{0,s} = +11,07$ ; (d)  $C_{0,s} = +20,05$

**88** (a)  $V_n$  (Immobilie) =  $+658\,326,45$ ,  $V_n$  (Beteiligung) =  $+631\,244,84$ ,  $V_n$  (Unterlassung) =  $+608\,326,45$ ; (b)  $V_{n,s}$  (Immobilie) =  $+578\,091,36$ ,  $V_n$  (Beteiligung) =  $+584\,727,78$ ,  $V_n$  (Unterlassung) =  $+579\,637,04$ ; (c)  $V_n$  (Immobilie) =  $+603\,091,36$ ,  $V_n$  (Beteiligung) =  $+584\,727,78$ ,  $V_n$  (Unterlassung) =  $+579\,637,04$

**89** (a)  $Z_{s,1} = 962,11$ ; (b)  $Z_{s,4} = 95,24$ ; (c)  $Z_{s,16} = -7\,358,92$ ; (d) steigende Miete (Inflation) oder sinkender Steuersatz

**90** (a)  $C_0^A = +340,03, C_0^B = +346,26$ ; (b)  $C_{0,s}^A = +195,72, C_{0,s}^B = +187,55$ ; (c) -; (d) -

**91** (a)  $s < 32,0388\%$ ; (b)  $s = 32,0388\%$ ; (c)  $s > 32,0388\%$

**92** (a)  $r_{s,B} = (1,19625 - 0,15875 x s)^{\frac{1}{2}} - 1$ ; (b)  $s = [1,8577\%, 9,373\%]$ ; (c)  $s = 25,59\%$

**93** (a)  $C_0^A = 0, C_0^B = 0$ ; (b)  $C_{0,s}^A = -30,87, C_{0,s}^B = +64,89$ ; (c) 1. Vor Steuern:  $r_B^A = 10\%$ ,  $r_B^B = 10\%$ , 2. Nach Steuern:  $r_{B,s}^A = 5,82\%$ ,  $r_{B,s}^B = 6,38\%$

**94** (a)  $C_{0,s} = +341,63$ ; (b)  $C_{0,s} = +273,41$ ; (c)  $C_{0,s} = +1\,011,37$

**95** (a)  $C_0^A = +51\,299,77, C_0^B = +51\,592,79$ ; (b)  $C_{0,s}^A = +29\,749,83, C_{0,s}^B = +29\,270,18$ ,  $C_{0,s}^{\max} = +142\,569,50$ ; (c)  $C_{0,s} = +29\,235,16$

**96** (a)  $V_n = 1\,439,72$ ; (b)  $V_n = 1\,391,66$ ; (c)  $Ent_2 = 1\,223,63$ ; (d)  $Ent_3 = 967,79$ ; (e) Das Optimum stellt ein unendlich hoher Kredit dar. Die Kreditaufnahme lohnt sich nicht mehr, wenn die Nettosollverzinsung der Nettohabenverzinsung entspricht.

**97** (a)  $C_{0,s} = +713,14$ ; (b)  $C_{0,s} = -1\,023,02$ ; (c)  $s = 16,43\%$

**98**  $C_{0,s} = +14\,442,43$

**99** (a) Ertragswertabschreibung beschreibt die Verminderung des Vermögenswert im Barwert im Vergleich zur Vorperiode; (b) -; (c) 1.  $EW_3 = 0, EW_2 = +76,19, EW_1 = +129,71, EW_0 = +85,43$ ; 2.  $EW_3 = 0, EW_2 = +95,24, EW_1 = +71,66, EW_0 = +96,81$ ; 3.  $EW_3 = 0, EW_2 = +100, EW_1 = +100, EW_0 = +100$ ; (d)  $Z_t = \{-100; 3,38; 20; -30; 40; 50\}$

**100** (a)  $C_{0,s}^A = +7,14, C_{0,s}^B = +5,00, C_{0,s}^C = +2,93, C_{0,s}^D = +0,85, C_{0,s}^E = -1,23$ ,  $C_{0,s}^F = -3,30, C_{0,s}^G = -5,32$ ; (b)  $C_{0,s} = 0,00$ ; (c)  $C_{0,s} = 0,00$

**101** (a)  $C_0^A = +110,65, C_0^B = +109,45$ ; (b)  $C_{0,s=0\%}^A = +110,65, C_{0,s=0\%}^B = +109,45$ ,  $C_{0,s=10\%}^A = +98,92, C_{0,s=10\%}^B = +101,50, C_{0,s=20\%}^A = +87,29, C_{0,s=20\%}^B = +93,00$ ,  $C_{0,s=30\%}^A = +75,77, C_{0,s=30\%}^B = +83,91, C_{0,s=40\%}^A = +64,39, C_{0,s=40\%}^B = +74,18$ ,  $C_{0,s=50\%}^A = +53,15, C_{0,s=50\%}^B = +63,79, C_{0,s=60\%}^A = +42,09, C_{0,s=60\%}^B = +52,67$ ,



$$C_{0,s=100\%}^A = +0,00, C_{0,s=100\%}^B = +0,00$$

$$102 \text{ (a) } C_{0,s=0\%} = -1\,122,60, C_{0,s=10\%} = -726,36, C_{0,s=20\%} = -378,66,$$

$$C_{0,s=30\%} = -84,21, C_{0,s=40\%} = +151,91, C_{0,s=50\%} = +324,19, C_{0,s=60\%} = +426,64,$$

$$C_{0,s=100\%} = +0,00; \text{ (b) } s = 33,25\%$$

$$103 \text{ (a) } C_0 = -10,35; \text{ (b) } C_{0,s} = +3,88$$

$$104 \text{ Beispiel 1: } C_0 = +53,24, V_n = +92, C_{0,s} = +58,56, V_{n,s} = +82,27;$$

$$\text{Beispiel 2: } C_0 = +2,07, V_n = +2,5, C_{0,s} = +11,90, V_{n,s} = +13,12$$

$$105 \text{ 1. f; 2. f; 3. f; 4. w; 5. w; 6. w; 7. w; 8. w; 9. w}$$

106 1.  $Z_t \uparrow \rightarrow \delta G_t \uparrow$ , 2.  $i \uparrow \rightarrow$  die Entwicklung des ökonomischen Gewinns hängt von der Zahlungsreihe ab, 3.  $EW_{t-1} \uparrow \rightarrow \delta G_t \uparrow$

107 (a) 1.  $C_0 = +76,09$ , 2.  $\delta G_1 = +107,61$  (entspricht dem periodenuniformen ökonomischen Gewinn),  $\delta G_2 = +103,37$ ,  $\delta G_3 = +88,71$ ,  $\delta G_4 = +67,58$ ,  $\delta G_5 = +34,34$ ,  $\delta G_6 = +17,77$ ,  $\delta G_7 = +4,55$ ; (b) Die Zahlungsüberschüsse müssen stets konstant sein. (c) -; (d) -; (e) -

108 (a) Ausschüttungen vor Steuern:  $t = 1, \dots, 3 = 50$ ,  $t_4 = 50 + 100$ ,  $C_0 = 100$ ,  $EW_0 = 100$ ; (b) Ausschüttungen nach Steuern:  $t = 1, \dots, 3 = 30$ ,  $t_4 = 30 + 100$ ,  $C_0 = 100$ ,  $EW_0 = 100$ ; (c) -; (d) ökonomischer Gewinn vor Steuern:  $t = 1, \dots, 3 = 50$ ,  $t_4 = 50 + 62,50$ ,  $C_0^{80\%} = 62,50$ ,  $EW_0 = 62,50$ ; (e) -

$$109 C_0 = +20\,000, C_{0,s} = +20\,000$$

$$110 \text{ (a) } C_0 = +616,47; \text{ (b) } C_{0,s} = +431,53; \text{ (c) } C_{0,s} = +431,53; \text{ (d) } C_{0,s} = +431,53$$

$$111 \text{ (a) } C_0 = +29,90; \text{ (b) } C_{0,s} = +29,90; \text{ (c) } C_{0,s} = +29,90$$

$$112 \text{ (a) } C_0 = +291,41, r_B = 27,22\%; \text{ (b) } C_{0,s} = +161,80; \text{ (c) } C_{0,s} = +160,28; \text{ (d) } r_B = 27,22\%; \text{ (e) } C_{0,s} = +160,28; \text{ (f) -}$$

$$113 -$$

114 (a)  $C_0 = +102,67$ ; (b)  $C_{0,s} = +67,13$ ; (c)  $C_{0,s} = +62,69$ ; (d)  $C_{0,s} = +51,34$ , der Verlustortrag müsste erfolgsneutral in die Bilanz aufgenommen werden

115 (a)  $C_{0,s} = +47,75$  TEUR; (b)  $C_{0,s} = +47,75$  TEUR; (c)  $C_{0,s} = +47,50$  TEUR; (d)  $C_{0,s} = +47,75$  TEUR; (e)  $C_{0,s} = +53,24$  TEUR; (f) Schutzzinseffekt und Diskontierungseffekt durch verschiedene Diskontierungssätze

116 1. w; 2. f; 3. f; 4. f; 5. w; 6. w; 7. w; 8. w; 9. f; 10. w; 11. f; 12. f; 13. f; 14. w; 15. f; 16. w; 17. w; 18. w; 19. w; 20. w; 21. f; 22. f; 23. f; 24. w; 25. f; 26. w; 27. w; 28. w; 29. w; 30. f; 31. f; 32. w; 33. w

117 (a) Es müssen ausreichend andere positive Einkünfte vorliegen. (b)  $VP = 69,36$ ; (c)  $r = 6,76\%$

$$118 \text{ (a) } K_0 = 428\,245,80; \text{ (b) } K_{0,s} = 535\,307,25$$

119 (a)  $B_0^{6\%}$  (Kredit) =  $-772,25$ ,  $B_0^{6\%}$  (Leasing) =  $-806,14$ ; (b) kritische Leasingrate =  $-128,33$ ; (c) PRO: Leasing ist »off-balance«, CONTRA: Leasingnehmer wird (teilweise) nicht Eigentümer

$$120 \text{ (a) Brutto-Leasingrate} = -14\,000; \text{ (b) } B_0^{7\%}$$
 (Kauf) =  $-37\,699,41$ ,  $B_0^{7\%}$  (Leasing) =  $-38\,684,66$

$$121 \text{ Kreditfinanzierung: } C_{0,s} = -329,13, LR_s = -104,18$$

$$122 \text{ (a) } C_{0,s} = -5\,832,53; \text{ (b) } C_{0,s} = -5\,750,85$$

$$123 \text{ (a) Leasingnehmer; (b) Leasinggeber: } C_{0,s} = -1\,494,87, \text{ Leasingnehmer: } C_{0,s} = -72\,313,27; \text{ (c) -}$$

$$124 \text{ (a) Leasinggeber; (b) Kreditkauf: } C_{0,s} = -90,13 \text{ TEUR, Leasing mit Kaufoption:}$$





$C_{0,s} = -101,27 \text{ TEUR}$

**125** (a)  $C_{0,s} = +89,63 \text{ TEUR}$ ; (b)  $C_{0,s} = +105,61 \text{ TEUR}$ ; (c)  $C_{0,s} = +20,96 \text{ TEUR}$ ; (d) Alternative (b) ist vorzuziehen,  $C_{0,s} = 195,24 \text{ TEUR}$ ; (e) Leasingnehmer;

(f)  $C_{0,s} = 143,72 \text{ TEUR}$ ; (g)  $LR = -460,99 \text{ TEUR}$

**126** (a) Leasinggeber; (b) Freddi:  $C_{0,s} = +36,89 \text{ TEUR}$ , Markus:  $C_{0,s} = +78,63 \text{ TEUR}$ ; (c) -; (d) Freddi:  $C_{0,s} = -3,07 \text{ TEUR}$ , Markus:  $C_{0,s} = -87,29 \text{ TEUR}$ ; (e) -

**127** (a) Leasingnehmer; (b) 1. Zinsstaffelmethode:  $C_{0,s}^{LG} = +16,94 \text{ TEUR}$ ,  $C_{0,s}^{LN} = -63,19 \text{ TEUR}$ , 2. Exakte Methode:  $C_{0,s}^{LG} = 16,95 \text{ TEUR}$ ,  $C_{0,s}^{LN} = -63,21 \text{ TEUR}$ ; (c) -; (d) 1. Leasingnehmer, 2.  $C_{0,s}^{LG} = +20,80 \text{ TEUR}$ ,  $C_{0,s}^{LN} = -67,05 \text{ TEUR}$ , 3. -

**128** (a) keine Förderung:  $C_0 = 187,69 \text{ TEUR}$ , Investitionszulage:  $C_0 = 264,61 \text{ TEUR}$ , Investitionszuschuss:  $C_0 = 275,09 \text{ TEUR}$ , Sonderkredit:  $C_0 = 233,60 \text{ TEUR}$ , Sofortabschreibung:  $C_0 = 203,907$ ; (b) -

**129** Barwertvorteil = 1 374,05 EUR

**130** Barwertvorteil = +47 538,05

**131** (a) -; (b) -; (c) -; (d) -; (e) 1.  $V_{s,n} = -600$ , 2.  $V_{s,n} = -216,76$ , 3.  $V_{s,n} = -378,70$ , 4.  $V_{s,n} = -428,56$ , 5.  $V_{s,n} = -463,14$ ,

**132** (a)  $V_{s,n} = +127 520$ ; (b)  $V_{s,n} = +127 520$

**133** (a) -; (b)

T	2	5	10
Variante 1	-84,60	-64,62	-38,18
Variante 2	-85,05	-66,99	-45,50
Variante 3	-82,64	-62,09	-38,55
Rangfolge	3,1,2	3,1,2	1,3,2

**134** (a)  $V_{n,s} = 8 063,50$ ; (b) Normalanleihe:  $V_{n,s} = 7 171,81$ , Zerobond:  $V_{n,s} = 7 238,10$ ; (c) Belastung in  $t_{11} = -5 752,91$

**135** (a) und (b)

	(1)	(2)	(3)	(4)
a)	10%	6%	10%	7,50%
b1)	10%	6%	10%	7,83%
b2)	9,59%	5,76%	9,59%	7,50%

(c) -

**136** (a)  $C_{0,s} = 0$ ; (b)  $C_{0,s} = +4,81$ ; (c)  $C_{0,s} = +54,04$ ; (d)  $C_{0,s} = +89,30$

**137** (a) Normalanleihe:  $V_n = +2 543,82$ , Zerobond:  $V_n = +2 638,72$ , Kapitallebensversicherung (Altvertrag):  $V_n = +3 018,29$ , Kapitallebensversicherung (Neuvertrag):  $V_n = +2 828,51$ , nachgelagerte Besteuerung:  $V_n = +3 018,29$ ; (b) -; (c) Normalanleihe:  $V_n = +2 551,12$ , Zerobond:  $V_n = +2 714,64$ , Kapitallebensversicherung (Altvertrag):  $V_n = +3 018,29$ , Kapitallebensversicherung (Neuvertrag):  $K_n = +2 866,47$ , nachgelagerte Besteuerung:  $V_n = +3 018,29$ ; (d)  $V_n = +2 897,38$

**138** Kapitallebensversicherung:  $C_0 = 182,50$ ; (b) Zerobond:  $C_0 = 130,88$ ; (c) Anleihe mit steigenden Zinsen:  $C_0 = 83,84$

**139** (a)  $i_{\text{eff}} = 5,99\%$ ; (b)  $i_{\text{eff}} = 6,03\%$

**140** (a)  $C_0 = -680,21$ ; (b)  $C_{0,s} = 2 287,97$ ; (b)  $C_0^{2,5\%} = 34 869,72$



**141** (a)  $C_0 = +58,43$ ; (b)  $C_{0,s} = +29,62$ ; (c)  $Ann = +361,90$ ,  $C_{0,s} = -44,53$ ; (d)  $C_{0,s} = -14,92$

**142** (a) *Eigenkapitalfinanzierung*:  $C_{0,s} = +309,47$  TEUR; *Kapitalwert des Tilgungsdarlehens I*:  $C_{0,s} = -4,82$  TEUR; (b)  $C_{0,s} = -5,46$  TEUR; (c)  $C_{0,s} = -5,05$  TEUR; (d)  $C_{0,s} = -5,32$  TEUR; (e)  $C_{0,s} = -5,11$  TEUR; *Rangfolge*: a, c, e, d, b

**143** (a)  $C_0 = +7,50$  TEUR; (b)  $C_{0,s} = +6,08$  TEUR; (c) 1.  $C_{0,s} = -9,62$  TEUR;

2.  $C_{0,s} = -8,20$  TEUR; 3.  $C_{0,s} = -8,63$  TEUR; 4.  $C_{0,s} = -3,77$  TEUR;

(d) 1.  $C_{0,s} = -3,12$  TEUR; 2.  $C_{0,s} = -4,01$  TEUR; 3.  $C_{0,s} = -4,40$  TEUR;

4.  $C_{0,s} = +0,5$  TEUR

**144** (a)  $C_0 = -56,74$  TEUR;  $C_{0,s} = -41,23$  TEUR; (c)  $C_{0,s} = -41,06$  TEUR;

(d)  $C_{0,s} = -41,08$  TEUR

**145**  $C_{0,s} = +6,31$  TEUR; (b)  $C_{0,s} = +31,19$  TEUR; (c)  $C_{0,s} = -3,13$  TEUR

**146** (a)  $C_{0,s} = +22,59$  EUR; (b) *Fälligkeitsdarlehen*: (i)  $C_{0,s} = -21,31$  TEUR; (ii)  $C_{0,s} = +1,28$  TEUR; (iii)  $EV_s = +37,75$  TEUR; *Tilgungsdarlehen*: (i)  $C_{0,s} = -21,10$  TEUR; (ii)  $C_{0,s} = -0,53$  TEUR

**147** (a)  $C_{0,s} = +19,15$  TEUR; (b)  $C_{0,s} = +9,08$  TEUR; (c) 1.  $C_{0,s} = +12,73$  TEUR;

2.  $C_{0,s} = +13,96$  TEUR

**148** 1. w; 2. f; 3. f; 4. w; 5. f; 6. w; 7. w; 8. w; 9. w; 10. w; 11. w; 12. w; 13. w; 14. w; 15. w; 16. w; 17. f

**149** (a) *unabhängig von der Finanzierung und dem Zeitpunkt der Ausschüttung ergibt sich ein Kapitalwert vor Steuern von +11,37*; (b)  $C_0^{10\%} = +11,37$ ; (c) *Kapitalgesellschaft: Beteiligungsfinanzierung und Sofortausschüttung*:  $C_{0,s}^{7,5\%} = -65,28$ ; *Beteiligungsfinanzierung und Thesaurierung*:  $C_{0,s}^{7,5\%} = -65,90$ ; *Selbstfinanzierung und Sofortausschüttung*:  $C_{0,s}^{7,5\%} = 1,94$ ; *Selbstfinanzierung und Thesaurierung*:  $C_{0,s}^{7,5\%} = -3,10$ ; *Personengesellschaft: Sofortentnahme*  $C_{0,s}^{7,5\%} = -32,82$ ; *Thesaurierung*  $C_{0,s}^{7,5\%} = -58,98$

**150** (a) *Grenzpreis vor Steuern*: 252,20; (b) *Grenzpreis nach Steuern*: 256,73; (c) *frühe Abschreibung des Grenzpreises*: GP ↑, *ermäßigte Besteuerung des Veräußerungsgewinns*: GP ↑

**151** (a)  $GP_0 = 175,06$ ; (b)  $GP_{s,0} = 183,09$ ; (c) *Barwert der linearen Abschreibung* = 166,20, *Barwert der Ertragswertabschreibung* = 150,13

**152** (a) -; (b) -; (c)  $GP^K = 1\ 130,88$ ,  $GP^V = 1\ 214,29$ ; (d) -

**153** (a) -; (b)  $GP^K = 1\ 680,76$  TEUR;  $GP^V = 2\ 166,67$  TEUR → *kein Einigungskorridor*; (c) -; (d)  $GP^V = 1\ 611,11$  TEUR → *Einigungskorridor vorhanden*

**154** (a) -; (b)  $GP^K = 1\ 042,20$  TEUR;  $GP^V = 1\ 219,70$  TEUR → *kein Einigungskorridor*; (c) -

**155** (a) -; (b)  $GP^K = 588,26$  TEUR;  $GP^V = 664,07$  TEUR → *kein Einigungskorridor*; (c) -

**156** (a)  $GP^V = 2\ 001,40$  TEUR; (b)  $GP^K = 1\ 917,81$  TEUR → *kein Einigungskorridor*; (c)  $GP^V = 1\ 793,35$  TEUR → *Einigungskorridor vorhanden*; (d)  $GP^V = 1\ 776,14$  TEUR → *Einigungskorridor vorhanden*; (e)  $s^{VG} = 30,14\%$ ; (f)  $FB = 155,23$  TEUR;

(g)  $T = 191,49$

**157**  $GP^V = 1\ 566,67$  TEUR;  $GP^K = 1\ 485,967$  TEUR

**158** (a)  $GP^V = 713,33$  TEUR; (b) 1.  $GP^K = 685,08$  TEUR; 2.  $GP^K = 651,02$  TEUR → *korrekter Grenzpreis*; (c)  $GP^K = 677,71$  TEUR → *kein Einigungskorridor*

**159** (a)  $GP^V = 1\ 760,72$  TEUR; (b)  $GP^K = 1\ 614,54$  TEUR



**160**  $GP^K = 788$  TEUR

**161** 1. f; 2. f; 3. w; 4. w; 5. f; 6. w; 7. w; 8. w; 9. f; 10. f; 11. w; 12. w; 13. f; 14. w; 15. w; 16. f; 17. w; 18. w; 19. f; 20. w; 21. w; 22. w; 23. f; 24. f; 25. w; 26. f; 27. w; 28. f; 29. w; 30. w; 31. f; 32. w; 33. w; 34. w; 35. w; 36. f; 37. f; 38. w; 39. f; 40. w; 41. f; 42. f; 43. w; 44. f; 45. w; 46. w; 47. w; 48. w; 49. w

**162** (a) Überwälzung der Inflation; (b)  $i_{real} = 4,85\%$

**163** (a)  $C_0 = 230,28$ ; (b)  $C_0 = 230,28$

**164** (a) Nettoeinkommen = +23 825; (b) Wert des Warenkorbs in Jahr 2 = +25 016,25; (c) Konsumlücke = +283, der Warenkorb ist in Jahr 2 nicht mehr erreichbar

**165** (a) Scheingewinne:  $t_1 = +150$ ,  $t_2 = +330$ ,  $t_3 = +99$ ; (b)  $Z_{s,1} = -50$ ,  $Z_{s,2} = -135$ ,  $Z_{s,3} = +2 061$ ; (c)  $Z_{s,1} = +25$ ,  $Z_{s,2} = +30$ ,  $Z_{s,3} = +2 110,50$ ; (d) siehe (c); (e)  $s_1 = 12,5\%$ ,  $s_2 = 7,69\%$ ,  $s_3 = 19,44\%$ ; (f)  $C_0 = 136,36$ ; (g)  $C_{0,s} = 76,39$ ; (h)  $C_{0,s} = 68,18$

**166** (a) Finanzierung mit Eigenmitteln, da der Kredit einen negativen Kapitalwert aufweist. (b)  $i_{s,s} = 5,5\% < i_{s,H} = 6\%$ , Fremdfinanzierung ist besser; (c)  $i_{s,krit} = 10,91\%$

**167** (a)  $Ann = +30 000$ ,  $Kredit_{20} = 0$ ; (b)  $Kredit_{20} = +289 492,32$ , (c)  $n = 61,61$

**168** (a) Barwert der Miete = +66 958,31; (b)  $C_0 = +5 512,64$ ; (c)  $C_0 = +20 372,51$

**169** optimale Nutzungsdauern:  $n_A^* = 3$ ,  $n_B^* = 5$ ,  $n_C^* = 2$

**170** (a)  $C_0^A = +62,02$ ,  $C_0^B = +167,30$ ; (b)  $n^* = 3$ , Grenzgewinn in  $t_3 = 10$ ; (c)  $n^* = 2$ ,  $C_0 = +585,65$

**171** (a)  $C_0 = +39,48$ ; (b) Grenzkapitalwert  $t_3 = +2,25$ , Grenzkapitalwert  $t_4 = -4,10$ ; (c)  $C_0(max) = +77,34$ ; (d)  $C_0(max) = +195,63$

**172** (a)  $C_0 = -3,16$  TEUR; (b) Nutzung bis  $t = 2$ , Grenzgewinn = +0,5 TEUR, Grenzkapitalwert = +0,41 TEUR,  $C_0 = +2,23$  TEUR; (c) Grenzgewinn<sub>3</sub> = +0,03 TEUR → keine Veräußerung; (d) -

**173** 1. f; 2. w; 3. f; 4. f; 5. w; 6. f; 7. f; 8. f; 9. w; 10. w; 11. f; 12. f; 13. w

**174** (a)  $r_A = 15\%$ ,  $r_B = 17\%$ ,  $r_C = 20\%$ ,  $r_D = 5\%$ ,  $r_E = 6\%$ ,  $r_F = 4\%$ ,  $r_G = 25\%$ , Rangfolge: G, C, B, A, E, D, F; (b) optimales Investitionsprogramm G, C, B, A, (E); (c)  $C_0^{6\%} = 8,75$ ,  $r = 17,44\%$

**175** (a)  $r_A = 6\%$ ,  $r_B = 25\%$ ,  $r_C = 30\%$ ,  $r_D = 15\%$ ,  $r_E = 10\%$ , Rangfolge: C, B, D, E, A,  $r_1 = 20\%$ ,  $r_{II} = 5\%$ ,  $r_{III} = 10\%$ ,  $r_{IV} = 30\%$ ,  $r_V = 35\%$ ,  $r_{VI} = 15\%$ , Rangfolge:  $F_{II}$ ,  $F_{III}$ ,  $F_{VI}$ ,  $F_I$ ,  $F_{IV}$ ,  $F_V$ ; (b) die cut-off-rate liegt bei  $i^* = 20\%$ ; (c) -; (d) Der Diskontierungsfaktor beträgt  $i^* = 20\%$ .  $C_0^A = -11,67$ ,  $C_0^B = 2,5$ ,  $C_0^C = 2,5$ ,  $C_0^D = -0,83$ ,  $C_0^E = -3,33$ ,  $C_0^{F_I} = 0$ ,  $C_0^{F_{II}} = 2,5$ ,  $C_0^{F_{III}} = 1,67$ ,  $C_0^{F_{IV}} = -5,83$ ,  $C_0^{F_V} = -10$ ,  $C_0^{F_{VI}} = 0,83$ . Der Kapitalwert ist bei den Projekten/Finanzierungsalternativen, die im optimalen Programm enthalten sind, positiv. (e)  $V_n = 12$

**176** (a) A, B,  $F_I$ ,  $F_{II}$ , cut-off-rate = 13%; (b)  $V_n(A, B) = 82 240$ ,  $V_n(A, B, C) = 88 350$ ; (c) -

**177** 1. f; 2. w; 3. w; 4. f; 5. f; 6. f; 7. f; 8. w; 9. f; 10. f; 11. f

**178** (a) f; (b) f; (c) w; (d) w; (e) f; (g) f; (h) f

**179** (a) -; (b) Maximin:  $a_1 = +15$ , Maximax:  $a_2 = +68$ , Hurwicz-Regel:  $a_3 = +22,30$ , Laplace-Regel:  $a_2 = +30,25$ , Regel des kleinsten Bedauerns:  $a_2 = -19$ ; (c) -; (d) -

**180** (a) starke Zustandsdominanz von  $A_2$  gegenüber  $A_1$ ; (b) Es liegt Wahrscheinlichkeitsdominanz von  $A_1$  gegenüber  $A_2$  vor; (c) keine Dominanz; (d) Es liegt Wahrscheinlichkeitsdominanz von  $A_1$  gegenüber  $A_2$  vor.

**181** 1. w; 2. f; 3. f; 4. w; 5. w; 6. f; 7. w; 8. w



- 182** (a)  $C_0 = +242$  TEUR; (b) Cent pro kW/h = 18,24; (c) kW/h pro Jahr = 1 003 032,34; (d)  $C_0 3\% = +208$  TEUR; (e) Cent pro kW/h = 17,88; (c) kW/h pro Jahr = 983 660,57
- 183** (a)  $C_0 = +128,10$ ; (b)  $\frac{\partial C_0(a_0)}{\partial a_0} = -1$ ; (c)  $\frac{\partial C_0(RE)}{\partial RE} = 0,61$ ; (d)  $\frac{\partial C_0(e)}{\partial e} = 7,72$ ; (e) -; (f) -
- 184** (a)  $\varnothing = 0,5$ ; (b)  $\varnothing = 0,4366$ ; (c)  $C_0 = -380,40$
- 185** 1. w; 2. w; 3. f; 4. w; 5. w; 6. w; 7. w; 8. f; 9. w; 10. w; 11. w
- 186** (a)  $C_0 = 207,44$  TEUR; (b) 62,75 Cent/Liter; (c) (1)  $C_0 = 207,44$ , (2)  $C_0 = -189,26$ , (3)  $C_0 = -394,21$ , (4)  $C_0 = -485,12$ , (5)  $C_0 = -625,62$ , (6)  $C_0 = 0$
- 187** (a) nein; (b)  $p_i = 0,8$ ;  $E(Z_0) = 100$ ,  $E(Z_1) = 94$ ,  $E(Z_2) = 83,6$ ,  $E(Z_3) = 70,48$ ; (c)  $UW(\text{risiko}) = 307,5$ ,  $UW(\text{sicher}) = 326,23$ ; (d) -
- 188** (a) -; (b) abhängig vom gewählten Zinssatz; (c) siehe Binomialbaum; (d)  $GP = 420 214,48$ ; (e) worst case: dddd:  $GP = 393 267,62$ ,  $p = 0,1296$ ; dddu:  $GP = 398 939,39$ ,  $p = 0,0864$ ; best case: uuuu:  $GP = 464 309,49$ ,  $p = 0,0256$ ; uuud:  $GP = 456 868,21$ ,  $p = 0,0384$
- 189** (a) -; (b) bester Wert:  $C_0 = +35 153,37$ , schlechtester Wert:  $C_0 = -41 576,69$ , durchschnittlicher Wert:  $C_0 = -6 914,76$ ; (c) -



# Kurzlösungen der Übungsklausuren



## ÜBUNGSKLAUSUR 1

- 1** (a) 1) Zinsen = 13,56 EUR, 2) Zinsen = 13,75 EUR, 3) Zinsen = 13,33 EUR; (b)  $n = 14,21$  Jahre; (c) -
- 2** (a)  $BW = 311,56$ ,  $VG = 161,56$ ; (b) Steuern = 64,62; (c) im 12. (bzw. bei nicht gerundeten Werten im 13.) Jahr; (d) Steuern auf den Tilgungsanteil = 7,46, Steuern auf den Zinsanteil = 2,54
- 3** (a)  $EW_4 = 0$ ,  $EW_3 = 3\ 000$ ,  $EW_2 = 5\ 000$ ,  $EW_1 = 4\ 000$ ,  $EW_0 = 6\ 000$ ,  $EWA_1 = 2\ 000$ ,  $EWA_2 = -1\ 000$ ,  $EWA_3 = 2\ 000$ ,  $EWA_4 = 3\ 000$ ; (b)  $\delta G_t = 600$ ; (c)  $KMA_4 = 6\ 000$ ; (d) Der Ertragswert ergibt sich aus dem Ertragswert der Zahlungsüberschüsse zzgl. des Bestands an liquiden Mitteln (Kapitalmarktanlage)

## ÜBUNGSKLAUSUR 2

- 1** (a) einfacher (linearer) und stufenförmiger Kapitalbindungsverlauf; (b)  $KE = 100\ 000$ ; (c) Gewinn bei einfachem (stufenförmigen) Kapitalbindungsverlauf = 500 (-500); (d)  $G = -879,75$ ; (e) -
- 2** (a)  $C_0 = 15,42$ ,  $V_n = 180,24$ ,  $EW_n = 20,52$ ,  $\delta G_t = 13,54$ ; (b)  $V_n = 159,72$ ,  $\delta G_t = 12$ ; (c) Entnahme in  $t = 2$ : 158,40,  $C_0 = 10,91$ ; (d) maximale Entnahme in  $t = 0$ : 113,06
- 3** (a) 1. B, 2. ?, 3. B, 4. A, 5. A

## ÜBUNGSKLAUSUR 3

- 1** (a)  $GP = 124,34$ ; (b)  $GP = 124,66$ ; (c)  $C_{0,s} = -3,65$ ; (d)  $\rho = 0,2$ ,  $i_{nom} = 0,32$ ,  $C_0 = 4,34$ ,  $C_{0,s} = 2,17$
- 2** (a) -; (b) Ertragswert bei Kreditfinanzierung = -100 000, Ertragswert bei Leasing = -104 658,15; (c) Ertragswert bei Kreditfinanzierung = -107 581,73, Ertragswert bei Leasing = -104 658,15; (d) maximales Disagio = 4,45%
- 3** (a)  $C_0 = 73,10$ ; (b)  $C_{0,s} = 44,84$ ; (c)  $C_{0,s} = 36,55$ ; (d)  $C_{0,s} = 73,10$ ; (e)  $C_{0,s} = 73,10$

## ÜBUNGSKLAUSUR 4

**1** (a) Die Aussage ist unsinnig, da möglicherweise Investitionen mit positivem Kapitalwert nicht durchgeführt werden. (b) Der Politiker liegt falsch. Es existieren Investitionen mit positivem Gewinn aber negativem Kapitalwert. (c) Der Manager hat nicht recht. Das Ergebnis hängt vom Zinssatz ab. (d) Sofern das Kongruenzprinzip erfüllt ist, führt die Investitionsrechnung mit Residualgewinnen zum selben Ergebnis wie die Berechnungen auf Basis von Zahlungen.

**2** (a)  $Z_1 = -900$ ,  $Z_2 = -500$ ,  $Z_3 = 360$ ,  $Z_4 = 3\,370$ ,  $C_0 = 1\,474,91$ ; (b)  $G_1 = -445$ ,  $G_2 = 1\,385$ ,  $G_3 = 1\,390$ ; (c) Summe der Gewinne  $\approx 2\,330$ ; (d)  $BW_{RG} = 1\,474,91$

**3** (a)  $GP = 1\,417,24$  TEUR; (b)  $GP = 1\,666,67$  TEUR; (c)  $GP = 1\,333,33$  TEUR; (d)  $s = 29,44\%$ ; (e)  $FB = 374,14$  TEUR; (f)  $TK = 139,85$  TEUR

## ÜBUNGSKLAUSUR 5

**1** (a)  $C_0 = 39,48$ ; (b)  $C_0^{n=3} = 43,58$ ; (c) Der optimale Ersatzzeitpunkt liegt in  $t = 2$ . In diesem Fall beträgt der maximale Kapitalwert  $77,34$ ; (d)  $C_0^{n=1} = 195,63$

**2** (a)  $C_0 = -80,34$ ; (b)  $C_{0,s} = -44,32$ ; (c)  $C_{0,s} = -51,91$ ; (d)  $r = 0,08$ ; (e)  $C_{0,s} = -51,91$ ; (f)  $C_0 = -80,34$

**3** (a)  $C_0 = -3\,158,81$ ; (b)  $C_0^{n=2} = 2\,231,40$ ; (c) Der PKW wird in  $t = 2$  nicht verkauft. Der Grenzgewinn beträgt  $+25$ . (d) Der Unterschied kommt durch die Besteuerung der stillen Reserven zustande.



TEIL VII  
VERZEICHNISSE







# Abkürzungs- und Symbolverzeichnis

$a_0$  Anschaffungsauszahlung •  $A_0$  Anschaffungsauszahlung •  $AfA$  Absetzung für Abnutzung •  $ANN$  Annuität •  $ARAP$  Aktiver Rechnungsabgrenzungsposten •  $Au$  Aufwand •  $AV$  Anlagevermögen •  $AZ$  Auszahlung ■  $B_t$  Basiszahlungen, Barwert •  $BMG_t$  Bemessungsgrundlage •  $BV$  Bestandsveränderung •  $BW$  Barwert, Buchwert •  $BWG$  Barwert der Gewinne ■  $C_0$  Kapitalwert vor Steuern •  $C_{0,s}$  Kapitalwert nach Steuern •  $C_0^{A-B}$  Kapitalwert der Differenzinvestition A–B vor Steuern •  $C_t$  Konsumzahlungen (Entnahmen für Konsumzwecke) ■  $d$  Degressionsbetrag •  $D$  Disagio/Dammum •  $Div$  Dividende ■  $E$  Erwartungswert •  $EK$  Eigenkapital •  $EKR$  Eigenkapitalrentabilität •  $Ent_t$  Entnahme •  $EUR$  Euro •  $EV$  Endvermögen •  $EW_t$  Ertragswert, Endwert •  $EWA_t$  Ertragswertabschreibung •  $EZ$  Einzahlung ■  $F$  Fremdkapital •  $FB$  Freibetrag •  $FE$  Fertigerzeugnisse •  $FK$  Fremdkapital •  $FL$  Finanzierungsleasing ■  $G$  Gewinn •  $GdE$  Gesamtbetrag der Einkünfte •  $GK$  Gesamtkapital, Grundkapital •  $GKR$  Gesamtkapitalrentabilität •  $GKW$  Grenzkapitalwert •  $GP^K$  Grenzpreis des Käufers •  $GP^V$  Grenzpreis des Verkäufers •  $GRL$  Gewinnrücklagen •  $GuV$  Gewinn- und Verlustrechnung •  $GVR$  Gewinnvergleichsrechnung ■  $i$  Zinssatz •  $i_{eff}$  Effektivzins •  $i_h$  Habenzinssatz •  $i_s$  Zinssatz nach Steuern/Sollzinssatz •  $I_0$  Anschaffungsauszahlung ■  $K$  Kapital, Kredit •  $K_t$  Restbuchwert Kredit, Kapital in  $t$  •  $KB$  Kapitalbindung •  $KD$  Kapitaldienst •  $KE$  Kapitaleinsatz, Kosteneinsparung •  $KG$  Kommanditgesellschaft •  $KK$  Kreditkauf •  $KMA$  Kapitalmarktanlage •  $KO$  Kaufoption •  $KW$  Kapitalwert ■  $L$  Liquidationserlös •  $LE$  Liquidationserlös •  $LG$  Leasinggeber •  $LN$  Leasingnehmer •  $LR$  Leasingrate ■  $n$  Laufzeit, Planungshorizont, betriebsgewöhnliche Nutzungsdauer •  $NA$  Nullalternative •  $ND$  Nutzungsdauer ■  $\ddot{o}G$  ökonomischer (kapitaltheoretischer) Gewinn ■  $p$  Wahrscheinlichkeit •  $P$  Prämienzahlung ■  $q$  Diskontierungsfaktor  $(1+i)$  ■  $\rho$  Sollzinssatz, Inflationsrate •  $r$  Rendite, interner Zinsfuß •  $r_B$  Baldwin-Rendite vor Steuern •  $r_{B,s}$  Baldwin-Rendite nach Steuern •  $R$  Realinvestition •  $RBFN$  Rentenbarwertfaktor nachschüssig •  $RBFV$  Rentenbarwertfaktor vorschüssig •  $RBW$  Restbuchwert •  $RE$  Resterlös (Liquidationserlös) •  $REFN$  Rentenendwertfaktor nachschüssig •  $REFV$  Rentenendwertfaktor vorschüssig •  $RG$  Residualgewinn •  $ROI$  Return on Investment •  $RS_t$  Rückstellung •  $RVE$  Restverkaufserlös ■  $s$  Steuersatz •  $S$  Summe der Jahresordnungszahlen •  $S_t$  Steuerzahlung •  $SUM$  Summe undiskontierter Zahlungen ■  $T$

Laufzeit, Planungshorizont ▪  $T_F$  betriebsgewöhnliche Nutzungsdauer des Geschäfts- oder Firmenwerts ▪ **TEUR** tausend Euro ▪  $TIL_t$  Tilgungszahlungen ▪ **TILA** Tilgungsanteil ▪ **TK** Transaktionskosten ▪ **TW** Teilwert ■ **U** Unterlassung ▪ **UE** Umsatzerlöse ▪ **ÜGR** Übergewinnrentabilität ▪ **UW** Unternehmenswert ■  $V_o$  Anfangsvermögen, Vermögen in  $t = 0$  ▪  $V_n$  Endvermögen (Kapital am Ende des Planungshorizonts) ▪  $VA_t$  Verlustabzug ▪ **VÄG** Veräußerungsgewinn ▪ **VG** Veräußerungsgewinn ▪  $VR_t$  Verlustrücktrag ▪  $VV_t$  Verlustvortrag ■  $Z_t$  Zahlungsüberschüsse vor Steuern ▪  $Z_{s,t}$  Zahlungsüberschüsse nach Steuern ▪ **zBE** zinsbereinigte Einkommensteuer ▪ **ZB** Zerobond ▪ **ZIA** Zinsanteil ▪ **ZR** Zahlungsreihe ▪



# Literaturverzeichnis

- Angerer, Martin/Nettekoven, Michaela (2015): *Übungsbuch zu Grundlagen der Finanzierung: verstehen – berechnen – entscheiden*, Linde Verlag, Wien, ISBN: 978-3-7143-0288-2.
- Becker, Hans Paul (2015): *Investition und Finanzierung, Grundlagen der betrieblichen Finanzwirtschaft*, 7. Auflage, Springer Gabler Verlag, Wiesbaden, ISBN: 978-3-658-11069-7.
- Berk, Jonathan/DeMarzo, Peter (2015): *Grundlagen der Finanzwirtschaft – Das Übungsbuch*, 3. Auflage, Pearson, Hallbergmoos, ISBN: 978-3-8689-4243-9.
- Bieg, Hartmut/Kußmaul, Heinz/Waschbusch, Gerd (2006): *Investitionsmanagement in Übungen*, Vahlen Verlag, München, ISBN: 978-3-8006-3311-1.
- Bieg, Hartmut/Kußmaul, Heinz/Waschbusch, Gerd (2015): *Investition in Übungen*, 3. Auflage, Vahlen Verlag, München, ISBN: 978-3-8006-4970-9.
- Bieg, Hartmut/Kußmaul, Heinz/Waschbusch, Gerd (2016): *Finanzierung in Übungen*, 4. Auflage, Vahlen Verlag, München, ISBN: 978-3-8006-5339-3.
- Bitz, Michael/Ewert, Jürgen (2014): *Übungen in Betriebswirtschaftslehre – 200 Übungs- und Klausuraufgaben mit ausführlichen Lösungen*, 8. Auflage, Vahlen Verlag, München, ISBN: 978-3-8006-4779-8.
- Burchert, Heiko/Vorfeld, Michael/Schneider, Jürgen (2017): *Investition und Finanzierung: Klausuren, Aufgaben und Lösungen*, 3. Auflage, Oldenbourg Verlag, München, ISBN: 978-3-1104-6927-1.
- Bösch, Martin (2016): *Finanzwirtschaft: Investition, Finanzierung, Finanzmärkte und Steuerung*, 3. Auflage, Vahlen Verlag, München, ISBN: 978-3-8006-5250-1.
- Drees-Behrens, Christa/Krispel, Matthias/Schmidt, Andreas/Schwanke, Helmut (2007): *Finanzmathematik, Investition und Finanzierung*, 2. Auflage, Oldenbourg Verlag, München, ISBN: 978-3-486-58492-9.
- Gans, Bernd/Looss, Wolfgang/Zickler, Dieter (1990): *Investitions- und Finanzierungstheorie: Lehr- und Übungsbuch*, 3. Auflage, Vahlen Verlag, München, ISBN: 978-3-8006-0561-3.
- Hufnagel, Wolfgang/Burgfeld-Schächer, Beate (2015): *Übungsbuch Investition und Finanzierung*, NWB Verlag, Herne, ISBN: 978-3-482-66251-6.
- Kesten, Ralf (2014): *Investitionsrechnung in Fällen und Lösungen*, 2. Auflage, NWB Verlag, Herne, ISBN: 978-3-4826-3272-3.
- Krause, Günter/Krause, Bärbel (2014): *Finanzierung und Investition – 115 klausurtypische Aufgaben und Lösungen*, 2. Auflage, NWB Verlag, Herne, ISBN: 978-3-470-63442-5.



- Kruschwitz, Lutz / Decker, Rolf O. / Röhrs, Michael (2007): *Übungsbuch zur betrieblichen Finanzwirtschaft*, 7. Auflage, Oldenbourg, München, ISBN: 978-3-4865-8568-1.
- Lutz, Volker / Herold, Jörg / Lehmann, Uwe (2010): *Finanzierung und Investition: Ein Lehr- und Übungsbuch*, Grin Verlag, München, ISBN: 978-3-6406-0016-8.
- Pape, Ulrich (2015): *Grundlagen der Finanzierung und Investition: Mit Fallbeispielen und Übungen*, 3. Auflage, Oldenbourg, München, ISBN: 978-3-1103-7390-5.
- Putnoki, Hans / Schwadorf, Heike / Bergh, Friedrich Then (2011): *Investition und Finanzierung*, Vahlen Verlag, München, ISBN: 978-3-8006-3686-0.
- Schanz, Deborah / Schanz, Sebastian (2011): *Business Taxation and Financial Decisions*, Springer, Heidelberg.
- Schneider, Dieter (1997): *Betriebswirtschaftslehre, Band 2: Rechnungswesen*, 2. Auflage, Oldenbourg Verlag, München u. a., ISBN: 978-3-4862-3996-1.
- Stopka, Ulrike / Urban, Thomas (2011): *Investition und Finanzierung, Lehr- und Übungsbuch für Bachelorstudierende*, Springer Gabler Verlag, Wiesbaden, ISBN: 978-3-6420-1691-2.

